

Programme F112

Table des matières

Préambule	3
1 / Calcul vectoriel	4
1- a / Notions sur les vecteurs	4
1- b / Opérations sur les vecteurs	4
2 / Produit scalaire	6
2-a/ Expression géométrique du Produit scalaire	6
2-b/ Expression analytique du Produit scalaire	6
3 / Produit vectoriel	6
3-a/ Expression géométrique du Produit vectoriel	6
3-b/ Expression analytique du Produit vectoriel	7
4 / Systèmes usuels de coordonnées	7
4- a / Coordonnées Cartésiennes	7
4-b / Coordonnées polaires	7
4-c / Coordonnées cylindriques	8
4-d / Coordonnées sphériques	9
Chapitre I Cinématique du point matériel	10
I-1 / Généralités	10
I-2 / Repérage d'un mobile	10
I-2-a/ Vecteur position	10
I-2-b/ Vecteur vitesse	11
I-2-c/ Vecteur accélération	12
I-3/Expression du Vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes.....	12
I-4/Expression du Vecteur accélération en coordonnées cartésiennes	13
I-5/Expression du Vecteur vitesse en coordonnées polaires.....	13
I-6/Expression du Vecteur accélération en coordonnées polaires	14
I-7/Expression du Vecteur vitesse en coordonnées cylindriques	14
I-8/Expression du Vecteur accélération en coordonnées cylindriques	15
I-9/Repère de Frenet	15
I-10/ Mouvement rectiligne.....	17
I-11/ Mouvement rectiligne uniforme (MRU)	17
I-11-1/Diagrammes du mouvement	17
I-12/ Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)	18
I-12-1/Diagrammes du mouvement	18
I-13/ Mouvement circulaire	19
I-14/ Mouvement circulaire uniforme.....	19
I-15/ Mouvement circulaire uniformément varié.....	20
I-16/ Mouvement rectiligne sinusoïdal	21
I-17/ Mouvement parabolique	22
Chapitre II Dynamique	25

II -1/ Introduction.....	25
II -2/ systèmes étudiés et actions mécaniques	25
II -3/ différents types de forces.....	25
II -3 -a/ poids d'un point matériel.....	25
II -3 -b/ forces de contact.....	26
II -4/ lois de Newton	26
II -4-a/ vecteur quantité de mouvement	26
II -5/ 1^{ère} loi de Newton (Principe d'inertie)	27
II -6/ 2^{ème} loi de Newton (Principe fondamentale de la dynamique)	27
II -7/ 3^{ème} loi de Newton (Principe des actions réciproques)	28
II -8/ Application (le pendule simple)	28
II -9/ Moment d'une force.....	30
II -10/ Moment cinétique	30
II -11/ Théorème du moment cinétique (TMC)	31
II-12/Analogie entre grandeurs de translation et de rotation.....	32
Chapitre III Travail, Puissance & énergie.....	33
III-1 / Généralités	33
III-2 / Travail d'une force	33
III-2-a / Travail d'une force constante sur un déplacement rectiligne.....	34
III-2-a / Travail d'une force constante sur un déplacement quelconque.....	34
III-2-b / Travail d'une force variable sur un déplacement quelconque.....	35
III-3 / Puissance d'une force.....	36
III-4 / Energie.....	37
III-4-a / Energie cinétique	37
III-4-b / Energie potentielle.....	38
III-4-c / Energie mécanique.....	39
ANNEXES COURS.....	40
REFERENCES	55

Préambule

Cet ouvrage est un manuel de physique, il est destiné principalement aux étudiants de première année LMD ST (sciences & technologies), il recouvre ainsi la totalité du programme de physique 1 de la première année.

Il est le fruit d'une longue expérience et de nombreuses années d'enseignement de la physique.

Chaque chapitre propose un cours exposé de façon détaillée, des exemples concrets, et des séries d'exercices en rapport avec le cours, qui permettront aux étudiants de vérifier leurs connaissances.

Après un rappel mathématique sur le calcul vectoriel et les différents systèmes de coordonnées, le chapitre un est une initiation à la cinématique du point matériel.

Le chapitre deux traite des principes fondamentaux de la dynamique de Newton.

Et enfin le troisième et dernier chapitre s'intéresse à la partie énergétique (Travail & énergie)

Ce cours est assuré deux séances par semaine, d'une heure et demi chacune, suivi de deux séances de travaux dirigés (TD) par semaine, d'une heure et demi chacune.

Rappels mathématiques

1 / Calcul vectoriel

1- a / Notions sur les vecteurs

L'utilisation des vecteurs facilite les travaux sur certaines grandeurs physiques.

Un vecteur est un segment de droite AB, ayant une origine A et une extrémité B. Il est défini par :

- Son origine ou point d'application
- Sa direction : la direction du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est la droite AB.
- Son sens : le sens du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est de A vers B.
- Sa norme ou son module : c'est la mesure de la longueur du segment [AB].

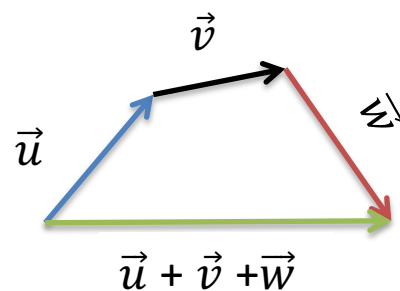
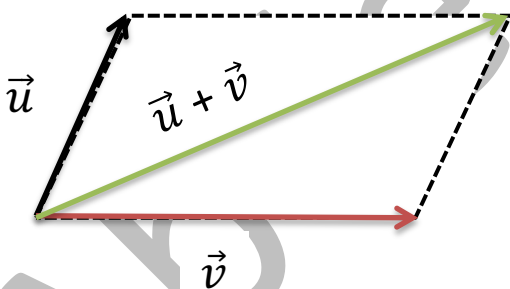
1- b / Opérations sur les vecteurs

- Somme de vecteurs.

La somme de vecteurs est un vecteur dont on obtient la représentation en construisant un contour polygonal dont les côtés sont respectivement égaux aux vecteurs de la somme.

Exemple

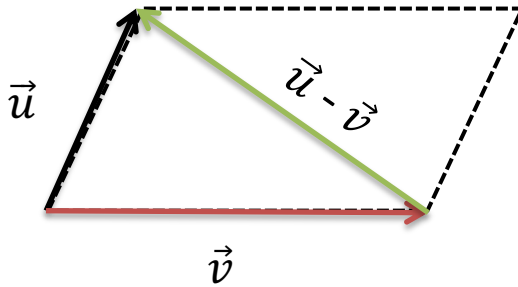
$$\vec{a} = \vec{u} + \vec{v} \quad ; \quad \vec{a} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$$



- Différence de vecteurs.

La différence de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est la somme du premier vecteur et l'opposé du second.

$$\vec{a} = \vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$



- Multiplication d'un vecteur par un scalaire

Le produit d'un vecteur $\vec{u}$ par un scalaire α est un vecteur noté $\alpha\vec{u}$.

$$(\alpha + \beta) \vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$$

Notons que deux vecteurs sont colinéaires (parallèle) si et seulement s'ils sont proportionnels c'est-à-dire s'il existe un nombre α tel que : $\vec{u} = \alpha\vec{v}$

- Composantes et norme d'un vecteur

Soit A et B deux points dans un repère cartésien de coordonnées respectifs A(x_a , y_a) et B(x_b , y_b) alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\langle x_b - x_a , y_b - y_a \rangle$.

Le vecteur s'écrit $\overrightarrow{AB} = (x_b - x_a) \vec{i} + (y_b - y_a) \vec{j} = a \vec{i} + b \vec{j}$

La norme ou le module du vecteur $\overrightarrow{AB}$ s'écrit $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

- Vecteur unitaire

Le vecteur unitaire du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le rapport de ce vecteur sur le module de celui-ci.

$$\mu = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$$

2 / Produit scalaire

2-a/ Expression géométrique du Produit scalaire

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs faisant un angle géométrique θ , on appelle produit scalaire et on note $\vec{u} \cdot \vec{v}$ le nombre réel (scalaire) :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos \theta$$

C'est le produit du module de $\|\vec{v}\|$ par la projection de $\vec{u}$ sur la direction de $\vec{v}$ ($\|\vec{u}\| \cos \theta$).

2-b/ Expression analytique du Produit scalaire

Si $\vec{u} = \langle X, Y, Z \rangle$ et $\vec{v} = \langle X', Y', Z' \rangle$ alors l'expression analytique du produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est donné par :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = XX' + YY' + ZZ'$$

En effet,

$$(X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}) \cdot (X'\vec{i} + Y'\vec{j} + Z'\vec{k}) = XX' + YY' + ZZ'$$

Puisque :

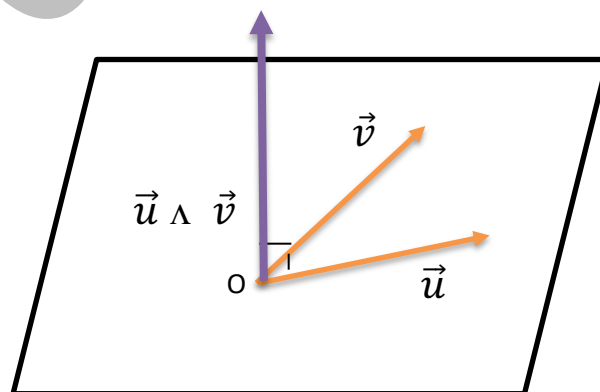
$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1 \quad \text{et que} \quad \vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = \vec{k} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = 0$$

3 / Produit vectoriel

3-a/ Expression géométrique du Produit vectoriel

Le produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\vec{u} \wedge \vec{v}$, est un vecteur perpendiculaire au plan formé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et défini par :

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \theta \cdot \vec{\mu}$$



3-b/ Expression analytique du Produit vectoriel

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = (X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}) \wedge (X'\vec{i} + Y'\vec{j} + Z'\vec{k}) = (YZ' - ZY')\vec{i} - (XZ' - X'Z)\vec{j} + (XY' - X'Y)\vec{k}$$

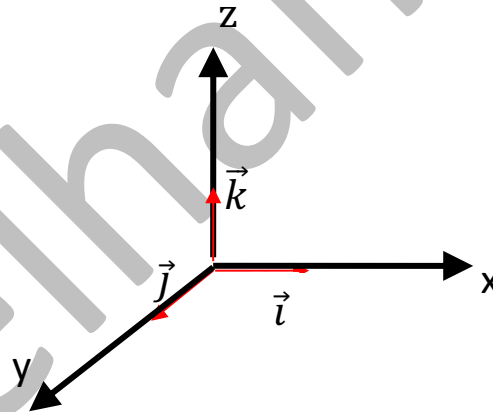
Car $\vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{j} \wedge \vec{j} = \vec{k} \wedge \vec{k} = 0$ et que $\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$; $\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$; $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$

$$\begin{array}{ccc} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{array} = (YZ' - ZY')\vec{i} - (XZ' - X'Z)\vec{j} + (XY' - X'Y)\vec{k}$$

4 / Systèmes usuels de coordonnées

4- a / Coordonnées Cartésiennes

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$



4-b / Coordonnées polaires

Les coordonnées polaires d'un point M sont (r, θ) , la base polaire est $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$.

Le vecteur position du point M dans la base polaire est donnée par : $\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$

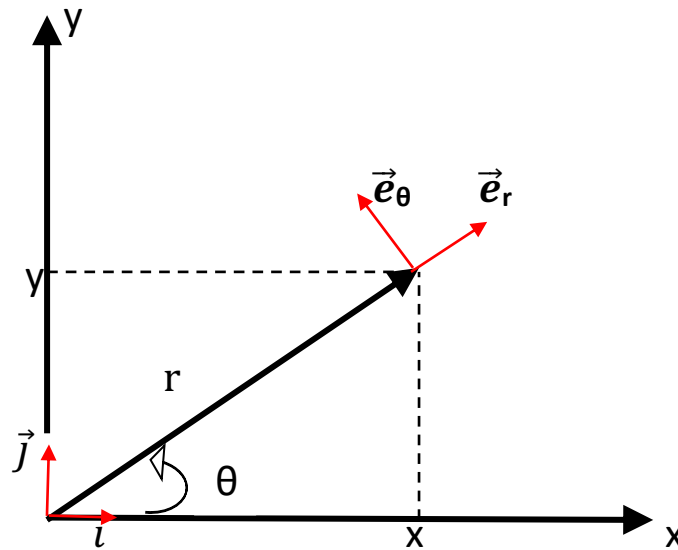
Les coordonnées polaires sont liées aux coordonnées cartésiennes par les relations suivantes :

$$x = r \cos \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$



$$\vec{e}_r = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}$$

$$\vec{e}_\theta = -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j}$$

4-c / Coordonnées cylindriques

Les coordonnées cylindriques d'un point M sont (r, θ, Z) , la base polaire est $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

Les coordonnées cylindriques sont liées aux coordonnées cartésiennes par les relations suivantes :

$$x = r \cos \theta$$

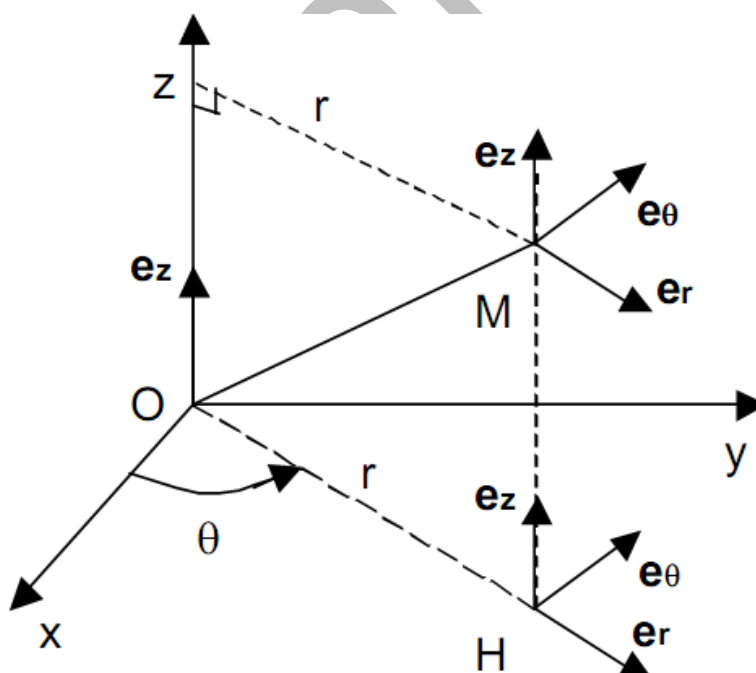
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$Z = Z$$

$$z = Z$$



Le vecteur position en coordonnées cylindriques est donné par

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM}$$

$$\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r + z\vec{e}_z$$

4-d / Coordonnées sphériques

Les coordonnées sphériques d'un point M sont (ρ, θ, φ) , la base sphérique est $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$.

Les coordonnées sphériques sont liées aux coordonnées cartésiennes par les relations suivantes :

$$x = OH \cos \varphi$$

$$y = OH \sin \varphi$$

$$z = \rho \cos \theta$$

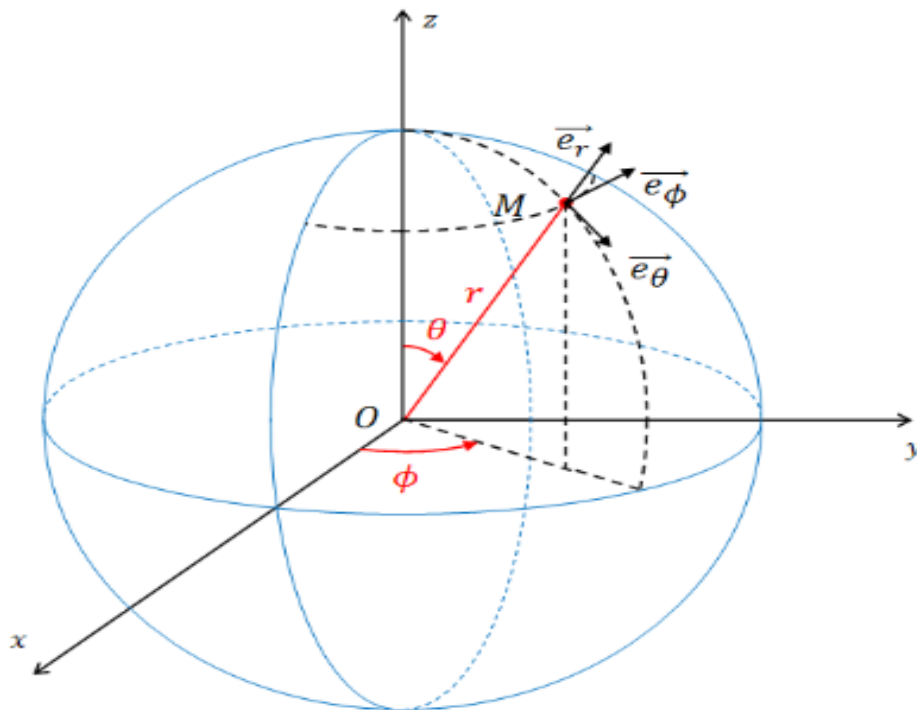
$$\text{avec } OH = \rho \sin \theta$$

$$x = \rho \sin \theta \cos \varphi$$

$$y = \rho \sin \theta \sin \varphi$$

$$z = \rho \cos \theta$$

Le vecteur position du point M dans la base sphérique est donné par : $\overrightarrow{OM} = \rho\vec{e}_r$



Chapitre I Cinématique du point matériel

I-1 / Généralités

Le mot cinématique provient du mot grec « Cinéma » qui veut dire mouvement.

La cinématique est l'étude du mouvement d'un solide, en déterminant sa position, sa vitesse et son accélération.

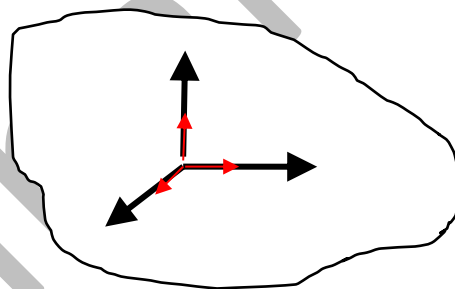
La cinématique est la partie de la mécanique qui étudie et décrit le mouvement d'un objet considéré comme infiniment petit qu'on appelle point matériel en le note M, sa masse est m.

I-2 / Repérage d'un mobile

L'ensemble des points décrit par le point M au cours du temps est appelé trajectoire.

Sur sa trajectoire le point M a une vitesse $\vec{V}$ et une accélération $\vec{a}$.

Pour étudier le mouvement d'un point on se donne un repère et pour cela on définit un référentiel ou un espace



Le point M peut être un avion par exemple et donc on peut repérer la position de notre avion à l'aide du vecteur position $\vec{OM}$

I-2-a/ Vecteur position

Le vecteur position est donné dans les différents systèmes de coordonnées par :

- Coordonnées cartésiennes $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
- Coordonnées polaires $\vec{OM} = r\vec{e}_r$
- Coordonnées cylindriques $\vec{OM} = r\vec{e}_r + z\vec{e}_z$
- Coordonnées sphériques $\vec{OM} = \rho\vec{e}_r$

La relation mathématique qui relie les coordonnées indépendamment du temps est appelée l'équation de la trajectoire.

Exemple : $y = f(x)$ ou bien $r = f(\theta)$

$$\left. \begin{array}{l} X = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{array} \right\} \text{Equation paramétrique ou Equation horaire}$$

I-2-b/ Vecteur vitesse

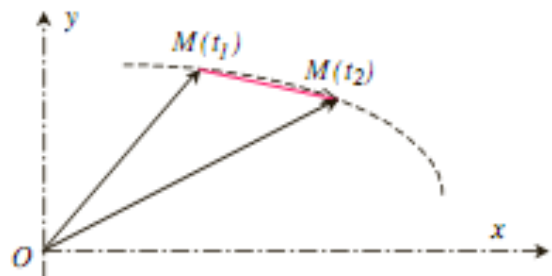
La vitesse est une grandeur vectorielle qui donne des informations sur l'évolution de la position d'un point par rapport au temps, son unité m / s.

Elle doit exprimer la direction instantanée du déplacement du point, le sens du déplacement ainsi que l'amplitude de la variation de ce déplacement.

La vitesse est une grandeur vectorielle dont la direction est tangente à la trajectoire.

- Vitesse moyenne : c'est la distance parcourue par unité de temps

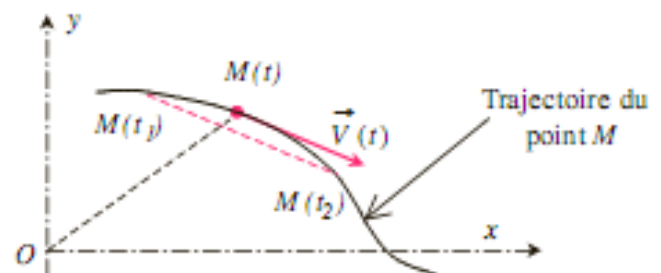
$$\vec{V}_m = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t}$$



- **Vitesse instantanée** : c'est la vitesse à un instant t , elle peut se définir comme une vitesse moyenne entre la position M_1 du point à l'instant t et la position M_2 de ce même point à l'instant $(t + \Delta t)$ ou Δt représente une durée très faible.

La vitesse moyenne d'un point M tend vers la vitesse instantanée à la date t lorsque Δt tend vers 0.

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{OM}(t + \Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$



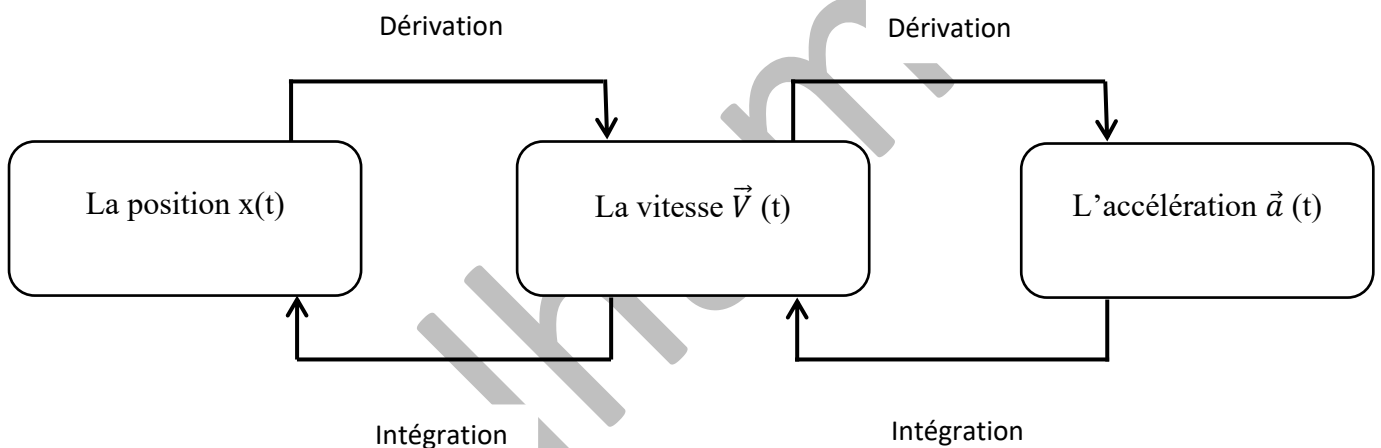
Lorsque M_2 tend vers M_1 , la corde $M_1 M_2$ tend vers la tangente à la trajectoire au point M d'où le vecteur vitesse est un vecteur tangent à la trajectoire au point considéré.

I-2-c/ Vecteur accélération

Tout comme le vecteur vitesse nous renseigne sur la variation du vecteur position par rapport au temps, le vecteur accélération nous renseigne sur les variations du vecteur vitesse par rapport au temps.

Le vecteur accélération représente donc la dérivée première par rapport au temps du vecteur vitesse ou bien la dérivée seconde du vecteur position.

Les trois équations horaires, qui sont la position $x(t)$, la vitesse $\vec{V}(t)$ et l'accélération $\vec{a}(t)$, sont des fonctions au sens mathématique qui peuvent se déduire les unes des autres par dérivation et intégration.



I-3/Expression du Vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes

Le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes est donné par :

$$\vec{V}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$$

$$\vec{V}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

La base cartésienne étant une base fixe au cours du temps, ses vecteurs unitaires sont donc indépendants du temps et leur dérivée par rapport au temps est nulle.

$$\vec{V}(t) = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$$

$$\vec{V}(t) = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

I-4/Expression du Vecteur accélération en coordonnées cartésiennes

Le vecteur accélération en coordonnées cartésiennes est donné par :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k})$$

La base cartésienne étant une base fixe au cours du temps, ses vecteurs unitaires sont donc indépendants du temps et leur dérivée par rapport au temps est nulle.

$$\vec{a}(t) = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad \vec{a}(t) = \ddot{X} \vec{i} + \ddot{Y} \vec{j} + \ddot{Z} \vec{k}$$

I-5/Expression du Vecteur vitesse en coordonnées polaires

$$\vec{V}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad \text{avec en Coordonnées polaires } \vec{OM} = r \vec{e}_r$$

$$\vec{V}(t) = \frac{d}{dt} (r \vec{e}_r) = \dot{r} \vec{e}_r + r \frac{d}{dt} \vec{e}_r$$

Rappel mathématique

Règle de dérivation d'une fonction composée :

Si on a $f=f(y)$ et $y=f(x)$ alors on a :

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$$

Dans notre cas y est l'angle θ et x représente le temps .

$$\text{Donc : } \frac{d}{dt} \vec{e}_r = \frac{d}{d\theta} \vec{e}_r \cdot \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \frac{d}{d\theta} \vec{e}_r \quad \text{Avec :}$$

$$\vec{e}_r = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j} \quad ; \quad \frac{d\vec{e}_r}{d\theta} = -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j} = \vec{e}_\theta$$

$$\vec{e}_\theta = -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j} \quad ; \quad \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} = -\cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j} = -\vec{e}_r$$

$$\frac{d}{dt} \vec{e}_r = \dot{\theta} \vec{e}_\theta \quad \text{et} \quad : \quad \frac{d}{dt} \vec{e}_\theta = -\dot{\theta} \vec{e}_r$$

Et donc l'expression de la vitesse en coordonnées polaires

$$\vec{V}(t) = \frac{d}{dt} (r \vec{e}_r) = \dot{r} \vec{e}_r + r \frac{d}{dt} \vec{e}_r$$

Devient :

$$\vec{V}(t) = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

I-6/Expression du Vecteur accélération en coordonnées polaires

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} (\dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta) = \ddot{r} \vec{e}_r + \dot{r} \frac{d}{dt} \vec{e}_r + \dot{r} \dot{\theta} \vec{e}_\theta + r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta + r \dot{\theta} \frac{d}{dt} \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a}(t) = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \vec{e}_\theta$$

I-7/Expression du Vecteur vitesse en coordonnées cylindriques

$$\vec{V}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad \text{avec en Coordonnées cylindriques} \quad \vec{OM} = r \vec{e}_r + z \vec{e}_z$$

$$\vec{V}(t) = \frac{d}{dt} (r \vec{e}_r + z \vec{e}_z) = \dot{r} \vec{e}_r + r \frac{d}{dt} \vec{e}_r + \dot{z} \vec{e}_z$$

$\vec{e}_z$ étant indépendant du temps ($\vec{k}$)

$$\vec{V}(t) = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{z} \vec{e}_z$$

I-8/Expression du Vecteur accélération en coordonnées cylindriques

$$\begin{aligned}\vec{a}(t) &= \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{z} \vec{e}_z) \\ &= \ddot{r} \vec{e}_r + \dot{r} \frac{d}{dt} \vec{e}_r + \dot{r} \dot{\theta} \vec{e}_\theta + r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta + r \dot{\theta} \frac{d}{dt} \vec{e}_\theta + \ddot{z} \vec{e}_z\end{aligned}$$

$$\vec{a}(t) = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}) \vec{e}_\theta + \ddot{z} \vec{e}_z$$

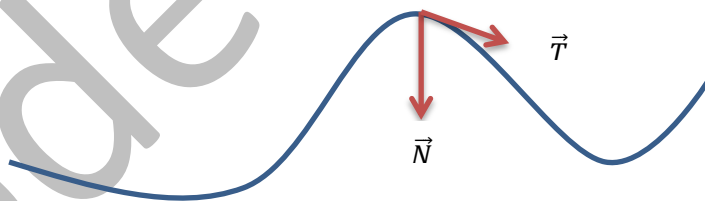
I-9/Repère de Frenet

C'est un repère mobile orthonormé (M , $\vec{T}$, $\vec{N}$)

$\vec{T}$ étant un vecteur unitaire tangent à la trajectoire

$\vec{N}$ étant un vecteur unitaire normal à la trajectoire, dirigée vers le centre de courbure de la trajectoire.

En tout point de la trajectoire, on peut définir un cercle (localement une portion de courbe, ressemble toujours, plus ou moins à un cercle), de rayon δ , rayon de courbure de la trajectoire.



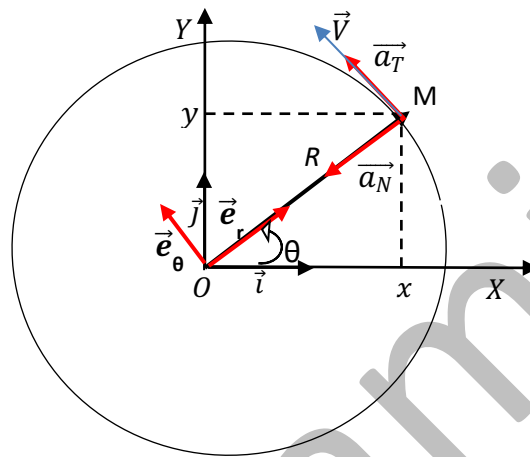
$\vec{v} = v \vec{u}_T$	$\vec{v}$ est tangent à la trajectoire
$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + \frac{v^2}{R} \vec{u}_N$	$\vec{a}$ est dirigé vers l'intérieur de la trajectoire

$a_T = \frac{dv}{dt}$ est la valeur de l'accélération tangentielle, Elle peut être positive, négative ou nulle.

$a_N = V^2 / R$ est la valeur de l'accélération normale, Elle peut être positive ou nulle.

R est le rayon de courbure de la trajectoire.

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \quad \text{d'où} \quad a^2 = a_n^2 + a_t^2$$



I-10/ Mouvement rectiligne

La trajectoire du point M est une droite dans le référentiel $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Il est évident alors de repérer le point M, sur cette droite confondue, par exemple, avec l'axe OX des coordonnées cartésiennes. Il n'y a alors qu'une équation horaire $x(t)$ et une seule composante pour les vecteurs vitesse et accélération.

$$\vec{V}(t) = V_x \vec{i} \quad \vec{V}(t) = \dot{X} \vec{i} \quad \vec{a}(t) = a_x \vec{i} \quad \vec{a}(t) = \ddot{X} \vec{i}$$

I-11/ Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Un mouvement rectiligne est uniforme si la vitesse est une constante $V = \dot{X} = C^{ste}$

$$\vec{V}(t) = v_0 \vec{i} = C^{ste} \quad \text{on a donc} \quad V_0 = C^{ste} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = V_0 dt \Rightarrow \int dx = \int V_0 dt$$

$$\Rightarrow x = V_0 t + x_0 \quad \text{équation horaire du MRU}$$

La constante x_0 est une constante d'intégration qui s'obtient à partir des conditions initiales.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(V_0 \vec{i}) = 0$$

MRU

$$x(t) = V_0 t + x_0$$

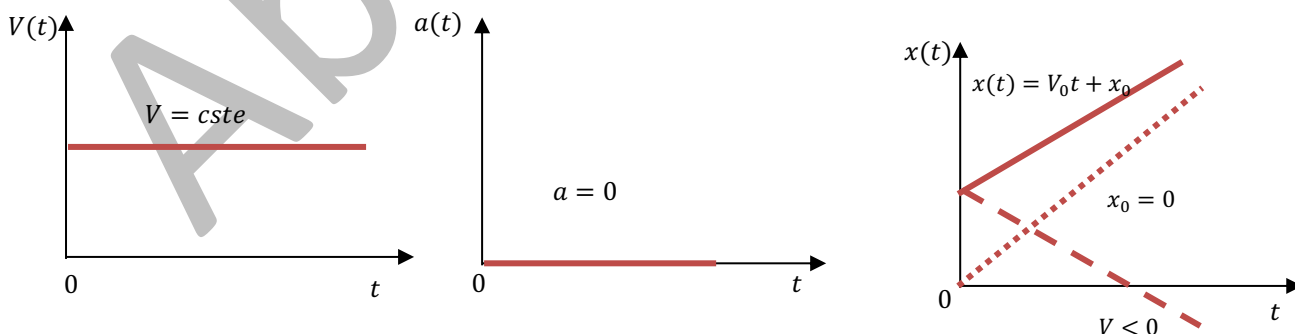
$$\vec{V}(t) = V_0 \vec{i} = C^{ste}$$

$$\vec{a}(t) = 0$$

I-11-1/Diagrammes du mouvement

Les diagrammes du mouvement rectiligne uniforme sont la représentation graphique de :

l'accélération : $a = 0 \text{ m/s}^2$, - la vitesse $V = V_0 = cste$, et du déplacement en fonction du temps : $x(t) = V_0 t + x_0$



I-12/ Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Le mouvement rectiligne est uniformément varié si l'accélération est une constante $\vec{a} = C^{ste} = a_0 \vec{i}$ selon OX

$$\vec{a} = C^{ste} = a_0 \vec{i} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = a_0 \vec{i} dt \Rightarrow \int d\vec{v} = \int a_0 \vec{i} dt \Rightarrow \vec{v} = (a_0 t + v_0)\vec{i}$$

Pour obtenir l'équation horaire $x(t)$, il faut intégrer $\vec{v}$

$$x(t) = \int (a_0 t + v_0) \vec{i}$$

$$X(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \quad \text{équation horaire du MRUV}$$

MRUV

$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$$

$$\vec{v}(t) = (a_0 t + v_0) \vec{i} = C^{ste}$$

$$\vec{a}(t) = a_0 \vec{i} = C^{ste}$$

Le mouvement rectiligne uniformément varié est soit accéléré ou décéléré (retardé).

Le mouvement est uniformément accéléré si le produit scalaire $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$ est positif

Le mouvement est uniformément décéléré si le produit scalaire $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$ est négatif

Le signe de l'accélération $\vec{a}$ ne suffit pas.

Il est possible d'obtenir une relation entre position, vitesse et accélération indépendamment du temps.

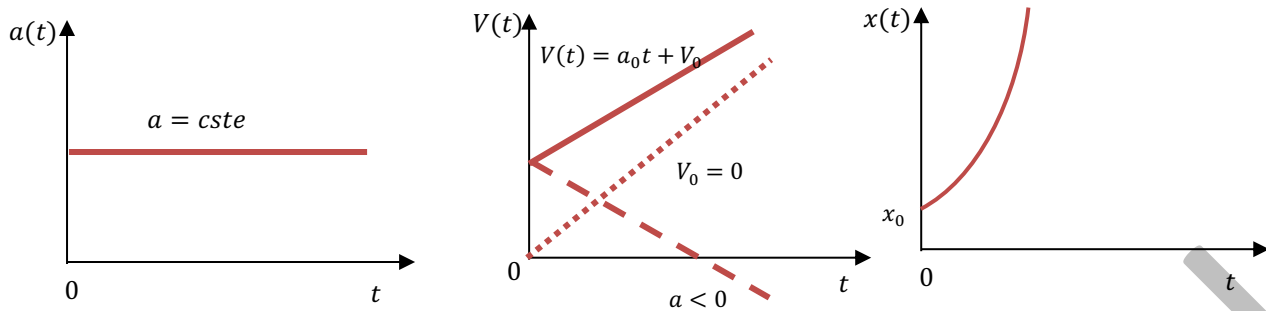
$$\text{On a : } v = a_0 t + v_0 \Rightarrow t = (v - v_0) / a_0$$

En remplaçant t par son expression dans l'équation horaire $x(t)$ on obtient :

$$2 a_0 (x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

I-12-1/Diagrammes du mouvement

Les diagrammes du mouvement rectiligne uniformément varié relatifs à l'accélération, la vitesse et le déplacement sont représentés dans la figure suivante :



I-13/ Mouvement circulaire

Dans un mouvement circulaire la trajectoire du point M est un cercle de centre O, et de rayon r, il est logique de choisir l'origine du repère le centre O du cercle, le système de coordonnées polaires est bien adapté pour ce type de mouvement.

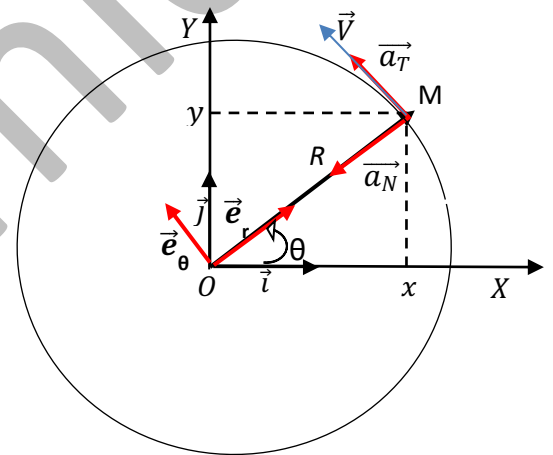
Avec $r = \text{constante}$ et $\theta = f(t)$

Les équations du mouvement s'écrivent :

$$\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$$

$$\vec{V}(t) = \frac{d}{dt}(r\vec{e}_r) = r\frac{d}{dt}\vec{e}_r = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a}(t) = -r\dot{\theta}^2\vec{e}_r + r\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$$



I-14/ Mouvement circulaire uniforme

Le mouvement circulaire est uniforme si la vitesse angulaire est une constante $\omega = \dot{\theta} = \text{Cste}$.

On obtient alors les équations du mouvement circulaire uniforme :

$$\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$$

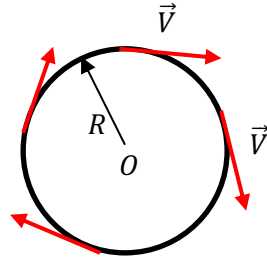
$$\vec{V}(t) = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta = r\omega\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\vec{e}_r$$

On peut écrire aussi :

$$\omega = \dot{\theta} = \text{Cste} \text{ donc } \theta = \omega t + \theta_0 = \dot{\theta}t + \theta_0$$

La vitesse angulaire ω étant constante, la composante tangentielle du vecteur accélération est nulle, il ne reste que la composante normale, c'est elle qui « fait tourner » c'est-à-dire que la composante normale nous renseigne sur les variations de la direction du vecteur vitesse et non de sa norme, qui est fixe, donc même si le mouvement est uniforme (V et ω sont constants) cette accélération existe nécessairement.



I-15/ Mouvement circulaire uniformément varié

Le mouvement circulaire est uniformément varié si l'accélération angulaire est une constante $\ddot{\theta} = Cste$

On obtient alors :

$$\dot{\theta} = \ddot{\theta}_0 t + \dot{\theta}_0$$

$$\theta = \frac{1}{2} \ddot{\theta}_0 t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$$

Le mouvement circulaire uniformément varié est soit accéléré ou retardé.

MCUA si le produit scalaire $\dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} > 0$

MCUR si le produit scalaire $\dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} < 0$

- **Comparaison entre les deux expressions de l'accélération du MC dans la base de Frenet et dans la base polaire.**

Repère de Frenet : $\vec{a} = a_T \cdot \vec{T} + a_N \cdot \vec{N}$

$$a_T = \frac{dv}{dt} \text{ et } a_N = \frac{v^2}{R}$$

Avec : $\vec{N} = -\vec{e}_r$ et $\vec{T} = \vec{e}_\theta$

MC base polaire : $\vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{e}_\theta - R\dot{\theta}^2\vec{e}_r$

Par identification :

$$a_T = R\ddot{\theta} \text{ et } a_N = R\dot{\theta}^2$$

$$\text{or } \vec{V} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta = R\omega\vec{e}_\theta \text{ et } V = R\omega \rightarrow \omega = \frac{V}{R}$$

$$\frac{dV}{dt} = R\dot{\omega} = R\ddot{\theta} \rightarrow a_T = \frac{dV}{dt} \text{ et } a_N = R\left(\frac{V}{R}\right)^2 = \frac{V^2}{R}.$$

- Comparaison entre MCU et MCUV

	M ^{vt} Circulaire uniforme	M ^{vt} Circulaire uniformément varie
Accélération angulaire	$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}_0 = 0$	$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}_0 = cste$
Vitesse angulaire	$\dot{\theta} = \omega = cste$	$\dot{\theta}(t) = \ddot{\theta}_0 t + \dot{\theta}_0$
Déplacement angulaire	$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \omega$ $\theta(t) = \dot{\theta}t + \theta_0 = \omega t + \theta_0$	$\theta(t) = \frac{1}{2} \ddot{\theta}_0 t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$

I-16/ Mouvement rectiligne sinusoïdal

L'équation horaire est une fonction sinusoïdale du temps du type :

$$X = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

C'est le mouvement, par exemple d'une masse accrochée à un ressort, ou du pendule simple sans frottements de l'air.

La quantité ω s'appelle la pulsation (unité rd/s)

X_m représente l'amplitude maximale du mouvement

$\Phi = \omega t + \varphi$ est la phase à l'instant t

ϕ représente la phase à l'origine

La période T est l'intervalle de temps constant qui sépare deux passages consécutifs du mobile au même point.

Un mouvement est donc dit périodique, lorsqu'il se répète à l'identique, à des intervalles de temps identiques (la période).

De l'instant t à $t + T$ la phase a augmenté de 2π et conserve sa valeur c'est-à-dire :

$$\omega[(t+T) + \phi] = \omega t + \phi + 2\pi \quad \Rightarrow \quad \omega T = 2\pi \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (secondes)}$$

On appelle oscillation le mouvement effectué par le mobile en une période

La fréquence f est le nombre d'oscillations en une seconde $f = \frac{1}{T}$ (hertz)

On en déduit que : $\omega = 2\pi f$

De l'équation horaire du mouvement on tire l'équation de la vitesse et de l'accélération :

$$X = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$V(t) = \frac{dx}{dt} = -Xmw \sin(wt + \varphi)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = +Xmw2 \cos(wt + \varphi)$$

Le mouvement sinusoïdal étant rectiligne on a pu travailler avec la forme scalaire de la vitesse et de l'accélération.

I-17/ Mouvement parabolique

L'équation de la trajectoire est une parabole.

MRU selon OX : $x(t) = v_0 t + x_0$

MRUV selon OY : $y(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + y_0$

Exemple : tir balistique sans frottements de l'air.

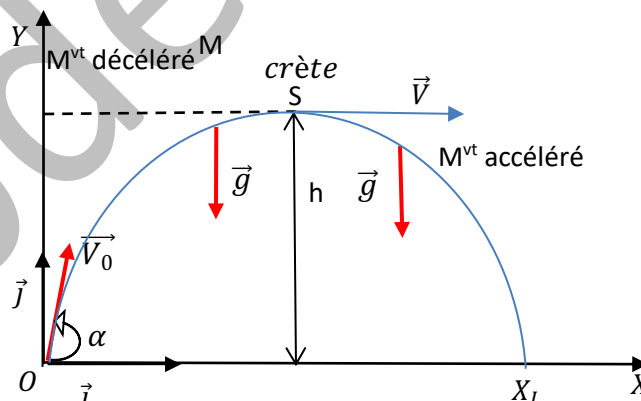
On lance un projectile M dans l'air avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale (ox), son mouvement s'effectue dans le plan (xoy), sa trajectoire est parabolique.

Pour étudier le mouvement de M, on détermine : son accélération, sa vitesse, sa position et sa trajectoire $y=f(x)$.

On décompose le mouvement de M suivant les deux axes ox et oy :

Selon **ox** : l'accélération $a_x = 0 \Rightarrow V_0 = cste \Rightarrow x(t) = V_{0x} t + x_0 \Rightarrow$ le MRU suivant ox.

Selon **oy** : l'accélération $a_y = -g \Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} at^2 + V_{0y} t + y_0 \Rightarrow$ le MRUV suivant oy.



• **Les équations horaires du mouvement :**

Selon ox :

$$a_x = \ddot{x} = 0 \Rightarrow \frac{dV_x}{dt} = 0 \Rightarrow dV_x = 0$$

$$\Rightarrow V_x = cste = C_1$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha, \forall t$$

$$\text{Et } V_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int dx = \int V_x dt$$

$$\Rightarrow x(t) = V_0 \cos \alpha \cdot t + x_0$$

A partir des conditions initiales :

$$t = 0: V_x(0) = V_0 \cos \alpha \text{ et } x_0 = 0.$$

$$\text{Donc : } x(t) = V_0 \cos \alpha \cdot t$$

Selon oy :

$$a_y = \ddot{y} = -g \Rightarrow \frac{dV_y}{dt} = -g$$

$$\Rightarrow \int dV_y = \int -g dt \Rightarrow V_y(t) = -gt + C_2$$

$$\text{A } t=0, C_2 = V_y(0) = V_0 \sin \alpha$$

$$\Rightarrow V_y(t) = -gt + V_0 \sin \alpha$$

$$\text{Et } V_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow \int dy = \int V_y dt$$

$$\Rightarrow y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha \cdot t + y_0$$

$$t = 0: y_0 = 0$$

$$\text{Donc : } y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha \cdot t$$

Donc les équations horaires du Mvt sont :

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}, \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y(t) = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{a} \begin{cases} 0 \\ -g \end{cases}$$

- L'équation de la trajectoire est obtenue en éliminant le temps : $y = f(x)$

$$\text{On a : } x(t) = V_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$$

On remplace t dans l'équation de $y(t)$:

$$y(t) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha}\right)^2 + V_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$$

$$y(t) = -\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x$$

Sous forme de : $y(t) = Ax^2 + Bx$ c'est l'équation d'une parabole.

- L'altitude maximale h : $V_y(t_p) = 0$, ou t_p : le temps de pointe.

$$V_y(t_p) = -gt_p + V_0 \sin \alpha = 0 \Rightarrow t_p = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$h = y(t_p) = -\frac{1}{2}gt_p^2 + V_0 \sin \alpha \cdot t_p = -\frac{1}{2}g\left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{g}$$

$$h = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g}$$

- Le temps pour lequel le projectile atteint le point I :

$$y(t_I) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt_I^2 + V_0 \sin \alpha t_I = 0$$

$$t_I \left(-\frac{1}{2}g t_I + V_0 \sin \alpha \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 & (\text{origine}) \\ t_I = \frac{2 V_0 \sin \alpha}{g} \end{cases} \Rightarrow t_I = \frac{2 V_0 \sin \alpha}{g}$$

- Calcul de la portée X_I :

On remplace t_I dans $x(t)$: $x(t_I) = V_0 \cos \alpha t_I = V_0 \cos \alpha \frac{2 V_0 \sin \alpha}{g}$

$$x(t_I) = \frac{2V_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$$

on a : $2 \cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha$, alors : $X_I = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

- Calcul de l'angle de tir pour lequel la portée X_I est maximale :

$$X_I = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \text{ est max si : } \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

Chapitre II Dynamique

II -1/ Introduction

La cinématique du point a permis de décrire le mouvement d'un objet, sans s'occuper des causes, c'est la dynamique qui permet de relier le mouvement à ses causes.

Newton a établi les lois fondamentales de la dynamique, notamment une loi (la 2^{ème}) reliant force et accélération, en d'autres termes elle permet de relier des grandeurs dynamiques (forces) à une grandeur cinématique (l'accélération).

II -2/ systèmes étudiés et actions mécaniques

Un point matériel M représente un système (un ou plusieurs objets physiques) dont la position peut être décrite par ces coordonnées et caractérisé par sa masse notée m.

Les actions mécaniques (les forces) sont les causes du mouvement, elles sont représentées par le vecteur force $\vec{F}$

L'unité de la force est le newton $1\text{N} = 1 \text{ Kg.m.s}^{-2}$

Le vecteur force est caractérisé par sa direction, son sens sa norme et son point d'application.

II -3/ différents types de forces

Il existe deux grandes catégories de forces :

- Forces d'interaction à distance ex : forces de gravitation le poids, force électromagnétiques.....
- Forces de contact ex : forces de frottement, tension d'un fil, réaction d'un support

II -3 -a/ poids d'un point matériel

Un point matériel M de masse m est soumis à son poids $\vec{p}$, force verticale et dirigée vers le bas, de norme

$$p = mg$$

$\text{poids en Newton} \leftarrow \vec{P} = m \vec{g} \rightarrow \text{champ de pesanteur } g = 9,81\text{m/s}^2$

↓
La masse en Kg

Le poids d'un corps, de masse m , correspond principalement à la force d'attraction gravitationnelle qu'exerce la terre sur lui

II -3 -b/ forces de contact

Les différentes forces de contact sont :

- Action du support sur lequel repose le système $\vec{R}$, ou réaction normale.
- Force de frottement solide entre le système et le support.
- Force de frottement visqueux avec un fluide (gaz ou liquide).
- Force de rappel d'un ressort
- Tension d'un fil

II -4/ lois de Newton

Les principes ou lois ne se démontrent pas, c'est à partir de l'observation d'un grand nombre d'expériences que le physicien est amené à énoncer une loi qui restera valide tant qu'une autre expérience ne la remettra pas en question.

La mécanique classique est construite à partir de trois lois que Newton a énoncées.

Un système matériel est un ensemble de points matériels.

Un système matériel est isolé, s'il n'existe aucune action venant de l'extérieur et exerçant sur le système
exemple : un cosmonaute dans l'espace

Un système matériel est pseudo-isolé si les actions extérieures qui agissent sur le système se compensent (tout se passe comme si le système était isolé), ainsi sur terre, un système ne peut être rigoureusement isolé puisqu'il subit obligatoirement l'action de son poids.

II -4-a/ vecteur quantité de mouvement

Le vecteur quantité de mouvement noté $\vec{P}$ d'un point matériel de masse m se déplaçant avec une vitesse $\vec{V}$

Dans un référentiel donné est défini par :

$$\vec{P} = m \vec{V}$$

II -5/ 1^{ère} loi de Newton (Principe d'inertie)

Dans un référentiel galiléen (R) , un système mécanique isolé ou pseudo-isolé est soit au repos soit en mouvement rectiligne uniforme.

$$\vec{V} = C^{ste} \Rightarrow \vec{P} = m \vec{V} = C^{ste} \Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad ; \quad V = C^{ste} = V_0 \text{ ou } V = 0 \text{ (objet au repos)}$$

Ce principe conduit à la loi de conservation de la quantité de mouvement totale d'un système isolé ou pseudo-isolé :

$$\vec{P} = \vec{P}' \quad \Rightarrow \quad m_1 \vec{V}_1 = m_2 \vec{V}_2 = m_3 \vec{V}_3$$

De cette première loi découle le principe fondamental de la statique : $\sum \vec{F} = \vec{0}$

Si un système est en équilibre, alors $\vec{V} = 0$ et $\vec{a} = 0 \Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$

Cependant l'inverse n'est pas vrai : si $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow$ le système est soit au repos ,soit en mouvement rectiligne uniforme ($\vec{V} = C^{ste}$).

II -6/ 2^{ème} loi de Newton (Principe fondamentale de la dynamique)

Dès qu'un système subit des actions provenant de l'extérieur, il n'est plus isolé, les conséquences sont une modification du mouvement qui se manifeste par une variation du vecteur quantité de mouvement qui ne se conserve plus.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} (m \vec{V}_G) = m \frac{d\vec{V}_G}{dt} = m \vec{a}_G$$

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

II -7/ 3^{ème} loi de Newton (Principe des actions réciproques)

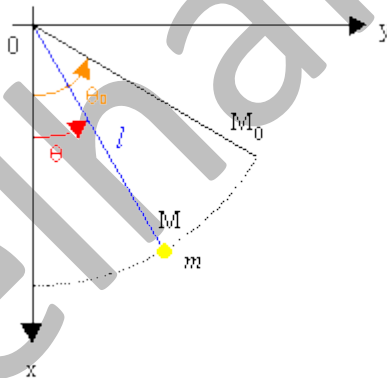
Soient deux systèmes S_1 et S_2 en interaction (à distance ou par contact)

A chaque fois qu'un système S_1 exerce une action (une force) $\vec{F}_{1-2}$ sur un système S_2 , alors le système S_2 exerce une action (une force) $\vec{F}_{2-1}$ sur le système S_1 .

Ces forces sont égales et opposées : $\vec{F}_{1-2} = - \vec{F}_{2-1}$

II -8/ Application (le pendule simple)

Un pendule simple est constitué d'une masse m considérée ponctuelle fixée à l'extrémité libre d'un fil de longueur l , on écarte la masse de sa position initiale d'un angle θ_0 , et on la lâche sans vitesse initiale, on néglige les frottements de l'air.



En utilisant le principe fondamental de la dynamique, déterminons l'équation horaire du mouvement du pendule.

D'après le PFD on a :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_G$$

En projetant sur la base polaire on aura :

$$mg \cos \theta - T = m a_{\vec{r}}$$

$$-mg \sin \theta = m a_{\vec{\theta}}$$

On sait qu'en coordonnées polaires, l'accélération est donnée pour un mouvement circulaire ($r = \text{Cste}$)

$$\vec{a}(t) = -r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r + r \ddot{\theta} \vec{e}_{\theta}$$

Avec $r = l$,

En combinant les deux équations on obtient :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

Le pendule est un oscillateur harmonique si l'angle θ est suffisamment petit pour que $\sin \theta \approx \theta$, l'équation différentielle obtenue pourra alors être linéarisée.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

On pose $\sqrt{\frac{g}{l}} = W$ (pulsation)

$$\ddot{\theta} + W^2 \theta = 0$$

L'équation du mouvement du pendule est alors une équation différentielle du second ordre sans second membre, elle admet pour solution :

$$\theta(t) = A_1 \cos wt + A_2 \sin wt$$

Les oscillations sont sinusoïdales (oscillateur harmonique non amorti) car on a négligé les frottement de l'air.

Les constantes A_1 et A_2 sont des constantes d'intégration que l'on détermine à partir des conditions initiales.

$$\text{à } t=0, \quad \theta(t) = \theta_0 = A_1 \cos 0 + A_2 \sin 0 \quad \Rightarrow \quad A_1 = \theta_0$$

$$\text{à } t=0, \quad V(t) = V_0 = 0 = -A_1 \sin 0 + A_2 \cos 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad A_2 = 0$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos wt$$

la période est donnée par :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

II -9/ Moment d'une force

Il est possible de donner une autre forme au principe fondamentale de la dynamique en introduisant une nouvelle grandeur cinématique intéressante, lorsqu'un système (point matériel) tourne autour d'un point ou un axe « le moment d'une force ».

Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un point O ou un axe Δ exprime l'aptitude de cette force à produire une rotation autour du point O ou de l'axe Δ passant par O

L'expression du moment d'une force est donné par le produit vectoriel du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ et la force $\vec{F}$

$$\vec{M}_0(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$$

$$\vec{M}_0(\vec{F}) = OM \cdot F \cdot \sin \alpha \vec{u}$$

L'unité du moment d'une force est le N.m

Un corps est en équilibre et au repos si

- la somme des forces qui lui sont appliquées est nulle
- La somme des moments des forces appliquées est nulle
- la vitesse du corps est nulle

II -10/ Moment cinétique

On appelle moment cinétique noté $\vec{L}_0$ ou $\vec{L}_\Delta$ du point M en rotation autour d'un point O ou autour de l'axe Δ passant par O, le moment de sa quantité de mouvement.

$$\vec{L}_0 = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}$$

L'unité du moment cinétique $\text{Kg.m}^2.\text{S}^{-1}$

En coordonnées polaires on obtient :

$$\vec{L}_0 = r\vec{e}_r \wedge m(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta)$$

$$\vec{L}_0 = r\vec{e}_r \wedge m\dot{r}\vec{e}_r + r\vec{e}_r \wedge mr\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

$$\vec{L}_0 = mr^2\dot{\theta}\vec{K}$$

$$\vec{L}_0 = J\vec{\omega}$$

On appelle la quantité $J = mr^2$ le moment d'inertie.

Il décrit la répartition de la masse dans l'espace.

II -11/ Théorème du moment cinétique (TMC)

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_0) = \sum \vec{M}_0(\vec{F})$$

Démonstration

$$\vec{L}_0 = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}$$

On dérive cette expression par rapport au temps :

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_0) = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V})$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_0) = \frac{d}{dt}\overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V} + \overrightarrow{OM} \wedge \frac{d}{dt}m\vec{V}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_0) = 0 + \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{a} = \overrightarrow{OM} \wedge \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \sum \vec{M}_0(\vec{F})$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}(\vec{L}_0) = \sum \vec{M}_0(\vec{F})}$$

II-12/Analogie entre grandeurs de translation et de rotation

Il est intéressant, de mettre en évidence, une analogie entre grandeur de translation et grandeurs de rotation, en effet on peut substituer à l'association force--- principe fondamental de la dynamique (PFD), la relation moment de force ----- théorème du moment cinétique (TMC), le moment cinétique joue pour la rotation un rôle équivalent à la quantité de mouvement pour la translation.

Vitesse linéaire	$\vec{V}$	Vitesse angulaire	$\omega = \dot{\theta}$
Accélération	$\vec{a}$	Accélération angulaire	$\ddot{\theta} = \dot{\omega}$
Force	$\vec{F}$	Moment de force	$\vec{M}_O(\vec{F})$
Masse(inertie)	M	Moment d'inertie	$J = mr^2$
Quantité de mouvement	$\vec{P} = m \vec{V}$	Moment cinétique	$\vec{L}_O = J \vec{\omega}$
Energie Cinétique	$E_c = \frac{1}{2} m V^2$	Energie Cinétique	$E_c = \frac{1}{2} J \omega^2$
PFD	$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$	TMC	$\frac{d}{dt} (\vec{L}_O) = \sum \vec{M}_O(\vec{F})$

Chapitre III Travail, Puissance & énergie

III-1 / Généralités

L'énergie est une grandeur fondamentale de la physique, qui permet de résoudre certains problèmes de la mécanique du point par une équation scalaire que l'on pouvait résoudre aussi par la forme vectorielle du principe fondamental de la dynamique.

III-2 / Travail d'une force

Une force qui modifie le mouvement d'un objet qui était initialement au repos, ou provoque sa déformation travaille, le travail d'une force exprime donc l'effort qu'il faut fournir pour déplacer un objet. On le note W du mot anglais work.

On appelle travail élémentaire de la force $\vec{F}$ pendant la durée dt , le produit scalaire de cette force par le déplacement élémentaire $\vec{dl}$ noté aussi $d\vec{OM}$

$$\delta w = \vec{F} \cdot \vec{dl}$$

On peut l'exprimer autrement, comme la vitesse est la dérivée du déplacement par rapport au temps,

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d\vec{l}}{dt} \quad \text{donc} \quad \vec{dl} = \vec{V} dt$$

$$\delta w = \vec{F} \cdot \vec{dl} = \vec{F} \cdot \vec{V} . dt$$

Le travail de la force $\vec{F}$ le long d'un trajet AB ou (courbe C) est égale à la somme des travaux élémentaires.

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \sum \delta w = \int_A^B \delta w$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{dl}$$

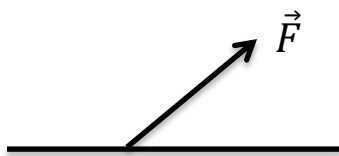
III-2-a / Travail d'une force constante sur un déplacement rectiligne

Le travail de la force sur le déplacement AB est donné par le produit scalaire de cette force par le déplacement AB.

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \vec{F} \cdot \int_A^B d\vec{l}$$

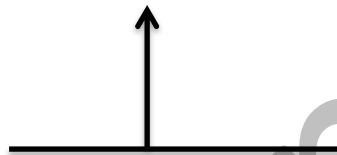
$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

Unité: N.m , 1N.m = 1 joule



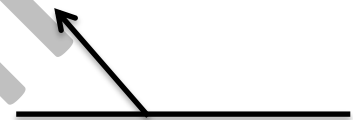
Le travail est moteur

$$W > 0 \quad (\alpha < \frac{\pi}{2})$$



le travail est nul

$$W = 0 \quad (\alpha = \frac{\pi}{2})$$



le travail est résistant

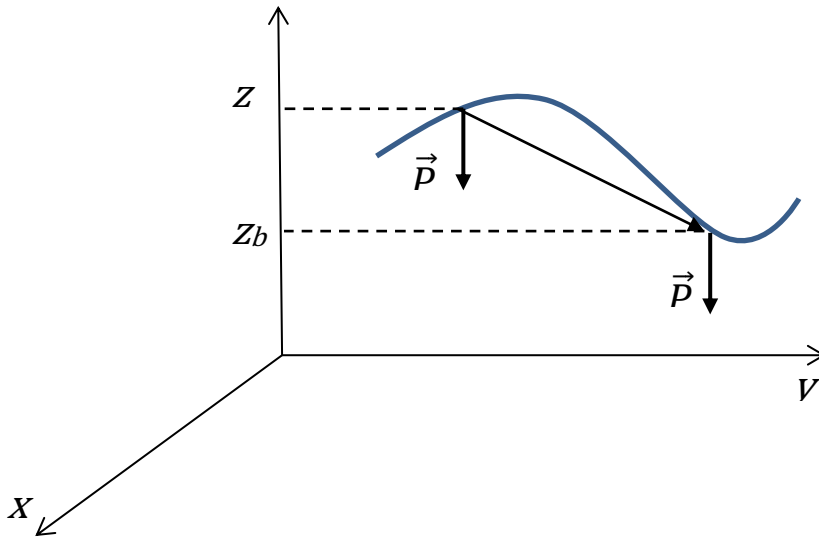
$$W < 0 \quad (\alpha > \frac{\pi}{2})$$

III-2-a / Travail d'une force constante sur un déplacement quelconque.

Prenons comme exemple de travail d'une force constante , le travail du poids.

Soit un point matériel M de masse m ,il est donc soumis à son poids $\vec{P}$ qui est une force constante durant le temps .

Le travail du poids sur un déplacement AB est donc le produit scalaire du poids $\vec{P} = m\vec{g}$ par le vecteur déplacement $\vec{AB}$.



$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{l} = \vec{P} \cdot \int_A^B d\vec{l} = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

$$\vec{P} \cdot \vec{AB} = (0\vec{i} + 0\vec{j} - mg\vec{k}) \cdot (x_b - x_a)\vec{i} + (y_b - y_a)\vec{j} + (z_b - z_a)\vec{k}$$

$$\vec{P} \cdot \vec{AB} = -mg(z_b - z_a) = -mg\Delta h$$

La différence d'altitude entre le point A et B est donné par :

$$\Delta h = z_b - z_a$$

En remarquant que

$$AB \cdot \cos \alpha = z_a - z_b$$

On peut écrire que

$$\vec{P} \cdot \vec{AB} = -mg(z_b - z_a) = -mg\Delta h = mg \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

On constate que le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi, mais dépend seulement de la différence d'altitude entre le point de départ A et le point d'arrivée B, on dit que le poids est une force conservative.

Si le point M descend, $\Delta h < 0$, le travail est positif, on dit qu'il est moteur.

Si le point M monte, $\Delta h > 0$, le travail est négatif, on dit qu'il est résistant.

III-2-b / Travail d'une force variable sur un déplacement quelconque.

Prenons comme exemple de force variable la force élastique $\vec{T}$, ou la tension d'un ressort qui varie avec l'état d'étirement Δx de celui-ci.

$$\vec{T} = -K \Delta x \vec{i}$$

Le travail de la tension du ressort d'une position A à une position B est donné par :

$$W(\vec{T})_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{T} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{T} \cdot d\vec{x} = \int_A^B -Kx \cdot dx = -K \int_{x_a}^{x_b} x \cdot dx$$

$$W(\vec{T})_{A \rightarrow B} = \frac{1}{2}Kx_a^2 - \frac{1}{2}Kx_b^2$$

On Remarque que le travail de la tension du ressort ne dépend pas aussi du chemin suivi mais uniquement de la position initiale et la position finale. La tension du ressort est une force conservative .

Forces conservatives $\vec{F}^C$

Toutes les forces dont le travail ne dépend
suivi exemples :

- Travail du poids
- Travail de la tension d'un ressort
- Travail d'une force constante en norme
et en direction.

Forces non conservatives $\vec{F}^{NC}$

Toutes les forces dont le travail dépend du chemin
suivi, exemples :

Forces de frottement

III-3 / Puissance d'une force

La puissance d'une force nous renseigne sur la rapidité avec laquelle le travail de cette force est effectué.

Un même travail, peut donc être réalisé plus ou moins rapidement.

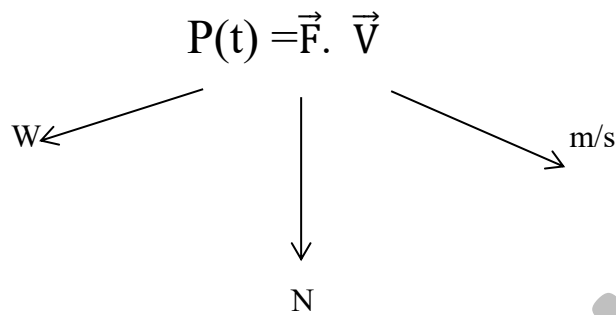
La puissance moyenne est donnée par le rapport du travail effectué pendant une durée Δt :

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

L'unité de la puissance est le watt, il correspond à un travail de 1 joule effectué en 1 seconde.

La puissance instantanée correspond au travail effectué par la force pendant la durée élémentaire dt .

$$P(t) = \frac{\delta W}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{l}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{V}$$



On peut établir une relation entre le travail et la puissance d'une force :

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \sum \delta w = \int_A^B \delta w$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_{t_a}^{t_b} \vec{F} \cdot \vec{V} \cdot dt = \int_{t_a}^{t_b} P \, dt$$

III-4 / Energie

L'énergie est une grandeur scalaire qui permet de résoudre de nombreux problèmes de dynamique, on distingue trois types d'énergie :

III-4-a / Energie cinétique

C'est l'énergie liée au mouvement et donc à la vitesse $\vec{V}$

$$E_c = \frac{1}{2} m V^2$$

Le théorème de l'énergie cinétique est donné par :

$$\frac{1}{2} m V_b^2 - \frac{1}{2} m V_a^2 = E_c(B) - E_c(A) = \Delta E_c = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{ext}})$$

La variation de l'énergie cinétique d'un point matériel, soumis à un ensemble de forces extérieures entre une position A et une position B est égale à la somme des travaux de toutes ces forces (conservatives et non conservatives).

Démonstration :

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$\text{D'où : } \Sigma W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \Sigma \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \Sigma \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

or

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\text{et } \vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d\vec{l}}{dt} \quad \text{donc} \quad d\vec{l} = \vec{v} dt$$

$$\Sigma W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_A^B m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{l} = \int_A^B m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

$$\Sigma W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{1}{2} m v_a^2 = E_c(B) - E_c(A) = \Delta E_c$$

III-4-b / Energie potentielle

L'énergie potentielle est l'énergie liée à la position.

Le travail d'une force conservative ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement de l'état initial (A) et final (B), ce travail peut s'exprimer à partir d'une fonction E_p appelée énergie potentielle.

Le théorème de l'énergie potentielle est donné par :

$$E_p(B) - E_p(A) = \Delta E_p = - \Sigma W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_c)$$

La variation de l'énergie potentielle entre deux points A et B est égale à l'opposé du travail des forces conservatives entre ces deux points.

- Energie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = mgh = - W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$
- Energie potentielle élastique : $E_{pe} = \frac{1}{2} K \Delta l = - W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$

III-4-c / Energie mécanique

L'énergie mécanique d'un système est égale à la somme des énergies cinétique et potentielle de ce système.

$$E_{\text{mec}} = E_c + E_p$$

Le théorème de l'énergie mécanique est donné par :

$$\Delta E = E_{\text{mec}}(B) - E_{\text{mec}}(A) = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{NC}})$$

La variation de l'énergie mécanique entre deux points A et B est égale à la somme des travaux des forces non conservatives entre ces deux points.

Démonstration :

Le théorème de l'énergie cinétique (TEC) nous donne : $\Delta E_c = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{ext}})$

$$\Delta E_c = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_c) + \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{NC}}) = E_c(B) - E_c(A)$$

Or $E_p(B) - E_p(A) = \Delta E_p = - \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_c)$

Donc $E_p(A) - E_p(B) = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_c)$

D'où: $\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = E_p(A) - E_p(B) + \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{NC}})$

$$\sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{NC}}) = E_c(B) - E_c(A) + E_p(B) - E_p(A)$$

$$\sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{NC}}) = \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E$$

Si le système est conservatif ou isolé, alors il y a conservation de l'énergie mécanique :

$$\Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E = 0$$

Donc on peut dire que si un système est conservatif c'est-à-dire que s'il n'est soumis qu'à des forces conservatives ou qui ne travaillent pas, alors la variation de l'énergie mécanique de ce système est nulle.

ANNEXES COURS

ANNEXES COURS

Université Batna 2
Faculté de Technologie
Socle Commun sciences et technologies
Année Universitaire 2020/2021

Physique 1 F112

Rappels Mathématiques

(Produit scalaire, produit vectoriel)

EXERCICE 1/

Soient les vecteurs suivants dans un repère orthonormé $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

$$\vec{R} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} ; \quad \vec{P} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} ; \quad \vec{T} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

Calculer le module de chaque vecteur.

Calculer les composantes et le module des vecteurs

$$\vec{A} = \vec{R} + \vec{P} + \vec{T} ; \quad \vec{B} = \vec{R} + 2\vec{P} - \vec{T} ; \quad \vec{C} = \vec{R} + 2\vec{P}$$

Quel est le vecteur unitaire porté par le vecteur $\vec{C}$

Calculer le produit scalaire et le produit vectoriel des deux vecteurs $\vec{R}$ et $\vec{P}$

EXERCICE 2/

soient les points suivants : M1 (1,1,1) ; M2(2,2,1) ; M3 (2,1,0)

Trouver l'angle formé par les vecteurs $\vec{M2M1}$ et $\vec{M2M3}$.

EXERCICE 3/

On donne les trois vecteurs $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ et $\vec{OC}$

$$\vec{OA} = \vec{i} + \vec{j} ; \quad \vec{OB} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} ; \quad \vec{OC} = 4\vec{j} - 3\vec{k}$$

Calculer le volume du parallélépipède formé par ces trois vecteurs.

Trouver un vecteur unitaire perpendiculaire aux vecteurs suivants $(\vec{i} + \vec{j})$ et $(\vec{i} + \vec{k})$

EXERCICE 5/

Une molécule est constituée de 4 atomes. Soient : A (2, 1, 1), B (1, 2, 1), C (1, 2, 2), D (2, 2, 1) les positions de ces atomes définies dans un repère orthonormé de R 3 ayant pour unité l'angström Å.

Calculer la longueur des liaisons A-B, A-C et A-D et les angles entre les liaisons $\alpha = (\vec{AB}, \vec{AC})$, $\beta = (\vec{AB}, \vec{AD})$ et $\gamma = (\vec{AC}, \vec{AD})$

En utilisant le produit vectoriel $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ calculer l'aire du parallélogramme ABCD, ainsi que le volume du parallélépipède ABCD.

Donner les composantes d'un vecteur normal au plan ABC.

Faculté de Technologie
Socle Commun sciences et technologies
Année Universitaire 2020/2021

Physique 1 F112

Rappels Mathématiques

Coordonnées polaires, cylindriques et sphériques

EXERCICE 1 : Soient les points $A(2,1)$, $B(1,1)$ et $C(1,2)$ dans un repère cartésien.

1) Calculer les coordonnées polaires (r, θ) de ces trois points.

2) Exprimer les vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{BC}$ en coordonnées cartésiennes et polaires

EXERCICE 2 : Représenter puis donner les coordonnées cartésiennes des points polaires suivants :

$A(2, \pi/3)$; $B(\sqrt{2}, -\pi/4)$; $C(2, -2\pi/3)$

EXERCICE 3 : Soit un point $M(x,y,z)$ dans un repère cartésien, on appelle (r, θ, z) les coordonnées cylindriques et (ρ, θ, ϕ) les coordonnées sphériques.

Rappeler les relations permettant d'obtenir (x,y,z) en fonction de ces coordonnées, et exprimer r et ρ à l'aide de x,y,z .

EXERCICE 4 : Soient les points suivants dans un repère cartésien: $A(1,0,0)$, $B(\sqrt{2}/4, \sqrt{6}/4, \sqrt{2}/2)$.

Calculer les coordonnées sphériques de ces points.

Calculer les coordonnées cylindriques de ces points.

Socle Commun sciences et technologies
Année Universitaire 2020/2021

physique F 112
Cinématique du point matériel

Exercice 1 :

Les équations paramétriques du mouvement d'un mobile sont en coordonnées cartésiennes de base $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

$$X = t - 3 \quad ; \quad Y = 2t^2 + 4t - 1$$

1 / trouver l'équation et la nature de la trajectoire.

2/ exprimer en coordonnées cartésiennes le vecteur vitesse instantanée et le vecteur accélération.

Exercice 2 :

Dans un repère cartésien (O, x, y) , muni de la base $(\vec{i}, \vec{j})$ un point M en mouvement a pour équations horaires : $X = 2\cos(t^2 + 3t + 2)$ et $Y = 2\sin(t^2 + 3t + 2)$

- 1- Donner l'équation de la trajectoire, quelle est sa nature ?
- 2- Exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}$, donner son module.?
- 3- Donner le vecteur accélération $\vec{a}$ et son module ?
- 4- Donner les coordonnées polaires du point M ?
- 5- Donner le vecteur position, vitesse et accélération en coordonnées polaires ?

Exercice 3 :

Soit le vecteur position $\overrightarrow{OM} = 2t\vec{i} - (t^3 + t)\vec{j} + (t^2 - 2t)\vec{k}$

Calculer le vecteur vitesse et le vecteur accélération pour $t=3s$.

Exercice 4 :

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, un point mobile M dans (P) est animé relativement à ce repère d'un mouvement tel que le vecteur accélération est à tout instant défini par :

$$\vec{a} = - (12 \cos 2t) \vec{i} - (8 \sin 2t) \vec{j}$$

On a pour $t=0$ le mobile est au point A(8,0) et sa vitesse est $\vec{V}_0 = 4 \vec{j}$

a/ Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(t)$ à l'instant t.

b/ Déterminer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$

c/ Trouver l'équation de la trajectoire $Y = f(X)$ puis tracer cette trajectoire sur un repère OXY.

Exercice 5 :

Un mobile se déplace dans le plan (XOY) de sorte que :

$$V_x = 4t \text{ et } V_y = 4t^3 + 4t$$

Si le mobile se trouve au point M(2,1) à l'instant initial $t=0s$, trouver l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.

Exercice 6 :

Un mobile M est repéré dans le plan XOY par ses coordonnées polaires $r(t)$ et $\Theta(t)$.

1/ a/ exprimer à l'instant t , les vecteurs unitaires polaires $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_\theta$ en fonction des vecteurs unitaires cartésiens $\vec{i}$ et $\vec{j}$

b/ déterminer les expressions de $\frac{d\vec{e}_r}{dt}$ et $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt}$

2/ soit $r(t) = C \Theta(t)$ et $\Theta(t) = wt$

a/ déterminer le vecteur vitesse $\vec{v}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ en coordonnées polaires en fonction de C , w et t . En déduire le module de ces vecteurs.

b/ déterminer le vecteur vitesse $\vec{v}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ en coordonnées cartésiennes en fonction de C , w et t .

C/ soit $C = \frac{1}{\pi}$ et $w = \frac{\pi}{4}$ (SI)

Représenter, à l'instant $t=1s$, les vecteurs position et vitesse à l'échelle : $1cm \rightarrow 0,10 m$;

$1cm \rightarrow 0,10 m/s$

Université Batna2
Faculté de Technologie
Socle Commun sciences et technologies
Année Universitaire 2020/2021

Physique1 Cinématique du point matériel

Exercice 1 :

Une particule se déplace le long de l'axe OX de telle sorte que sa position à chaque instant est donnée par : $X(t) = 5t^2 + 1$, Où X est exprimé en mètres et t en secondes.

Calculer la vitesse moyenne dans les intervalles : $[2s, 3s]$; $[2s, 2,1s]$; $[2s, 2,001s]$; $[2s, 2,0001s]$.

Calculer la vitesse instantanée à l'instant $t=2s$. Conclure.

Exercice 2 :

Un objet ponctuel décrit une trajectoire définie en coordonnées polaires (R, θ) par les équations paramétriques suivantes : $R(t) = a(1 + \cos\theta)$; et $\theta(t) = \omega t$. Avec $a=30cm$.

-étudier ce mouvement dans le cas où $\dot{\theta}(t) = \omega = C^{ste} > 0$, pour cela déterminer la vitesse et l'accélération du mobile en tout point de la trajectoire en coordonnées polaires.

-calculer le rayon de courbure à $t=0s$.

Exercice 3 :

Un point mobile se déplace sur une parabole d'équation $Y=X^2$ de sorte que $X=2t$, déterminer :

- La vitesse et l'accélération de ce point dans le système d'axes (OX,OY)
- Le rayon de courbure de la trajectoire en fonction du temps.

Exercice 4 :

Soit la trajectoire C repérée par : $\vec{r} = 3\cos 2t \vec{i} + 3\sin 2t \vec{j} + (8t - 4) \vec{k}$

Trouver un vecteur unitaire tangent à la courbe

Exercice 5 : Le mouvement d'un point est donné par son vecteur position $\vec{r} = t \vec{i} + \frac{1}{2} t^2 \vec{j} + t \vec{k}$, Trouver :

- le vecteur vitesse et le vecteur accélération.

-l'accélération tangentielle et l'accélération normale, en déduire le rayon de courbure.

-le vecteur unitaire $\vec{e}_t$ porté par la tangente.

-le vecteur $\vec{e}_n$ porté par la normale.

Exercice 6 :

On considère un mobile M se déplaçant sur un plan XOY avec une vitesse $\vec{V}(t)$ dont les composantes $V_x(t)$ et $V_y(t)$ sont représentées sur les graphes de la figure 1.

1/ Représenter les graphes $a_x(t)$ et $a_y(t)$.

2/ Sachant qu'à $t=0s$, $x=0m$ et $y=-4m$, donner l'expression de la trajectoire $y=f(x)$ pour $t \in [0s, 13s]$

compléter le tableau ci-dessous et tracer la trajectoire du mobile pour $t \in [0s, 13s]$

échelle : $1cm \rightarrow 2m$

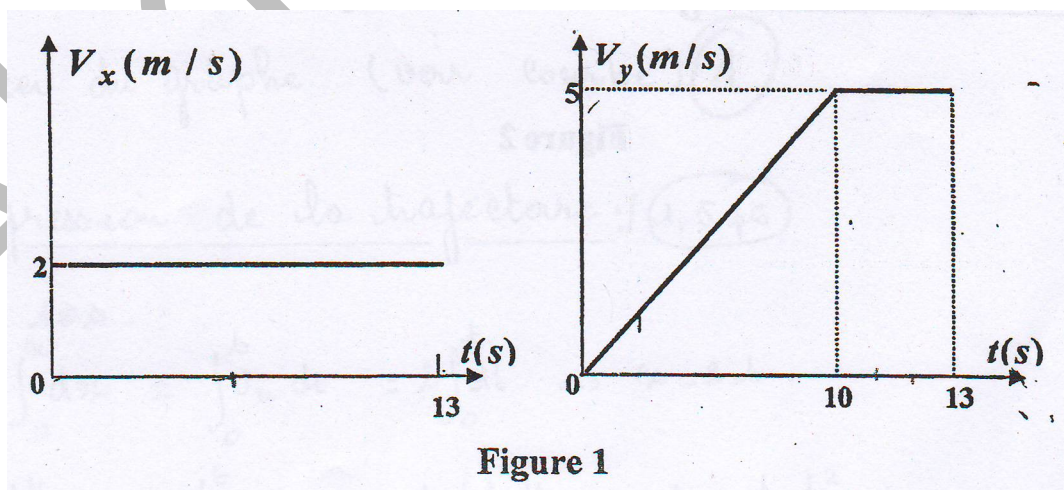
t (s)						
X (m)						
Y (m)						

3/représenter la vitesse $\vec{V}$ et l'accélération $\vec{a}$ à $t=5s$.

échelle $4cm \rightarrow 1m/s^2 \rightarrow$ et $1cm \rightarrow 2m/s$.

4/ donner l'expression du module de la vitesse pour $t \in [0s, 10s]$

5/ donner les composantes tangentielle et normale de l'accélération à $t=5s$.



Université Batna2
Faculté de Technologie
Socle Commun sciences et technologies
Année Universitaire 2020/2021

physique F 112
Mouvements usuels

(Mouvement rectiligne MRU & MRUV)

Exercice 1 : Promenade en forêt

Un randonneur se situant en un point A s'est égaré en forêt. Il marche alors pendant 2h à la vitesse $v_1 = 6$ km/h dans la direction Nord-Est jusqu'à un point B puis 1h30 dans la direction Sud à la vitesse $v_2 = 4$ km/h avant de retrouver la sortie de la forêt en C.

a) Déterminer la distance totale (AC) parcourue par le randonneur entre le point de départ A et le point d'arrivée C.

b) Combien de temps aurait-il mis en marchant directement de A vers C à la vitesse

$v_3 = 6$ km/h ?

c) Dans quelle direction aurait-il dû partir ? Donner l'angle en degrés que fait cette direction avec l'axe Ouest-Est.

Exercice 2 :

Un véhicule se déplaçant sur une ligne droite horizontale a une accélération constante $a = 6 \text{ m.s}^{-2}$. Déterminer le temps mis pour passer de 0 à 100 km.h^{-1} . Ainsi que la distance parcourue.

Exercice 3 :

Une voiture C roule à la vitesse constante $V_0 = 90 \text{ km.h}^{-1}$. Sur une route horizontale et droite, Un motard M qui démarre à $t=0$ au moment où la voiture passe à sa hauteur, accélère uniformément, il atteint $V=90 \text{ km.h}^{-1}$ au bout de $t=10 \text{ s}$.

1/ Quel temps T faudra-t-il au motard pour rattraper la voiture.

2/ Quelle sera alors la distance d parcourue.

3/ Quelle sera la vitesse V_1 acquise par le motard.

Exercice 4 :

Une fois ses passagers installés, un tramway quitte l'arrêt. Le tramway accélère tout d'abord avec une accélération $a_1 = 1.3 \text{ m/s}^2$ pendant 10 s jusqu'à atteindre sa vitesse de déplacement v_d . Il se déplace alors avec cette vitesse constante v_d pendant une minute lorsque le conducteur aperçoit devant lui un obstacle sur les voies situé à 50 m.

1/ quelle est la distance parcourue par le tramway au moment où le conducteur aperçoit l'obstacle ?

2/ sachant que le freinage d'urgence correspond à une décélération $a_2 = 3 \text{ m/s}^2$ et que le temps de réaction du conducteur est de 2s, le tramway pourra-t-il s'arrêter avant de heurter l'obstacle ?

3/ tracer sur un graphique la vitesse en fonction du temps.

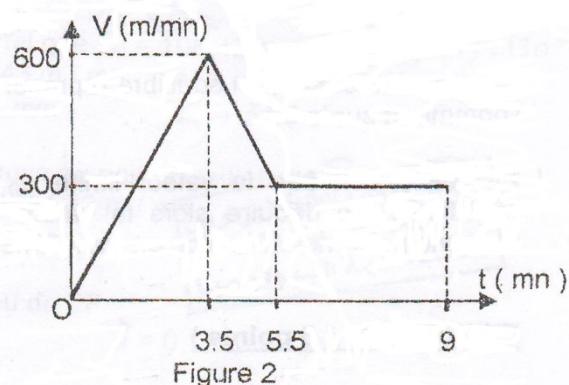
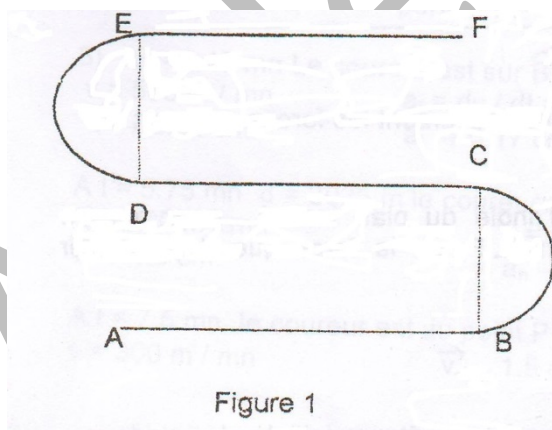
Exercice 5(MR & MC) :

La piste ABCDEF (Figure 1) est de trois parties rectilignes AB, CD et EF de 900 m de long chacune et de deux virages en demi-cercle de même rayon R ($R=47,75 \text{ m}$).

Un coureur part de A à l'instant $t = 0$ et se dirige vers F. Le diagramme de sa vitesse est donnée par la figure 2. La durée totale de la course est $t = 9 \text{ mn}$.

1/ Déterminer pour chaque portion de parcours la nature du mouvement du coureur.

2/ Donner l'accélération du coureur à $t = 5,75 \text{ mn}$.



Socle Commun sciences et technologies
Année Universitaire 2020/2021

Mouvements curvilignes

Exercice 1

Un obus sphérique, assimilé à un point matériel M est lancé dans l'air avec une vitesse $\vec{V}_0$ depuis le point O origine du repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, la vitesse $\vec{V}_0$ fait un angle α avec l'horizontale, on néglige tout frottements.

Déterminer les équations du mouvement du projectile.

Déterminer l'équation de la trajectoire du projectile.

Déterminer l'altitude maximale atteinte par le projectile.

Calculer le temps pour lequel le projectile atteint le sol.

Déterminer la portée (distance entre O et le point de chute sur l'axe horizontale).

Pour quel angle α la portée est-elle maximale ?

Exercice 2

Un pigeon vole horizontalement à une altitude h avec une vitesse constante $\vec{V}_p = V_p \vec{i}$

Un chasseur tire une flèche de masse négligeable (elle n'est pas soumise à l'effet de l'accélération gravitationnelle) au moment où le pigeon se trouve sur sa verticale (voir figure)

la flèche part à une vitesse initiale V_f qui fait un angle ϕ avec l'horizontale.

Déterminer les équations de mouvement du pigeon ainsi que celles de la flèche.

En déduire la valeur de l'angle ϕ pour que la flèche touche le pigeon.

Déterminer la position de l'impact X_I .

Une fois le pigeon touché, il chute avec l'accélération $\vec{a} = -g \vec{j}$.

Déterminer l'endroit X_c où il va s'écraser.

Exercice 3

Un point se déplace le long d'un cercle de rayon 40 cm avec une accélération tangentielle constante 10 cm/s^2 . Quel est le temps nécessaire au point pour que son accélération normale (centripète) soit égale à l'accélération tangentielle. (Le déplacement a commencé à $t = 0$ et $W_0 = 0$)

Exercice 4

Un rotor de diamètre 80 cm tourne avec une vitesse rotationnelle uniforme de 600 tours/min

Calculer la fréquence, la période, la vitesse angulaire W , la vitesse linéaire (tangentielle), l'accélération normale.

Exercice 5

Au cours de leur entraînement, pour habituer leur organisme à supporter les forces accélérations du décollage et de l'entrée dans l'atmosphère, les cosmonautes sont placés sur un siège fixé à l'extrémité d'un bras de longueur R , en rotation à vitesse angulaire w constante.

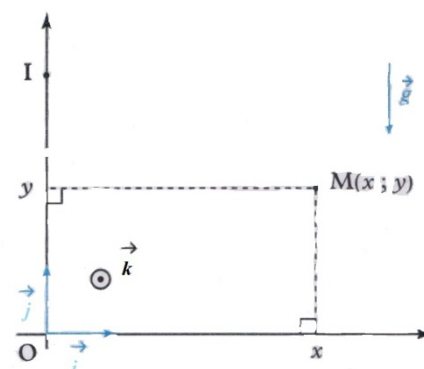
1/ exprimer la vitesse et l'accélération à l'extrémité du bras de la centrifugeuse, dans la base des coordonnées polaires.

2/ calculer w en rd/s puis en tr/mn si $R = 5\text{m}$ si l'accélération obtenue vaut $6g$, où g est l'accélération de la pesanteur terrestre : $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$

Exercice 6 :

Soit un point M repéré par ses coordonnées X et Y . A tout instant l'accélération du point M par rapport au sol $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est égale à $\vec{g}$, vecteur vertical vers le bas et de norme 9.81 m.s^{-1} . à $t=0$, le point M se trouve en I ($OI = h = 200 \text{ m}$) et possède une vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$ avec $V_0 = 50 \text{ m.s}^{-1}$.

Déterminer la position du point M pour tout instant.



Socle Commun sciences et technologies
Année Universitaire 2020/2021

Dynamique

EXERCICE 1 :

Un objet de masse $m = 10\text{kg}$ est soumis à une force $F = (120t + 40)\text{N}$.

Il se déplace en ligne droite. A l'instant $t=0$ l'objet se trouve à $X_0 = 5\text{m}$ avec une vitesse $V_0 = 6\text{m/s}$. trouver sa vitesse et sa position à un instant t quelconque.

EXERCICE 2 :

Un corps de masse $m = 0.8\text{kg}$ se trouve sur un plan incliné de 30° par rapport à l'horizontale quelle force doit on appliquer au corps pour qu'il se déplace vers le haut dans les deux cas :

1/ quand le mouvement est uniforme.

2/ quand le mouvement est uniformément varié avec une accélération $a = 0.10\text{m/s}^2$.

Le coefficient de frottement cinétique est $\mu = 0.30$, l'accélération de la pesanteur est 10 m/s^2 .

EXERCICE 3 :

Le vecteur position d'un corps M de masse $m = 3\text{ Kg}$ est donné par :

$$\overrightarrow{OM} = t(t-3)\vec{i} - 2t^2\vec{j} + (2t-1)\vec{k}$$

1/ trouver la force $\vec{F}$ agissant sur ce corps.

2/ calculer son moment $\vec{M}(\vec{F})$ par rapport à l'origine.

3/ calculer sa quantité de mouvement.

4/ calculer son moment cinétique par rapport à l'origine.

EXERCICE 4:

Un pendule simple est constitué d'un objet ponctuel de masse m , suspendu à un fil tendu inextensible et de masse négligeable, de longueur L . le champ de pesanteur est supposé uniforme $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, et la résistance de l'air négligeable. L'extrémité o du fil est fixe.

1/ Faire le bilan des forces appliquées à l'objet M.

2/établir l'équation différentielle du mouvement de M, en précisant la base de projection.

3/dans quelle condition, le pendule est-il un oscillateur harmonique ? Déterminer alors la pulsation propre ω_0 des oscillations en fonction de g et L .

4/à l'instant $t=0$, l'objet M est abandonné sans vitesse initiale d'une position repérée par l'angle θ_0 . Déterminer l'équation horaire du mouvement $\theta(t)$.

5/ exprimer la valeur maximale $V_{\max}$ de la vitesse de M au cours du mouvement en fonction de θ_0 , L et g .

EXERCICE 5 :

Sur une surface horizontale, une masse ponctuelle m se déplace sans frottement suivant un axe OX sous l'action d'une force $F(x) = \alpha x + \beta x^2$

X étant la position et α, β des constantes positives.

Sachant que la vitesse de m est nulle à l'origine O, trouver la vitesse V en fonction de x .

Université Batna 2
Faculté de Technologie
Socle Commun sciences et technologies
Année Universitaire 2020/2021

Energétique

(Travail, puissance et énergie)

EXERCICE 1 :

Un corps de masse m , assimilé à un point matériel, est lancé à partir du point D de la piste (DEF) avec une vitesse $\vec{V}_0$ tangente à la piste. Cette dernière est formée d'un quart de cercle (DEF) de centre O et de rayon $r = 90$ cm, contenu dans un plan vertical et d'une portion horizontale (FG) comme le montre la figure ci-dessous.

Les frottements entre le corps et la partie (DEF) sont supposés négligeables.

1/Représenter les forces agissant sur le corps au point E.

2/Calculer le travail de la force de contact $\vec{C}$ agissant sur le corps entre les points D et E.

3/ Etablir l'expression du travail du poids $\vec{P}$ du corps, entre les points D et E en fonction de l'angle θ . En déduire l'expression de l'énergie potentielle $E_p(\theta)$ en fonction de θ , l'origine des énergies potentielles doit être précisée.

4/Etablir l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}(\theta)$ du corps en coordonnées polaires, en fonction de l'angle θ et des vecteurs unitaires $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_\theta$ représentés sur la figure.

5/trouver l'expression de la force de contact $\vec{C}$ appliquée par la piste sur le corps au point E en fonction de θ .

6/ Quel doit être le module de la vitesse $\vec{V}_0$ pour que le corps soit soumis au point F ($\theta=0$) à une force de contact de module $|\vec{C}| = 3|\vec{P}|$.

7/ Au-delà du point F les frottements ne sont plus négligeables, le corps a une vitesse $\vec{V}_0$ nulle au point D, il s'arrête au point G situé à 2m du point F ($FG = 2m$) voir figure.

Calculer le coefficient de frottement entre la piste et le corps.

8/ On appelle $\vec{L}$ le moment cinétique du corps par rapport au point O.

Etablir l'expression de $\vec{L}$ en fonction de l'angle θ au cours du mouvement du corps entre les points D et F.

EXERCICE 2 :

Un morceau de savon de masse $m = 200\text{g}$, glisse sans frottement sur un plan incliné de $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale.

- 1 / faire un bilan des forces qui agissent sur le savon.
- 2 / calculer le travail de ces forces pour un déplacement égal à $L = 1\text{m}$.
- 3 / calculer la puissance moyenne du travail du poids si la durée du trajet est égale à $\Delta t = 1,5\text{ s}$.

EXERCICE 3 :

Un chariot de masse 15 kg est tiré par une force constante le long d'une colline inclinée de 15° sur l'horizontale.

Le chariot monte à une vitesse de 6 m/s .

Calculer le travail fait par la force en 1 minute et la puissance développée. On néglige tous les frottements.

EXERCICE 4 :

On considère un point matériel M de masse m pouvant se déplacer le long de l'axe (O, X) , il est soumis à une force $\vec{F} = -K X \vec{i}$

X étant la position de M.

- 1 / déterminer le travail de la force $\vec{F}$ pour aller du point A (X_A) au point B (X_B) directement en suivant l'axe OX.
- 2 / déterminer le travail de la force $\vec{F}$ pour aller du point A (X_A) au point B (X_B) en passant par le point C (X_C) en restant sur l'axe (OX).
- 3 / que peut-on dire de la force $\vec{F}$?

REFERENCES

- 1- C.Pasquier, Mécanique-cours de mécanique-POPSet L1,Polytech Paris-sud.
- 2- U.Filippi, Sciences Physiques, Collection de Sciences Physiques Georges Guinier, France, 1971.
- 3- M.Delgee, Sciences Physiques, Editions de Gigord, Edition1967, Paris.
- 4- C.Clerc, P.Clerc, Mécanique PCSI ,Les nouveaux Précis, Bréal, réf :209.0340.
- 5- Jean.Marie Brébec, Mécanique, 1^{ère} année MPSI-PCSI-PTSI, Hachette.
- 6- Michel.Henri,Nicolas.Delorme, Mécanique du Point, Dunod.