

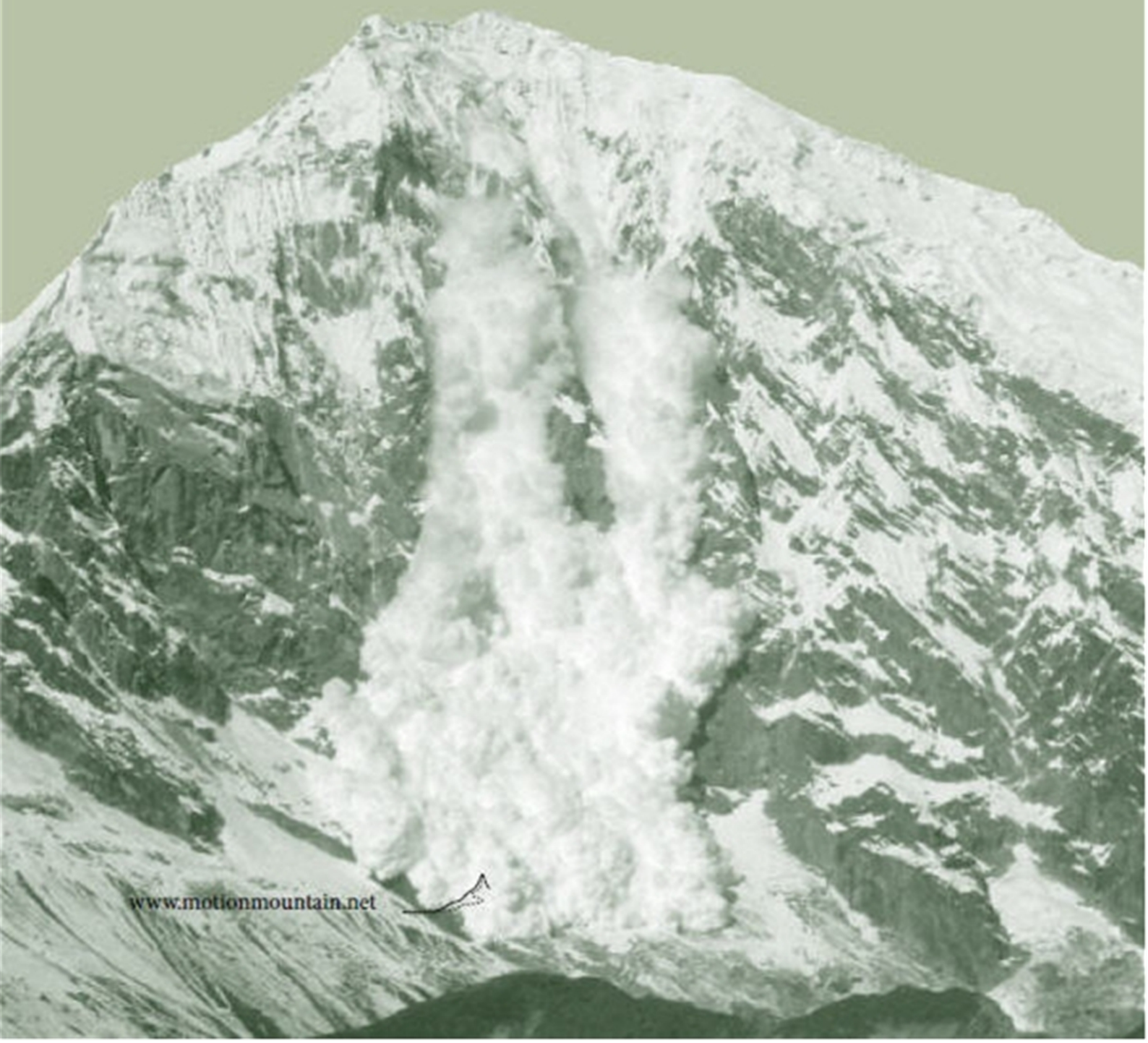
Christoph Schiller

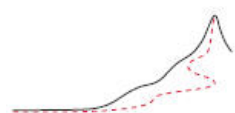
Preveo: Dragoš Vulović

PLANINA KRETANJA

PUSTOLOVINA FIZIKE – VOL. IV

KVANT PROMENE

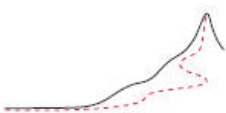




Naslov originala:

Christoph Schiller

Motion Mountain



The Adventure of Physics

Volume IV

The Quantum of Change

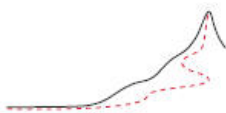
Edition 28.1, available as free pdf
with films at www.motionmountain.net

Preveo sa engleskog

Dragoš Vulović

dvulovic@sbb.rs

Planina kretanja



Pustolovina fizike

Volumen IV

Kvant promene

Izdanje 28.1, dostupno kao besplatna pdf datateka
sa filmovima na www.motionmountain.net

Editio vicesima octava.

Proprietas scriptoris © Chrestophori Schiller

tertio anno Olympiadis trigesimae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur. Imitatio prohibita sine auctoris permissione. Non licet pecuniam expetere pro aliqua, quae partem horum verborum continet; liber pro omnibus semper gratuitus erat et manet.

Dvadesetosmo izdanje

Copyright © 1990–2016 by Christoph Schiller,

Od treće godine 24. Olimpijade

Do prve godine 31. Olimpijade.



Ova pdf datateka je licencirana preko Creative Commons Attribution-Noncommercial-No DerivativeWorks 3.0 Germany

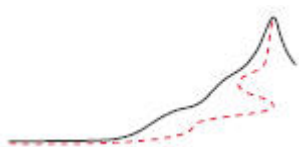
Licenca, čiji potpun tekst može da se nadje na veb stranici <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de>, uz dodatna ograničenja za reprodukciju, distribuciju i korišćenje, kako celine, tako i delova, za bilo koji proizvod ili bilo kakvu uslugu, komercijalnu ili ne, nije dozvoljeno bez pismenog dopuštenja vlasnika licence. Datateka pdf je bila i ostala besplatna za svakog u svrhu čitanja, memorisanja i štampanja za ličnu upotrebu i za elektronsku distribuciju. ali samo u neizmenjenom obliku i besplatno.

To Britta, Esther and Justus Aaron

τῷ ἐμοὶ δαίμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären¹.

¹ Osnažite ljude, razjasnite stvari



PREDGOVOR

Primum movere, deinde docere.¹
Antiquity

Ova knjiga je napisana za svakog ko je radoznao u pogledu kretanja u prirodi. Kako se kreću ljudi, životinje, stvari i prazan prostor? Odgovor dovodi do mnogih pustolovina, a ovaj deo knjige predstavlja one usled otkrića da postoji u prirodi najmanja moguća vrednost promene. Ta najmanja vrednost promene, kvant rada, dovodi nas do onoga što se naziva kvantna fizika. U strukturi savremene fizike, prikazane na slici 1, kvantna fizika pokriva četiri od osam tačaka. Ovaj deo knjige upoznaje nas sa temeljima kvantne fizike, uključujući strukturu atoma, pojavu verovatnoće i pojavu boja.

Predstavljen uvod u kvantnu fiziku nastao je od trostrukog cilja koji sam pratio od 1990.: da predstavim kretanje na jednostavan način, savremen i privlačan.

Da bi bio **jednostavan**, tekst je fokusiran na pojmove, pri čemu je matematika zadržana na neophodnom minimumu. Razumevanje principa fizike ima prednost nad korišćenjem formula u izračunavanjima. Ceo tekst je unutar oblasti dodiplomskih studija.

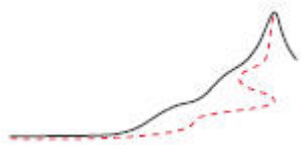
Da bi bio **savremen**, tekst je obogaćen brojnim draguljima – kako teoretskim tako i praktičnim – koji su rasprostranjeni širom naučne literature

Da bi bio **privlačan**, tekst nastoji da preplaši čitaoca što je više moguće. Čitanje knjige iz opšte fizike treba da bude slično odlasku na predstavu mađioničara. Gledamo, iznenadjeni smo, ne verujemo sopstvenim očima, razmišljamo i na kraju shvatamo trik. Kada posmatramo prirodu imaćemo često ista iskustva. Zaista, svaka stranica predstavlja za čitaoca najmanje jedno iznenadjenje ili provocira čitaoca da o tome razmisli. Predloženi su i brojni interesantni izazovi.

Moto teksta, “*Die Menschen stärken, die Sachen klären*”, poznata izreka Hartmuta von Hentinga o pedagogiji, prevodi se kao “*Osnažite ljude, razjasnite stvari*”. Razjasniti stvari – i oslanjati se samo na istinu – zahteva hrabrost, kao što promena navike razmišljanja izaziva strah, sakriven često besom. Ali savladavanjem naših strahova naša snaga se povećava. Takođe doživljavamo jače i lepše emocije. Sve velike avanture u životu omogućavaju to, a otkrivanje kretanja je jedna od njih. Uživajte u tome.

Minhen, 30. juna 2016.

¹ “Najpre kreni, zatim uči” U modernim jezicima pomenuti tip kretanja srca (**moving**) naziva se **motivacija**; oba pojma potiču od istog latinskog korena.



PREDGOVOR UZ PREVOD

Prevođenje na neki strani jezik predstavlja često tešku i opasnu probu opterećenja koju tekst originala ponekad ne može da izdrži.

Ivo Andrić, Nešto o prevođenju

Serijski od šest knjiga koju je napisao Christoph Schiller u vidu pustolovina koje očekuju čitaoce prilikom penjanja na Planinu Kretanja, jednostavno mora da pokrene čitaoca da krene ka vrhu. Svaka od šest pustolovina pruža jedinstvene osnove ne samo da se razume fizika, već i da nas oslobodi od straha pred njenim zagonetkama i da nam pokrene radoznalost za narednu pustolovinu.

Autor zaista ispunjava svoja obećanja i postiže sva tri postavljena cilja. Tekst je zaista **jednostavan, savremen i privlačan**. U svih šest knjiga, izuzetno nadahnuto, detaljno i jasno, i na duhovit način, izneta je ogromna količina podataka, izazova za razmišljanje, preporučene literature i biografskih podataka o ljudima koji su tokom 2 milenijuma istraživali i otkrivali i tajne života.

Poveden ovim kvalitetima započeo sam u septembru 2016. godine prevođenje šest knjiga Motion Mountain, izdanje 2016., samo nekoliko meseci od objavljivanja na internetu. Rezultat skoro trogodišnjeg rada nalazi se pred vama.

U početku imao sam nameru da prevod bude namenjen samo za lične potrebe i potrebe moje porodice. Međutim, što se prevođenje bližilo kraju, to sam sve više počeo da razmišljam da bi ovaj prevod mogao da pruži zadovoljstvo i drugima.

Prevod je nastao, između ostalog, zahvaljujući svesrdnoj podršci autora, Christoph Schiller-a. Neizmerno sam mu zahvalan za sve ono što je omogućilo da prevod bude deo družine Motion Mountain.

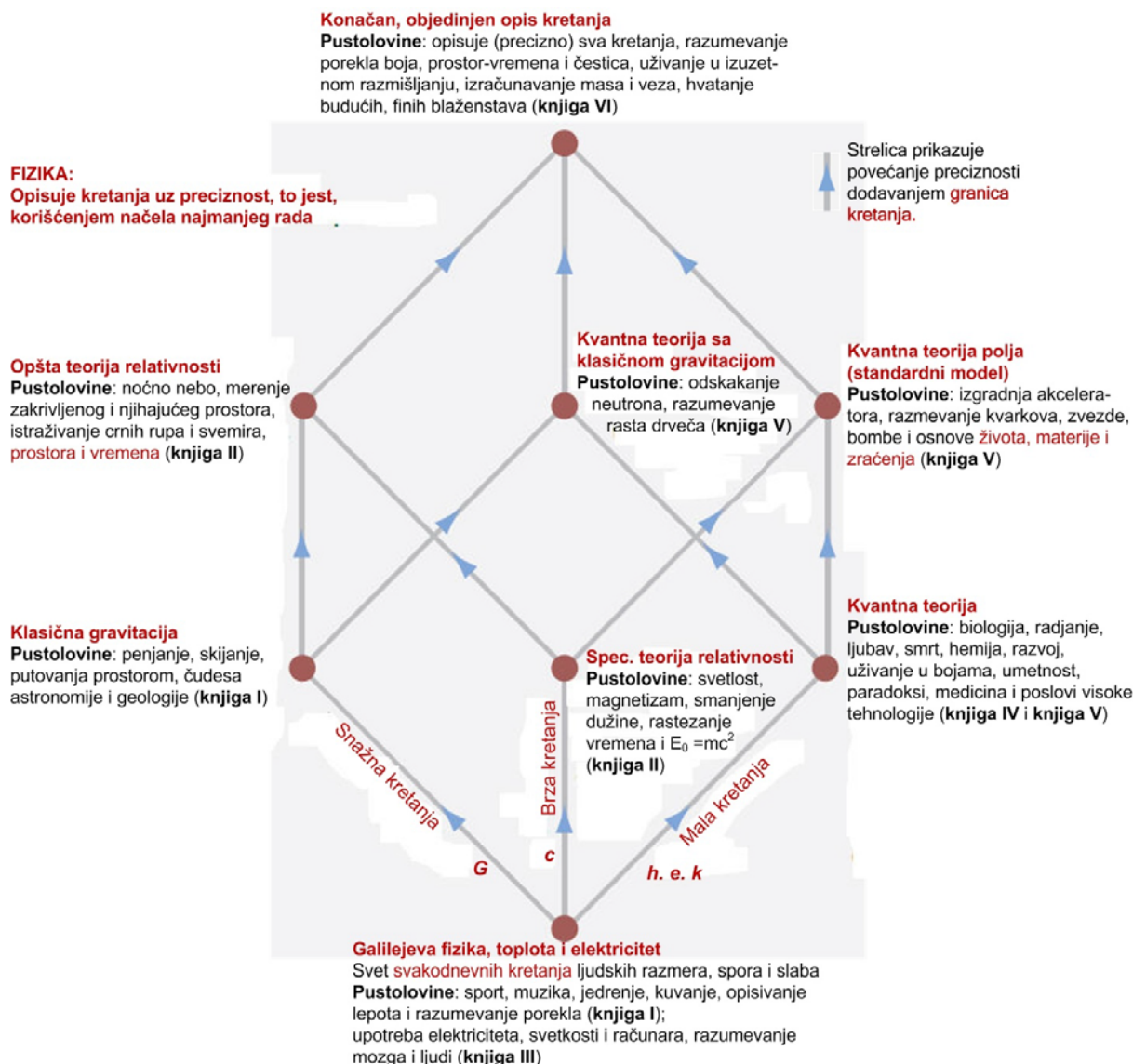
Unapred se zahvaljujem svim čitaocima koji me budu izvestili o svojim zapažanjima i svim mogućim poboljšanjima putem elektronske pošte dvulovic@sbb.rs. Time će doprineti da tekst prevoda postane još kvalitetniji.

Knjigu posvećujem:

mojim ćerkama: Ireni i Ivani, njihovoj deci, mojim unucima: Uni, Stevanu, Pavlu i Mariji.

Posebnu zahvalnost zaslužuje moja supruga, Nevenka. Njeno razumevanje i podrška doprineli su da predano radim na prevodu. Strpljivo je podnosila moju, bezmalo trogodišnju, preokupiranost penjanjem na Planinu Kretanja.

u Novom Sadu,
od septembra 2016. do maja 2019.



Slika 1 Kompletma mapa fizike, nauke o kretanju. Počinje se od donjeg dela slike od svakodnevnih kretanja i pokazane su veze sa poljima savremene fizike: veze su određene za velika i snažna kretanja gravitacionom konstantom G , za brza kretanja brzinom svetlosti c i za mala kretanja Plankovom konstantom $\hbar$, elementarnim naelektrisanjem e i Bolzmanovom konstantom k .

KORIŠĆENJE OVE KNJIGE

Napomene na levoj margini teksta odnose se na bibliografske reference, na neku drugu stranicu teksta ili na rešenje izazova. U izdanju u boji primedbe u levoj margini oznake za fusnote i veze sa veb stranama prikazani su zelenom bojom. Veze za internet imaju tendenciju da vremenom nestanu. Većina veza može ponovo da se nađe na veb strani preprinta www.archive.org, gde su sačuvane kopije starijih stranica interneta. U besplatnom izdanju, koje se može učitati sa www.motionmountain.net u formatu pdf, sve napomene i veze su povezane i može se na njih kliknuti. Izdanje u formatu .pdf sadrži takođe sve filmove; oni mogu da se pogledaju korišćenjem programa Adobe Reader.¹

¹ U tekstu ovog prevoda ova udobnost delimično je moguća. Prevod je urađen u programu Microsoft Wordu (ne po preporuci autora u LaTeX-u), tako da su upućivanja na bibliografske podatke, na određenu stranicu ili na rešenje izazova, stavljena na odgovarajuća mesta u sam tekst i prikazana u zagradi **koso, podebljano i crvenom bojom**.

Veze sa veb stranama iz originalnog teksta prenete su u prevod.

Filmovi (QuickTime film) koji u originalu mogu da se pokrenu klikom na sliku zamenjeni su u prevodu vezom sa odgovarajućim video zapisom u Youtube. (prim. prev.)

Rešenja i uputstva za **Izazove** dati su u dodacima. Izazovi su klasificirani kao laki (e – easy), kao standardni za učenike (s – student), kao teški (d – difficult) i kao nivo istraživanja (r – research). Izazovi za koje nisu data rešenja ipak su uvrštena u knjigu i označeni su sa (ny).

SAVETI ZA ONE KOJI UČE

Učenje nam omogućava da otkrijemo kakva osoba bi mogla da budemo. Učenje proširuje znanja, povećava inteligenciju i obezbeđuje osećaj za pristupanje. Stoga učenje iz knjiga, posebno onih o prirodi, može da bude korisno i zabavno. Izbegavajte kao kugu loše metode učenja. Ne koristite marker ili olovku da biste podvlačili tekst ili stranicu. To je trošenje vremena, pruža lažni osećaj udobnosti i čini tekst nečitljivim. I ne učite sa ekrana. Posebno nikad, ali nikad, ne učite preko interneta, sa video zapisa i svih igara koje su otrov i droga za mozak. Mobilni telefoni su raspršivači droge koji čine ljude zavisnicima i sprečavaju učenje. Niko ne nauči efikasno markirani tekst ili gledanjeju ekran niti uživa u tome.

Iz ličnog iskustva i kao učenika i kao predavača, jedna metoda nikada nije uspevala da pretvori neuspešnog učenika u uspešnog: ako čitate tekst radi učenja, rezimirajte svaki pročitani odeljak **naglas sopstvenim rečima i slikama**. Ukoliko niste u stanju to da učinite, pročitajte ponovo odeljak. Ovo ponavljajte sve dok jasno sopstvenim rečima i slikama naglas ne razumete ono što ste pročitali. I **uživajte** dok glasno izgovarate. To možete da radite sami ili sa prijateljem, u sobi ili dok šetate. Ako ovo uradite sa bilo čim što čitate, znatno ćete smanjiti vreme učenja i čitanja, uživaćete još više učeći iz dobrih tekstova, a mnogo manje ćete omrznuti loše tekstove. Majstori ove metode mogu da je koriste čak i kada slušaju predavanja tihim glasom, čime izbegavaju pravljenje beleški.

SAVETI ZA PREDAVAČE

Predavač treba da voli učenike i da voli da ih vodi u istraživanju oblasti koju su odabrali. Njegov ili njen entuzijazam za posao je ključ uspeha za posao. Ako ste predavač, pre no što počnete lekciju ili sliku, osetite i recite sebi koliko uživate u temi predavanja; zatim opišite osećaj i recite sebi kako ćete voditi svakog od učenika da uživa u toj temi isto koliko i vi. Izvršite ovu vežbu detaljno, svaki put. Tako ćete smanjiti poteškoće u vašem razredu i povećati vaš uspeh kao predavača.

Ova knjiga nije napisana imajući na umu ispite; ona je napisana tako da i predavači i učenici **razumu** i **uživaju** u fizici, nauci o kretanju.

POVRATNE INFORMACIJE I PODRŠKA

Ovo poslednje pdf izdanje teksta je besplatno i ostaće i ubuduće za učitavanje sa interneta. Bio bih zahvalan da dobijem od vas e-poštu na adresu fb@motionmountain.net, posebno za sledeća pitanja:

- Šta je nejasno i treba li da se poboljša? (**Izazov 1s**)
- Koji vam deo, tema, zagonetka, slika ili film nedostaju?

Isto tako za pomoć za specifične tačke navedene na www.motionmountain.net/help.html posebno ste dobrodošli. Sve povratne informacije će se koristiti za poboljšanje narednih izdanja. Dobrodošli ste ako pošaljete povratne informacije e-poštom ili slanjem pdf datoteke sa dodatim žutim zabeleškama, da se obezbede ilustracije ili fotografije ili da se učestvuje u ispravkama wiki na veb stranici Ukoliko želite da prevedete neko poglavlje iz knjige na vaš jezik, molim da me obavestite

U ime svih čitalaca, unapred se zahvaljujem za vaš savet. Za posebno korisnu saradnju vi ćete biti spomenuti – ukoliko želite – u priznanjima, dobićete nagradu ili oboje.

PODRŠKA

Dobrodošle su sve vaše donacije u dobrotvorne svrhe, oslobođene od poreza neprofitnoj organizaciji koja je prevela i publikovala ovu seriju knjiga! Za detalje, pogledati na veb stranicu www.motionmountain.net/donation.html. Poreska služba Nemačke proverava svrhu korišćenja vaših donacija. Ako želite, vaše ime će biti uključeno u popis sponzora. Unapred se zahvaljujemo za vašu pomoć u ime svih čitalaca širom sveta.

Postoji i izdanje na papiru, bilo u boji ili crno-belo na www.amazon.com ili www.lulu.com. A sada, uživajte u čitanju.

SADRŽAJ

1 NAJMANJI RAD – KVANTNA TEORIJA ZA PESNIKE	17
Učinak kvanta rada na mirovanje	19
Posledica kvanta rada na predmete	20
Zašto “kvant”?	22
Uticaj kvanta rada na kretanje	24
Iznenadenja kvanta rada	25
Pretvaranja, život i Demokrit	26
Slučajnost – posledica kvanta rada	28
Talasi – posledica kvanta rada	29
Čestice – posledica kvanta rada	30
Kvant informacije	31
Zanimljivosti i zabavni izazovi o kvantu rada	31
Opasnosti pri kupovini konzerve pasulja	32
Zaključak: kvantna fizika, zakon i indoktrinacija	33
2 SVETLOST – ČUDNA POSLEDICA KVANTA RADA	35
Kako se ponašaju slabe svetiljke?	35
Fotoni	38
Šta je svetlost?	39
Veličina fotona	40
Da li su fotoni prebrojivi? – Stisnuta svetlost	40
Položaji fotona	42
Jesu li fotoni potrebni?	45
Interferencija: kako može da se napravi talas od čestica?	47
Interferencija pojedinačnog fotona	49
Odbijanje i prelamanje izvedeno preko strela fotona	50
Prelamanje i delimično odbijanje preko strela fotona	51
Od fotona do talasa	52
Može li svetlost da se kreće brže od svetlosti? – Stvarni i virtualni fotoni	52
Neodređenost električnog polja	53
Mogu li dva fotona da interferiraju?	54
Zanimljivosti i zabavni izazovi o fotonima	55
Zaključak o svetlosti: čestica i talas	57
3 KRETANJE MATERIJJE – IZVAN KLASIČNE FIZIKE	59
Čaše vina, olovke i atomi – ne miruju	59
Nema beskonačne preciznosti u merenju	60
Hladan gas	60
Protoci i kvantizacija materije	60
Protok tečnosti i kvantoni	61
Kucanje po stolu i kvantifikovana provodnost	61
Kvantoni materije i njihovo kretanje – talasi materije	62
Masa i ubrzanje kvantona	64
Zašto atomi nisu ravni? Zašto postoje oblici?	65
Obrtanje, kvantizacija momenta količine kretanja i odsustvo severnih polova	65
Obrtanje kvantona	67
Srebro, Štern i Gerlah – polarizacija kvantona	67
Zanimljivosti i zabavni izazovi o kvantu materije	67
Prvi zaključak o kretanju kvantnih čestica	70
4 KVANTNI OPIS MATERIJJE I NJENOG KRETANJA	71
Stanja i merenja	71
Predstavljanje talasne funkcije: obrtne strelice i oblaci verovatnoće	72
Razvoj stanja – Šredingerova jednakost	74

Samointerferencija kvantona.....	75
Brzina kvantona.....	76
Rasipanje kvantona	76
Tunel efekt i ograničenje memorije – prigušenje kvantona	77
Kvantna faza.....	78
Da li je moguća interferencija dva zraka elektrona? Postoji li koherentan zrak elektrona?.....	81
Načelo najmanjeg rada u kvantnoj fizici	82
Kretanje kvantona sa spinom	83
Relativističke talasne jednakosti	84
Vezana kretanja, ili složeni naspram elementarnih kvantona	85
Zanimljivosti i zabavni izazovi o kvantnom kretanju materije	87
Zaključak o kretanju kvantona materije	88
5 PERMUTACIJA ČESTICA – DA LI SU ČESTICE KAO RUKAVICE?	89
Razlikovanje makroskopskih predmeta.....	89
Razlikovanje atoma	90
Zašto se u prirodi javlja nerazlikovanje?.....	91
Mogu li kvantne čestice da se prebroje?	91
Šta je simetrija permutacije?	92
Nerazlikovanje i simetrija talasne funkcije	93
Ponašanje fotona	94
Grupisanje i antigrupisanje.....	94
Zavisnost energije od simetrije permutacije.....	95
Nerazlikovanje u kvantnoj teoriji polja.....	95
Koliko pouzdano je potvrđena simetrija permutacije?.....	96
Kopije, klonovi i rukavice	96
Zaključak.....	98
6 OBRATANJE I STATISTIKA – PREDSTAVLJANJE SPINA.....	99
Kvantne čestice i simetrija	99
Vrste kvantnih čestica	100
Spin 1/2 i vezani objekti.....	102
Proširenje trika sa opasacem	105
Anđeli, Paulijevo načelo isključivosti i čvrstoća materije.....	106
Da li je spin obrtanje oko ose?	107
Obrtanje zahteva antičestice.....	108
Zbog čega je nemoguća ograda od laserskih zraka?	109
Spin, statistika i složenost	109
Veličina i gustina materije.....	110
Zaključak o spinu i nerazlikovanju	111
Granice i otvorena pitanja iz kvantne statistike.....	111
7 SUPERPOZICIJA I VEROVATNIČA – KVANTNA TEORIJA BEZ IDEOLOGIJE	113
Zašto su ljudi ili živi ili mrtvi?	113
Makroskopske superpozicije, koherencije i nekoherencije	114
Dekoherencija je zbog kupatila	115
Kako kupatila dovode do dekoherencije - rasipanje.....	115
Kako kupatila dovode do dekoherencije - opuštanje.....	116
Zaključak o dekoherenciji, život i smrt	118
Šta je sistem? Šta je predmet?	118
Da li je kvantna teorija nelokalna? Malo o paradoksu Ajnštajn–Podolski–Rozen.....	120
Zanimljivosti i zabavni izazovi o superpozicijama	122
Zašto se u merenjima događaju urušavanja verovatnoće i talasne funkcije?	123
Zašto je $\hbar$ potreban za verovatnoću?	126
Skrivene promenljive	127
Zaključak o verovatnoći i determinizmu.....	128
Kakva je razlika između prostora i vremena?	130
Da li smo dobri posmatrači?.....	130
Šta povezuje teoriju informacija, kriptologiju i kvantnu teoriju?.....	131

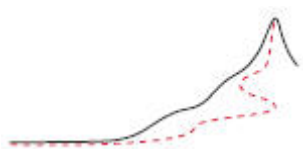
Da li je svemir računar?.....	131
Da li svemir ima talasnu funkciju? A početne uslove?.....	131
8 BOJE I DRUGE INTERAKCIJE IZMEĐU SVETLOSTI I MATERIJE.....	133
Uzroci boje	133
Korišćenje duge da bi se odredilo od čega su načinjene zvezde.....	139
Šta određuje boju atoma?.....	140
Veličina atoma	143
Oblik atoma	145
Relativistički vodonik.....	145
Relativistička talasna jednakost – ponovo	146
Sticanje prvih osećaja za Dirakovu jednakost	148
Antimaterija	148
Virtualne čestice	149
Zanimljivosti i zabavni izazovi o boji.....	150
Osobine materije.....	151
Snaga electromagnetizma	151
Zaključak o bojama i materijalima	152
9 KVANTNA FIZIKA U ORAHOVOJ LJUSCI.....	153
Fizički rezultati kvantne teorije	153
Rezultati kretanja kvantnih čestica	154
Dostignuća u tačnosti i preciznosti	156
Da li je kvantna teorija magična?	156
Kvantna teorija je tačna, ali može da učini i više	157
DODATAK A - JEDINICE, MERENJA I KONSTANTE.....	159
SI merne jedinice	159
Smisao merenja.....	161
Plankove prirodne jedinice	162
Drugi sistemi jedinica	163
Zanimljivosti i zabavni izazovi o mernim jedinicama.....	164
Preciznost i tačnost merenja	164
Granice preciznosti	166
Fizičke konstante	166
Korisni brojevi.....	172
DODATAK B – BROJEVI I VEKTORSKI PROSTORI	143
Brojevi kao matematička struktura.....	173
Kompleksni brojevi	174
Kvaternioni	176
Oktonioni	180
Ostale vrste brojeva	181
Od vektorskih prostora do Hilbertovih prostora	182
Matematičke zanimljivosti i zabavni izazovi.....	184
IZAZOVI, SAVETI I REŠENJA.....	185
BIBLIOGRAFIJA.....	193
ZASLUGE	207
Priznanja	207
Zaslužni za film	208
Zaslužni za slike	208



KVANT PROMENE

U našem traganju da razumemo kako se stvari kreću,
otkrili smo da u prirodi postoji najmanja vrednost
promene,
što podrazumeva da je kretanje nejasno,
da kutije nikada nisu čvrste,
da se materija sastoji od elementarnih jedinica
i da su svetlost i interakcije strujanje čestica.

Najmanja vrednost promene objašnjava zašto postoji
antimaterija,
zašto se čestice razlikuju od rukavica,
zbog čega ne postoje mašine za kopiranje,
zašto je verovatnoća razumna
i kako su oblikovane sve boje u prirodi.



Poglavlje 1

NAJMANJI RAD – KVANTNA TEORIJA ZA PESNIKE

*Natura [in operationibus suis] non facit saltus.*¹
15th century

U našem penjanju na Planinu Kretanja do ove tačke završili smo tri etape. Prošli smo kroz Galilejevu mehaniku (opis kretanja za decu), zatim nastavili sa Ajnštajnovom teorijom relativnosti (opis kretanja za ljubitelje naučne fantastike) i najzad istražili Maksimalovu elektrodinamiku (opis kretanja za zaposlene osobe.) Ova tri klasična opisa kretanja su upečatljiva, lepa i korisna. Međutim, oni imaju mali problem: oni su pogrešni. Razlog je sasvim jednostavan: nijedan od njih ne opisuje **život**.

Kada god posmatramo cvet ili leptira, kao što je onaj na **slici 2**, mi uživamo u jasnim bojama, kretanju, divljem mirisu, mekom i osetljivom obliku ili finim detaljima njihove simetrije. Međutim, mi znamo da:

- Klasična fizika ne može da objasni bilo koju karakterističnu dužinu ili vremensku razmeru u prirodi.

Cveće i životinje – ali i mnogi neživi sistemi – imaju karakteristične veličine, raspone veličina i srazmere; a imaju i karakteristične ritmove. I zaista, klasična fizika ne može da objasni poreklo toga, pošto

- Klasične konstante u prirodi – gravitaciona konstanta G , konstanta idealnog gasa R , brzina svetlosti c , kapacitivnost vakuuma ϵ_0 , i magnetna provodnost μ_0 , ne dozvoljavaju da se odrede razmere dužina i vremena.

Ustvari, klasične konstante nikada nisu omogućavale da se izmere vrednosti brzine ili sile, čak i kada su ova merenja bila delovi od c i c^4/G ; zbog toga što je radi merenja delova potrebno prvo da ih odredimo; međutim, određivanje delova zahteva razmere dužine i vremena, što klasična fizika ne omogućava.

Bez merenja ne postoje ni osećanja! Zapravo, naša osećanja pokrenuta su našim čulima. I svi utisci i sve informacije koje nam obezbeđuju naša čula između ostalog su – merenja. Pošto klasična fizika ne obezbeđuje razmere merenja, mi znamo da:

- Klasična fizika ne dopušta da se razumeju osećaji i osećanja.

Razlog za sva ova ograničenja je sledeća povezanost:

- Sama klasična fizika ne može da se koristi za izgradnju bilo kakvog uređaja za merenje.

Svako čulo sadrži uređaj za merenje. A za svaki uređaj merenja, kao i svaki uzorak ili ritam, potrebna je unutrašnja razmera, ili uopštenije, unutrašnja merna jedinica. Pošto klasična fizika ne obezbeđuje bilo koju razmeru, klasična fizika ne može da objasni kako uređaji merenja rade, niti kako rade čula, niti kako se pojavljuju osećanja.

Da se razumeju osećanja i život, potrebno je da odemo dalje od klasične fizike. Uzmite bilo koji primer prijatne situacije, kao što je lepo večernje nebo, vodopad, srećno dete ili milovanje. (**Izazov 2s**). Klasična fizika nije sposobna da objasni nijedan vid ovih situacija. Prvo, boje i njihov nastanak ostaju tajanstveni. Drugo, svi oblici,² veličine i srazmere ostaju tajanstveni. Treće, ne mogu da se razumeju koordinacija vremena i trajanje određenog procesa. Četvrto, svi osećaji i osećanja koje stvaraju ove situacije ostaju tajanstveni. Da bismo razumeli i objasnili ove aspekte, potrebna nam je **kvantna teorija**. Ustvari, mi ćemo saznati da kako **život**, tako i svaka vrsta zadovoljstva predstavljaju primere kvantnog kretanja. Osećanja su kvantni procesi.

¹ “Priroda [u svom delovanju] ne pravi skokove” (**Ref. 1**)

² Na fotografiji na **strani 15** prikazana je ženka svetlećeg crva, *Lampyrus noctiluca*, koji se obično nalazi u Ujedinjenom Kraljevstvu (© John Tyler, www.johntyler.co.uk/gwfacts.htm).

U ranim danima fizike nemogućnost da se opišu život i zadovoljstva nije posmatrana kao nedostatak, jer se mislilo da ni čula ni materijalne osobine ni razmere nisu u vezi sa kretanjem. A zadovoljstva u svakom slučaju nisu smatrana kao ozbiljan subjekt istraživanja za uglednog istraživača. U današnje vreme je situacija drugačija. U našoj avanturi naučili smo da su naša čula za vreme, sluh, dodir, miris i vid prvenstveno **detektori kretanja**. (**Vol. I, strana 293**). Bez kretanja nebi bilo čula. Osim toga, svi detektori su načinjeni od materije. Tokom istraživanja elektromagnetizma počeli smo da shvatamo da su sve osobine materije nastale takođe usled kretanja naelektrisanih sastojaka. Gustina, čvrstoća, boja i sve druge osobine materije rezultat su elektromagnetnog ponašanja Lego kocki materije: naime molekula, atoma i elektrona. (**Vol. III, strana 168**). Zato su sve osobine materije takođe posledice kretanja. Štaviše, videli smo da ovi mali sastojci nisu ispravno opisani klasičnom elektrodinamikom. (**Vol. III, strana 178**). Čak smo saznali sa se i sama svetlost ne ponaša klasično. (**Vol. III, strana 113**). Prema tome, nemogućnost klasične fizike da opiše materiju, svetlost i čula, nastaje u stvari usled njenih sopstvenih ograničenja.



Slika 2 Primer kvantne mašine (© Linda de Volder).

Zapravo, svaki neuspeh klasične fizike može se pratiti unazad do jednog temeljnog otkrića Maksa Planka (Max Planck)¹ iz 1899 godine (**Ref. 2**):

- U prirodi nije zapažena vrednost rada manja od $\hbar = 1,06 \cdot 10^{-34}$ Js.

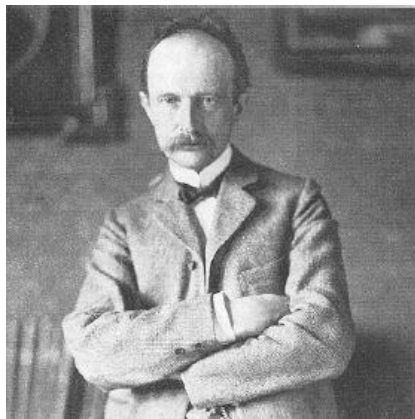
Propali su svi pokušaji da se zapazi fizički rad manji od ovog.² Drugim rečima, u prirodi, - kao u dobrom filmu u bioskopu – postoji uvek neka akcija (akcija = rad). Postojanje najmanje vrednosti rada – takozvano

¹ Maks Plank (Max Planck, 1858. – 1947.), profesor fizike u Berlinu, bio je centralna ličnost u termostatici i savremenoj fizici. On je otkrio i imenovao **Bolcmanovu konstantu k** i **kvant rada h**, koji se često naziva Plankova konstanta. Njegovo uvođenje kvantne hipoteze bilo je rađanje kvantne teorije. On je takođe doprineo da Ajnštajna upozna zajednica fizičara, a kasnije mu je organizovao i posao u Berlinu. Dobitnik je Nobelove nagrade za fiziku 1918. godine. Bio je važna figura u nemačkoj naučnoj ustanovi; takođe je bio jedan od vrlo retkih, koji je imao hrabrosti da kaže u lice Adolfu Hitleru da je bila pogrešna ideja da se otpuste svi profesori jevrejskog porekla. (Dobio je kao odgovor izliv besa.) Čuven po skromnosti, sa mnogo tragedija u ličnom životu, bio je cenjen os svih koji su ga poznavali.

² Zapravo, ova priča je malo pojednostavljena: konstanta koju je izvorno uveo Maks Plank bila je (neredukovana) konstanta $h = 2\pi\hbar$. Činilac 2π koji je doveo do konačnog kvantnog načela dodali su nešto kasnije drugi istraživači. Ovaj pomalo nekonvencionalan, ali didaktički koristan pristup kvantnoj teoriji je zasluga Nilsa Bora (Niels Bohr). (**Ref. 3 i Ref. 4**). U današnje vreme u literaturi retko se čak i sreće, uprkos svojoj jednostavnosti.

Nils Bor (Niels Bohr, 1885. Copenhagen – 1962. Copenhagen) bio je velika ličnost u savremenoj fizici. Smeo mislilac i učtiv čovek, načinio je Univerzitet u Kopenhagenu novim centrom razvoja kvantne teorije, zasenivši Göttingen. On je razvio opis atoma u terminima kvantne teorije, zbog čega je dobio Nobelovu nagradu za fiziku 1922. godine. Napustio je Dansku 1943. godine, posle invazije Nemačke, zbog svog jevrejskog porekla, ali se vratio posle rata, nastavljajući da zadivljuje fizičare širom sveta.

kvantno načelo – u potpunosti je suprotnosti sa klasičnom fizikom. (Zašto?) (**Izazov 3s**). Uprkos ovoj suprotnosti, kvantno načelo je prošlo izuzetno veliki broj eksperimentalnih provera, od kojih ćemo sresti većinu u ovom delu našeg uspona na planinu. Pre svega, kvantno načelo nikada nije palo ni u jednoj proverbi. Osnovna konstanta $\hbar$, koja se izgovara “ha sa crticiom”, nazvano je **kvant rada**, ili drugačije, **Plankova konstanta**. Plank je otkrio kvantno načelo dok je proučavao osobine inkadescetne svetlosti, to jest svetlosti koju emituju vruća tela. (**Vol. III. strana 113**). Međutim, kvantno načelo se primenjuje, što ćemo kasnije da vidimo, na kretanje materije, pa čak i za kretanje praznog prostora, kao što su gravitacijski talasi.



Slika 3 Maks Plank (1858. – 1947)



Slika 4 Nils Bor (1885. – 1962)

Kvantno načelo izražava da se ni u jednom eksperimentu ne može izmeriti manji rad od $\hbar$. Dugo vremena je Ajnštajn pokušavao da osmisli eksperiment kojim bi prevazišao ovu granicu. Međutim, u svim tim eksperimentima nije imao uspha: priroda to nije dopuštala, kao što je Bor uvek iznova pokazivao. Isto se to događalo i svim drugim istraživačima.

Sećamo se da se rad u fizici – kao i akcija pozorištu – meri promenama koje se događaju u sistemu. (**Vol. I, strana 183**). Kvantno načelo prema tome može da se izrazi drugačije:

- U prirodi ne može da se zapazi manja promena od $\hbar = 1,06 \cdot 10^{-34}$ Js

Zbog toga načelo najmanjeg rada podrazumeva da **u prirodi postoji vrednost najmanje promene**. Ako uporedimo dva zapaanja, uvek će između njih biti promena. Stoga bi možda bilo bolje da se kvant rada nazove **kvant promene**.

Može li najmanja promena da postoji u prirodi? Da bi se ova ideja prihvatila, moramo da istražimo tri tačke, detaljnije opisane u **Tabeli 1**. Treba da dokažemo da u prirodi **nikad nije zapažena** manja promena, da manja vrednost promene **ne može nikada** da bude zapažena i da pokažemo da su **sve posledice** ove najmanje promene prisutne u prirodi, ma koliko to izgledalo čudno. Ustvari, ova istraživanja obuhvataju sve u kvantnoj fizici. Prema tome, ove provere su sve što ćemo raditi u ostatku ovog dela naše avanture. Ali pre no što istražimo neki od elspersenata koji potvrđuju postojanje najmanje promene, mi ćemo neposredno da predstavimo neke od njegovih još iznenađujućih posledica.

UČINAK KVANTA RADA NA MIROVANJE.

Pošto je rad merilo promene, najmanji zapažen rad znači da se dva uzastopna zapažanja u istom sistemu uvek razlikuju najmanje za $\hbar$. U svakom sistemu postoji uvek **nekakvo** događanje. Kao posledicu, nalazimo da:

- U prirodi **ne postoji mirovanje**.

Sve vreme se sve kreće, bar malo. *Natura facit saltus*.¹ (**Strana 17**). Istini za volju, ovi skokovi su mali, pošto je $\hbar$ isuviše malo da bi ga zapazilo bilo koje naše čulo. Ipak, mirovanje se može posmatrati samo makroskopski i samo kao dugotrajni prosek ili prosek više čestica. Na primer, kvant rada podrazumeva da u planini – kao primer sistema u mirovanju – svi atomi i elektroni nepresano zuje naokolo. Ukratko,

- Postoji kretanje unutar materije.

Pošto postoji najmanji rad za sve posmatrača, i pošto ne postoji mirovanje, možemo da zaključimo:

¹ Priroda pravi skokove

- U prirodi **ne postoji savršeno ravno ili savršeno ravnomerno kretanje**.

Zaboravite sve što smo do sada naučili: inercijsko kretanje je samo približnost! Predmet može da se kreće samo približno pravolinijski, ravnomernim kretanjem, i samo ako se posmatra sa velikog rastojanja ili duže vreme. Kasnije ćemo videti da što je veća masa predmeta, to je bolja približnost. (Možete li to da potvrdite?) (**Izazov 4s**). Na taj način **makroskopski** posmatrači mogu još uvek da razgovaraju o simetrijama prostor-vremena; a **specijalna** teorija relativnosti može da se usaglasi sa kvantnom teorijom.

TABELA 1 Kako da uverite sebe i ostale da u prirodi postoji najmanji rad, ili najmanja promena $\hbar$. Uporedite ovu tabelu sa dve tabele u **Vol II: Tabela 2** o najvećoj brzini na **strani 26** i **Tabela 3** o najvećoj sili na **strani 89**

Iskaz	Prover
Najmanja vrednost rada $\hbar$ je invarijanta posmatrača	Provetite sva zapažanja
Lokalne vrednosti promene ili rada $< \hbar$ nisu zapažene	Provetite sva zapažanja
Lokalne vrednosti promene ili rada $< \hbar$ ne mogu da se proizvedu	Proverite sve pokušaje
Lokalne vrednosti promene ili rada $< \hbar$ ne mogu čak ni da se zamisle	Rešite sve paradokse
Najmanja vrednost promene ili rada $\hbar$ je načelo prirode	Izvedite kvantnu teoriju iz nje
	Pokažite da su sve posledice, ma koliko bile čudne, potvrđene posmatranjima

Isto tako slobodan pad ili kretanje po geodetskoj liniji postoje samo kao dugoročna približnost. Tako **opšta** teorija relativnosti, koja se temelji na postojanju posmatrača u slobodnom padu ne može da bude tačna kada se rad reda $\hbar$ uzme u obzir. Zapravo, usklađivanje kvantnog načela sa opštom teorijom relativnosti – pa time i sa zakrivljenim prostorom – veliki je izazov. (Rešenje je jednostavno samo za slaba, svakodnevna polja.) Pitanja koja su obuhvaćena toliko su uznemirujuća da ona sačinjavaju posebni, završni, deo ovog uspona na planinu. Zato ćemo najpre da istražimo slučaje bez gravitacije.

POSLEDICA KVANTA RADA NA PREDMETE

Da li ste ikada pitali zašto je lišće zeleno? Verovatno znate da je ono zeleno zbog toga što apsorbira plavu svetlost (male talasne dužine) i crvenu (velike talasne dužine), dok omogućava da zelena svetlost (srednje talasne dužine) bude odbijena. Kako može sistem da spreči malo i veliko, a da propusti da prođe srednje? Da bi to učinilo, lišće mora na neki način da **izmeri** učestanost. Međutim, videli smo da klasična fizika ne dozvoljava merenja intervala vremena (ili dužine), pošto svako merenje zahteva jedinicu merenja, a klasična fizika ne dozvoljava da takve jedinice budu određene (**Vol. I, strana 314**). S druge strane, potrebno je samo nekoliko redova da bi se potvrdilo da uz pomoć kvanta rada $\hbar$ (i Bolcmanove konstante k , obe je otkrio Plank), mogu da se odrede osnovne jedinice za sve veličine merenja, uključujući i vreme pa prema tome i učestanost. (Možete li da nađete kombinaciju za brzinu svetlosti c , gravitacijsku konstantu G i kvant rada $\hbar$ koja daje vreme?) (**Izazov 5s**). To bi trajalo samo nekoliko minuta.

Ukratko, merenja su jedino uopšte moguća zbog postojanja kvanta rada.

- Sva merenja su **kvantni efekti**.

Kada je Plank uvideo da kvant rada omogućava da se odrede sve jedinice u prirodi, bio je srećan kao dete; odmah je znao da je načinio temeljno otkriće, iako (u 1899. godini) kvantna teorija još nije ni postojala. Čak je o tome ispričao svom sedmogodišnjem sinu, Ervinu, dok je sa njim šetao kroz šume u okolini Berlina. (**Ref. 5**). Plank je objasnio svom sinu da je načinio otkriće tolike važnosti kao što je univerzalna gravitacija. Zaista, Plank je znao da je pronašao ključ za razumevanje većine efekata koji tada nisu bili objašnjeni.

- U prirodi **sva su vremena i sve učestanosti posledica kvanta rada**.

Svi procesi kojima je potrebno vreme su kvantni procesi. Ili, ako vam se više sviđa, **čekanje** je kvantni efekt! Posebno, bez kvanta rada nebi postojali oscilacije i talasi.

- Svaka boja je kvantni efekt,

Međutim, to još nije sve¹. Plank je takođe shvatio da kvant rada omogućava da razumemo **veličinu** svih stvari.

- Svaka veličina je kvantni efekt.

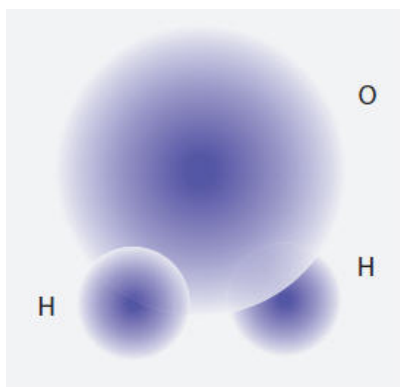
Možete li da nađete kombinaciju c , G i $\hbar$ koja bi dala dužinu? (**Izazov 7e**). Uz kvant rada konačno je moguće da se odredi maksimalna visina planina, drveća i ljudi. (**Vol. I, strana 246**). Plank je znao da kvant rada potvrđuje ono što je zaključio Galilej već davno pre njega; da su veličine posledica osnovnih, najmanjih razmera u prirodi. Veličina predmeta povezana je sa veličinom atoma. Zauzvrat, veličina atoma je neposredna posledica kvanta rada. Možete li da izvedete približnu veličinu atoma ako zivate da je ona određena kretanjem elektrona mase m_e i naelektrisanjem e , a ograničena je kvantom rada? (**Izazov 8s**). Ovu vezu, jednostavnim obrascem, otkrio je 1910. godine Artur Eri Has (Arthur Erich Haas), 15 godina pre no što je formulisana kvantna teorija.

- Veličina atoma je kvantni efekt.

U ono vreme Has je bio naširoko ismejavan.² U današnje vreme, njegov obrazac za veličinu atoma nalazi se u svakom udžbeniku, uključujući i ovu knjigu. (**Strana 143**). Uz određivanje veličine atoma, kvant rada ima još jedno važnu posledicu:

- **Guliverova putovanja** su nemoguća.

Ne postoje mali ljudi i ne postoje džinovi. Klasično, ništa ne govori protiv te ideje, ali kvant rada to onemogućava, Možete li obezbediti detaljni dokaz? (**Izazov 9s**).



Slika 5 Umetničko viđenje molekula vode od dva atoma vodonika (H) i jednog atoma kiseonika (O)

Ali ako ne postoji stanje mirovanja, kako onda postoje **oblici**? Bilo koji oblik u svakodnevnom životu, uključujući i oblik cveta, rezultat je delova tela koji se nalaze u međusobnom **stanju mirovanja**. Osim toga, svi oblici su rezultat interakcija između sastojaka materije, kao što je najjasnije pokazano u oblicima molekula. Ali kako može molekul, kakav je molekul vode H_2O , prikazan na **slici 5**, da ima oblik? Ustvari, molekuli nemaju određen oblik, već se njihov oblik menja, kao što bi se i očekivalo od kvanta rada. Uprkos promenljivom obliku, svaki molekul ima prosečan oblik, pošto različiti uglovi i rastojanja odgovaraju različitim energijama. Bez kvanta rada nebi bilo oblika u prirodi.

- Svi oblici su kvantni efekti.

Svi oblici u svakodnevnom životu su zbog molekularnih oblika. ili njihovog uopštavanja.

Masa nekog predmeta takođe je posledica kvanta rada, kao što ćemo kasnije da vidimo. Pošto su sve osobine materijala – kao što su gustina, boja, čvrstoća i polarizacija – određene kao kombinacija jedinica dužine, vremena i mase, nalazimo da

- Sve osobine materijala potiču od kvanta rada.

Ukratko, kvant rada određuje veličinu, oblik, boju, masu i sve ostale osobine predmeta, od stena do šlaga.

¹ Ustvari, isto tako je moguće definisanje svih mernih jedinica pomoću brzine svetlosti c , gravitacijske konstante G i naelektrisanja elektrona e . Zašto to nije u potpunosti zadovoljavajuće? (**Izazov 6s**).

² Pre otkrića kvanta rada $\hbar$, jedina jednostavna razmera dužine za elektron bila je kombinacija $e^2/(4\pi\epsilon_0 m_e c^2) \approx 3$ fm, koja je deset hiljada puta manja od atoma. Isto tako primećujemo da svaka razmera dužine koja sadrži e kvantni je efekt, a ne klasična razmera dužine, pošto je e kvant električnog naboja.

ZAŠTO “KVANT”

Kvantni efekti nas okružuju sa svih strana. Međutim, pošto je kvant rada toliko mali, njegov uticaj na **kretanje** ispoljava se uglavnom, ali ne i isključivo, na **mikroskopske** sisteme. Proučavanje takvih sistema naziva se **kvantna mehanika**. Maks Born (Max Born), jednog od velikih doprinosioca na ovom polju.¹ Kasnije je pojam **kvantna teorija** postao popularniji.

TABELA 2 Neki mali sistemi u kretanju i zapažene vrednosti rada za njihovu promenu

Sistem promena	Rad	Kretanje
Svetlost		
Najmanja količina svetlosti koju prima obojena površina	$1 \hbar$	kvantno
Najmanji efekt kada se svetlost odbije od ogledala	$2 \hbar$	kvantno
Najmanja svesno vidljiva količina svetlosti	oko $5 \hbar$	kvantno
Najmanja količina svetlosti koju apsorbuje latica cveta	$1 \hbar$	kvantno
Zacrtnjenje fotografskog filma	oko $3 \hbar$	kvantno
Fotografski blic	oko $10^{17} \hbar$	klasično
Elektricitet		
Elektron izbačen iz atoma ili molekula	oko $1 - 2 \hbar$	kvantno
Elektron izdvojen iz metala	oko $1 - 2 \hbar$	kvantno
Kretanje elektrona unutar mikroprocesora	oko $2 - 6 \hbar$	kvantno
Prenos signala kroz nervno vlakno, od jednog molekula do sledećeg	oko $5 \hbar$	kvantno
Protok struje u gromobranu	oko $10^{38} \hbar$	klasično
Materijali		
Razdvajanje cepanjem dva susedna atoma gvožđa	oko $1 - 2 \hbar$	kvantno
Kidanje čelične šipke	oko $10^{35} \hbar$	klasično
Osnovni procesi u superprovodljivosti	$1 \hbar$	kvantno
Osnovni proces u tranzistoru	$1 \hbar$	kvantno
Osnovni proces magnetiziranja	$1 \hbar$	kvantno
Hemija		
Sudar atoma u tečnosti na sobnoj temperaturi	$1 \hbar$	kvantno
Oscilacije oblika molekula vode	oko $1 - 5 \hbar$	kvantno
Promena oblika molekula, na primer u hemijskoj reakciji	oko $1 - 5 \hbar$	kvantno
Pojedinačna hemijska reakcija kovrdžanja kose	oko $2 - 6 \hbar$	kvantno
Razdvajanje cepanjem dva molekula sira mocarela	oko $300 \hbar$	kvantno
Mirisanje jednog molekula	oko $10 \hbar$	kvantno
Sagorevanje goriva u cilindru prosečnog autobuskog motora SUS	oko $10^{37} \hbar$	

¹ Maks Born (Max Born, 1882. Breslau – 1970. Göttingen), najpre je studirao matematiku, a onda je prešao na fiziku. Kao profesor Univerziteta u Göttingenu, on je ovaj grad načinio centrom fizike. Razvio je kvantnu mehaniku sa svojim asistentima Vernerom Hajzenbergom (Werner Heisenberg) i Paskvalom Jordanom (Pasquale Jordan), a potom je primenio na rasipanje, fiziku čvrstih tela, optiku i fiziku. On je bio prvi koji je razumeo da talasna funkcija, ili funkcija stanja, opisuje verovatnoću amplitude. (**Ref. 6**). Kasnije su Born i Emil Volf (Emil Wolf) napisali ono što je još uvek glavni udžbenik iz optike. Većina Bornovih knjiga bile su klasične i čitale su se širom sveta.

Born je privukao u Göttingen većinu briljantnih talenata tog vremena, ugostivši kao posetioce Hunda, Paulija, Nordhajma, Openhajmera, Goepert-Majera, Kondona, Paulinga, Foka, Frenkela, Tama, Mota, Klajna, Hajtela, Londona, fon Nojmana, Telera, Vignera i još desetina drugih. Budući da je bio jevrejin, Born je ostao bez posla 1933. godine, kada su kriminalci uzeli vlast u Nemačkoj. Emigrirao je i postao profesor u Edinburgu, gde je ostao 20 godina. Fizika u Göttingenu nikada se nije oporavila posle ovog gubitka. Za njegovo tumačenje značaja talasne funkcije dobio je 1954. godine Nobelovu nagradu za fiziku.

TABELA 2 Neki mali sistemi u kretanju i zapažene vrednosti rada za njihovu promenu (nastvak)

Sistem i promena	Rad	Kretanje
Život		
Molekul vazduha koji udara u bubnu opnu	oko $2\hbar$	kvantno
Najmanji zvučni signal kojeg registruje uho	(Izazov 10ny)	
Jedinstveni korak udvostručavanja DNK u toku podele ćelije	oko $100\hbar$	kvantno
Oplodnja jajašca	oko $10^{14}\hbar$	klasično
Najmanji korak u molekularnom motoru	oko $5\hbar$	kvantno
Kretanje spermatozoida za jednu dužinu ćelije	oko $10^{15}\hbar$	klasično
Podela ćelije	oko $10^{19}\hbar$	klasično
Udar krila voćne mušice	oko $10^{24}\hbar$	klasično
Hodanje osobe za jednu dužinu tela	oko $2 \cdot 10^{36}\hbar$	klasično
Jezgra atoma i zvezde		
Nuklearna fuzijska reakcija u zvezdi	oko $1 - 5\hbar$	kvantno
Eksplzija gama zraka	oko $10^{80}\hbar$	klasično

Kvantna teorija je nastala iz postojanja **najmanje** merljive vrednosti u prirodi, uopštavajući ideju koji je Galilej imao u sedamnaestom veku. Kao što je ranije u pojedinostima razmatrano (**Vol. I, strana 244**), to je bilo insistiranje Galileja na “piccolissimi quanti” – najmanem kvantu – materije koje je ga je uvalilo u nevolje. Uskoro ćemo otkriti da je ideja o najmanjoj promeni neophodna za precizan i pouzdan opis materije i prirode u celosti. Stoga je Born prihvatio Galilejev termin za novu granu fizike i kazvao je “Quantumtheorie” odnosno “teorija kvanta”. Engleski jezik je prihvatio jedninu latinskog “quantum”, umesto množine koji se koristi u mnogim drugim jezicima.¹



Slika 6 Maks Born (1882–1970)



Slika 7 Verner Hajzenberg (1901–1976)

Treba zapaziti da se pod pojmom “quantum” **ne podrazumeva** da su sve izmerene vrednosti **umnošci** one najmanje: to je tako samo u malo slučajeva.

Kvantna teorija je opis mikroskopskog kretanja. Kvantna teorija je **neophodna** uvek kada proces proizvodi vrednost rada koja je reda kvanta rada. **Tabela 2** pokazuje da su kvantni procesi svi procesi razmera atoma ili molekula, uključujući biološke i hemijske procese. Takvi su procesi emisije i apsorpcije svetlosti.

Tabela 2 takođe prikazuje da pojam “mikroskopski” ima drugačije značenje za fizičara i za biologa. Za biologa sistem je mikroskopski ako on zahteva mikroskop za posmatranje. Za fizičara, sistem je **mikroskopski** ako je njegov karakterističan rad reda kvanta rada. Drugim rečima, za fizičara sistem je obično mikroskopski ako on nije vidljiv čak i pomoću (optičkog) mikroskopa. Da bi se povećala zabuna, neki kvantni fizičari u današnje vreme nazivaju sopstvenu klasu mikroskopskih sistema “mezoskopski”, dok drugi nazivaju svoje sisteme “nanoskopski”. Oba pojma uvedena su samo da bi privukla pažnju i finansijska sredstva.

¹ Takođe je i u srpskom jeziku prihvaćena jednina – “kvant”. (prim. prev.)

UTICAJ KVANTA RADA NA KRETANJE

Postoji i drugi način da se okarakteriša razlika između mikroskopskog, odnosno kvantnog sistema i makroskopskog ili klasičnog. Princip najmanjeg rada podrazumeva da razlika između vrednosti rada S iz dva uzastopna zapažanja, razdvojena vremenom Δt , ne može da nestane. Imamo

$$|S(t + \Delta t) - S(t)| = |(E \pm \Delta E)(t + \Delta t)| = |E\Delta t \pm t\Delta E \pm \Delta E\Delta t| \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1)$$

Činilac $1/2$ pojavljuje se zato što najmanji rad $\hbar$ automatski podrazumijeva neodređenost rada polovine njegove vrednosti. Sada se vrednosti energije E i vremena t – ali ne i (pozitivno) ΔE ili Δt mogu podesiti na nulu ako se odabere odgovarajući posmatrač. Prema tome, postojanje kvanta rada podrazumeva da je u svakom sistemu razvoj ograničen sa

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (2)$$

gde je E energija sistema a t njegova starost, tako da je ΔE promena energije, a Δt je vremenski interval između dva uzastopna zapažanja.

Sličnim razmišljanjem nalazimo da su u svakom fizičkom sistemu položaji i količine kretanja ograničani sa (*Izazov 11e*)

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad (3)$$

pri čemu je Δx neodređenost položaja, a Δp je neodređenost količine kretanja. Ove dve relacije nazivaju se **relacije neodređenosti**, prema njihovom pronalazaču, Verneru Hajzenbergu (Werner Heisenberg)¹ Na engleskom se često nazivaju “uncertainty relations” (relacije nesigurnosti); međutim, taj pojam nije pravilan. Veličine nisu nesigurne, već su **neodređene**. Zbog kvanta rada opažanja u sistemu **nemaju** određene vrednosti. Ne postoji način da se opišu precizne vrednosti za količinu kretanja, položaj i bilo koju opaženu vrednost kvantnog sistema. Mi ćemo koristiti pojam “relacija neodređenosti” u celom tekstu. Običaj da se relacije nazivaju “princip” još je više pogrešan.

Bilo koji sistem čiji je red neodređenost $\hbar$ kvantni je sistem; ukoliko je proizvod neodređenosti mnogo veći, sistem je klasičan, a onda je klasična fizika dovoljna za njegovo opisivanje. Tako čak i klasična fizika podrazumeva da u prirodi ne postoje merljive neodređenosti, sistem je **klasičan** samo ako su neodređenosti **velike** u poređenju sa mogućim najmanjim vrednostima.

Drugim rečima, kvantna teorija neophodna je uvek pri svakom pokušaju da se neka veličina izmeri što je preciznije moguće. Ustvari, svako merenje je kvantni proces sam po sebi. A relacije neodređenosti podrazumevaju da je preciznost merenja ograničena. Kvant rada pokazuje da **kretanje ne može da bude opažano do beskonačne preciznosti**. Drugim rečima, mikroskopski svet je nejasan. Ova činjenica ima mnogo važnih posledica i mnogo je čudna. Na primer, ako kretanje ne može da se posmatra sa beskonačnom preciznošću, sa samim konceptom kretanja treba postupati s velikom pažnjom, jer ne može da se primeni u određenim situacijama. U tom smislu, ostatak našeg traganja je samo istraživanje primene ovih posledica.

Ustvari, sve dok je prostor-vreme **ravno**, ispada da **možemo** zadržati pojam kretanja da se opišu posmatranja, pod uslovom da ostanemo svesni ograničenja koje podrazumeva kvantno načelo.

¹ Često se kaže kako neodređenost za energiju i vreme ima različitu težinu od one za položaj i količinu kretanja. To je pogrešna zamisao, koju je širila starija generacija fizičara, a koja je preživela u mnogim udžbenicima duže od 70 godina. Jednostavno je zaboravite. Suština je da se upamti da sve četiti veličine koje se pojavljuju u nejednakostima opisuju **unutrašnje osobine** sistema. Osim toga, t je promenljiva vremena izvedena iz promena opaženih **unutar** sistema, a ne koordinata vremena izmerena pomoću spoljnog časovnika; slično tome položaj x nije spoljna koordinata prostora, već položaj koji karakteriše sistem. (*Ref. 7*)

Verner Hajzenberg (Werner Heisenberg, 1901. – 1976.) bio je značajan teoretski fizičar i izvanredan igrač stonog tenisa i tenisa. Godine 1925. kao mlad čovek, uz izvesnu pomoć Maksa Borna i Paskval Jordana, on je razvio prvu verziju kvantne teorije, iz koje je izveo relacije neodređenosti. Za ovo dostignuće je dobio 1932. godine Nobelovu nagradu za fiziku. Isto tako je radio i na nuklearnoj fizici i turbulenciji. Tokom Drugog svetskog rata radio je na programu nuklearne fisije. Posle rata je objavio nekoliko uspešnih knjiga iz oblasti filozofskih pitanja u fizici. Postepeno se pretvarao u osobenjaka i pokušavao – uz izvesnu bezvoljnu pomoć Volfganga Paulija (Wolfgang Pauli) – da nađe objedinjen opis prirode zasnovan na kvantnoj teoriji, “obrazac sveta”.

IZNENAĐENJA KVANTA RADA

Kvant rada $\hbar$ podrazumeva nejasnost svih kretanja. Ova nejasnost takođe podrazumeva postojanje kratkotrajnih odstupanja od očuvanja energije, količine kretanja i momenta količine kretanja u mikroskopskim sistemima. Radi opšteg osiguranja mora da se naglasi da za duža posmatranja – sigurno za sva vremena duža od mikrosekunde – očuvanje postoji. Međutim, u prvom delu uspona na planinu (**Vol. I, strana 175**), mi smo saznali da svaki oblik nepostojanja očuvanja nagoveštava postojanje **iznenađenja** u prirodi. Dakle, evo nekih od njih.

Pošto savršeno ravnomerno kretanje ne postoji, sistem koji se kreće samo u jednom smeru – kao što je kazaljka sata – uvek ima mogućnost da malo krene i u obrnutom smeru, pa stoga dovodi do netačnog očitavanja. U stvari, kvantna teorija predviđa da časovnik ima suštinska ograničenja:

- Perfektni časovnici ne postoje.

Dublje značenje ovog iskaza postaje jasno korak po korak. Isto tako je nemoguće da se izbegne da predmet čini mala pomeranja ustranu. Zapravo, kvantna teorija podrazumeva da, strogo govoreći

- Ne postoji ravnomerno kretanje niti kretanje u jednoj dimenziji.

Isto tako ovaj iskaz sadrži mnoga dodatna iznenađenja.

Kvanna ograničenja utiču isto tako i na pravila merača. Nemoguće je da se obezbedi da pravio u potpunosti miruje u odnosu na predmet koji se meri. Prema tome, kvant rada ponovo podrazumeva da su s jedne strane merenja moguća, a druge strane da

- Tačnost merenja je ograničena.

Isto tako iz kvanta rada sledi da svaki inercijski posmatrač u slobodnom padu mora da bude **velik**, pošto samo veliki sistemi predpostavljaju inercijska kretanja.

- Posmatrač ne može da bude mikroskopski.

Kada ljudi nebi bili makroskopski, oni nebi mogli niti da osmatraju niti da proučavaju kretanje.

Zbog konačne tačnosti uz koju može da se posmatra mikroskopsko kretanje, otkrivamo da

- Kretanje brže od svetlosti moguće je u mikroskopskom području.

Kvantna teorija prema tome predviđa tahione, najmanje u toku kratkotrajnih intervala. Iz istog razloga

- Kretanje unazad u vremenu moguće je u mikroskopskim vremenima i rastojanjima.

Ukratko, kvant rada podrazumeva postojanje mikroskopskog putovanja kroz vreme. Međutim, to ostaje nemoguće u makroskopskom području, kao što je svakodnevni život.

No, postoji i više od toga. Zamislite da automobil koji se kreće nestane zauvek. U takvoj situaciji nebi bili očuvani ni količina kretanja ni energija. Promena rada u takvom nestajanju je velika u odnosu na $\hbar$, tako da bi posmatranja bila u suprotnosti čak i klasičnoj fizici – kao što verovatno želite da proverite. (**Izazov 12s**). Međutim, kvant rada dopušta da **mikroskopska** čestica, kao što je elektron, nestane na **kratko** vreme, omogućavajući da se potom ponovo pojavi.

- Kvant rada podrazumeva da u prirodi ne postoji stalnost.

Kvant rada podrazumeva takođe:

- Vakuum nije prazan

Ako dva puta pogledamo prazan prostor, budući da su dva opažanja razdvojena malim intervalom vremena, neka energija biće zapažena u drugom posmatranju. Ako je interval vremena dovoljno kratak, kvant rada će dovesti do zapažanja zračenja materijalne čestice. U stvari, čestice se mogu pojaviti bilo gde niodkuda i da posle toga nestanu: to zahteva granica rada. Ukratko, priroda pokazuje kratkotrajne pojave i nestajanja materije i zračenja. Drugim rečima, ideja o praznom vakuumu je ispravna samo ako se vakuum posmatra tokom dužeg vremena.

Kvant rada podrazumeva da igla kompasa ne može da radi. Ako pogledamo dva puta u kratkim razmacima iglu kompasa, ili čak i kuću, obično ćemo žapaziti da su ostali usmereni u istom pravcu. Međutim, pošto rad u fizici ima istu dimenziju kao i moment količine kretanja, najmanja vrednost rada podrazumeva i

najmanju vrednost momenta količine kretanja. (**Izazov 13e**). Čak i makroskopski predmeti imaju najmanju vrednost za svoje obrtanje. Drugim rečima, kvantna teorija predviđa

➤ Sve se obrće.

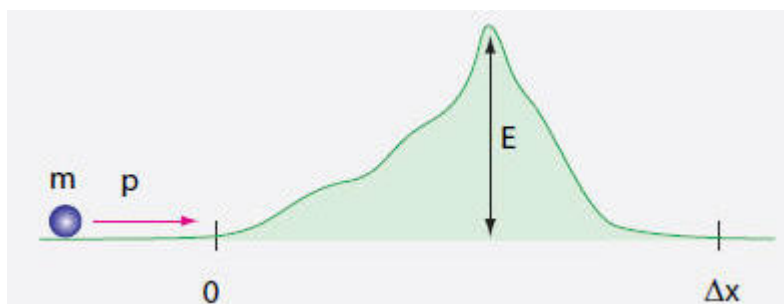
Predmet može samo približno da se ne obrće, kada su zapažanja razdvojena dugim intervalima vremena.

Za mikroskopske sisteme kvantna granica obrtanja ima poseban učinak. Ako ugao obrtanja može da se opazi – kao kod molekula – sistem se ponaša kao makroskopski predmet: njegov položaj i orijentacija su nejasni. Ali za sisteme u kojima ugao obrtanja ne može da se opazi, kvant rada ograničava moment količine kretanja na umnožak $\hbar/2$. Posebno svi mikroskopski vezani sistemi – kao što su molekuli, atomi ili atomska jezgra – sadrže obrtno kretanje u sastojke obrtanja.

PRETVARANJA, ŽIVOT I DEMOKRIT

Na početku naše avanture (**Vol. I, strana 21**) pomenuli smo da su Grci razlikovali tri vrste promena: transport, rast i pretvaranje. Isto tako smo pomenuli da je Demokrit zaključio da su sve tri vrste promena – uključujući život i smrt – bile u suštini iste, i to zbog kretanja atoma. Kvant rada upravo to ističe.

Pre svega, princip najmanjeg rada podrazumeva da su kavezi u zoološkom vrtu opasni, a da banke nisu sigurne. Kavez je tvorevina za koju je potrebno mnogo energije da se savlada. Govoreći fizičkim rečnikom, zid kaveza je energetska brdo, koje je zamenjeno pravim brdom, prikazanim na **slici 8**. Zamislite da čestica sa količinom kretanja p priđe jednoj strani brda, za koje se predpostavlja da ima debljinu Δx .



Slika 8 Brda nikada nisu dovoljno visoka

U svakodnevnom životu – ša prema tome u klasičnoj fizici – čestica neće biti vidljiva na drugoj strani brda ako je njena kinetička energija $p^2/2m$ manja od visine E brda. Ali zamislite da nedostajuća količina kretanja $\Delta p = \sqrt{2mE} - p$ zadovoljava nejednakost $\Delta x \Delta p \leq \hbar/2$. Čestica bi imala mogućnost da savlada brdo uprkos svojoj nedovoljnoj energiji. Kvant rada preme tome podrazumeva da brdo širine

$$\Delta x \leq \frac{\hbar/2}{\sqrt{2mE} - p} \quad (4)$$

nije prepreka za česticu mase m . Ali to još nije sve. Pošto sama vrednost količine energije p nije određena, čestica može da savlada brdo čak i ako je brdo šire od vrednosti u nejednakosti (4) – premda će verovatnoća biti utoliko manja ukoliko je brdo šire. Tako bilo koja čestica može savladati **bilo kakvu** prepreku. Ovo se naziva **tunelski efekt** iz očiglednog razloga. Klasično, tunelski efekt je nemoguć. U kvantnoj teoriji ovaj podvig je moguć, pošto talasna funkcija ne iščezava na lokaciji brda (**strana 72**); grubo rečeno, talasna funkcija u unutrašnjosti brda nije nula. Tako neće biti nula ni iza brda. Kao rezultat, kvantni sistemi mogu prodirati ili bušiti "tunele" kroz brda.

Ukratko, načelo najmanjeg rada podrazumeva da nigde na svetu nema čvrste kutije. Zahvaljujući efektu "tunela"

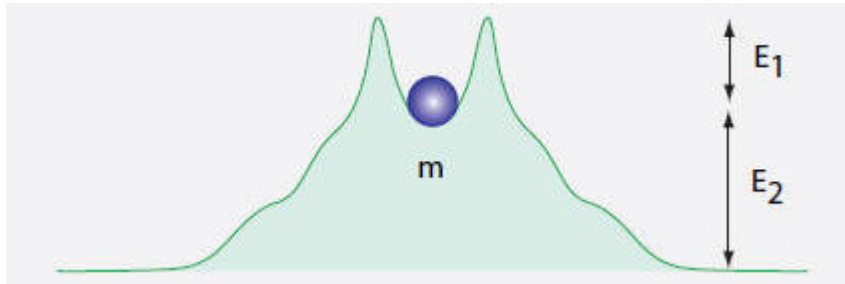
➤ Materija nije neprobojna.

Probojnost svih materijala u suprotnosti je sa svakodnevnom, klasučinim posmatranjima. Možete li da objasnite zbog čega kavez lavova služi svrsi, uprkos kvantu rada? (**Izazov 14s**).

Uzgred, kvant rada takođe podrazumeva da brdo može da odbije česticu koja ima kinetičku energiju veću od energetske visine brda. Ovakav učinak je takođe nemoguć u klasičnoj fizici.

Načelo najmanjeg rada takođe podrazumeva da su police za knjige opasne. Zašto? Police su prepreka za kretanje. Knjiga na polici u istoj je situaciji kao masa na **slici 9**: masa je okružena energetska brdom koji

je sprečava da pobjegne u spoljni svet manje energije. Ali zahvaljujući tunelskom efektu pobeg je uvek moguć. Ista slika može da se odnosi i na granu drveta, na ekser u zidu ili na bilo šta što je pričvršćeno na nešto drugo. Stvari ne mogu nikada da budu povezane zajedno. Posebno, mi ćemo otkriti da svaki primer emisije svetlosti – čak i radioaktivnosti – imaju za posledicu isti učinak.



Slika 9 Napuštanje ograničenja

Ukratko, kvant rada podrazumeva da je

- Raspad deo prirode.

Treba zapaziti da se raspad pojavljuje i u svakodnevnom životu, pod drugim imenom: **lomljenje**. Zapravo, svi lomovi zahtevaju kvant rada da svoj opis. (**Ref. 8**). Očigledno, uzrok lomova je često klasičan, ali je **mehanizam** lomova uvek kvantni. Samo predneti koji se pridržavaju kvantne teorije mogu da se lome. Ukratko, u prirodi ne postoje stabilni pobuđeni sistemi. Iz istog razloga, uzgred rečeno, ne postoji sećanje koje je savršeno. (Možete li to da potvrdite?) (**Izazov 15s**).

Zauzimajući opštije gledište, **starenje** i **smrt** takođe su posledica kvanta rada. Smrt, isto kao i starenje, je niz procesa lomljenja. Kada se umre, mehanizam u živom biću je polomljen. Lomljenje je oblik raspada, a ono je usled tunelskog efekta. Smrt je prema tome kvantni proces. Klasično, smrt ne postoji. Možda je to razlog zbog kojeg tako mnogo ljudi veruje u besmrtnost ili u večnu mladost? (**Izazov 16s**).

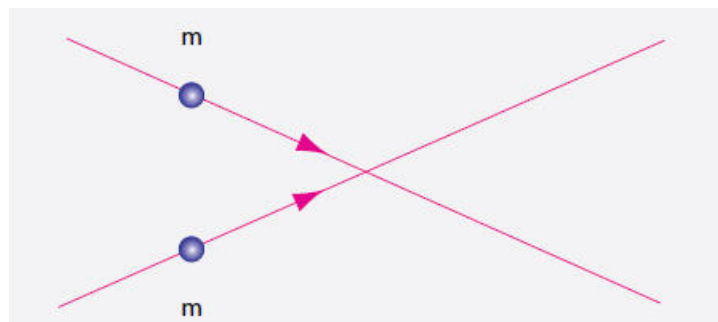
Mi ćemo takođe da otkrijemo da je kvant rada razlog za važnost rada osmotrenog u klasičnoj fizici. Ustvari, postojanje **najmanjeg** rada razlog je za **principa najmanjeg rada** u klasičnoj fizici.

Minimum rada takođe podrazumeva da materija ne može da bude neprekidna, već mora da bude sastavljena od najmanjih subjekata. Zapravo, bilo koji protok stvarno neprekinutih materijala moralo bi da bude u suprotnosti sa kvantnim načelom. Možete li da date precizan dokaz? (**Izazov 17s**). Naravno, na ovom mestu naše avanture nepostojanje neprekidnosti materije više nije iznenađenje. Ali kvant rada podrazumeva da čak ni **zračenje** ne može da bude neprekidno. Kao što je Albert Ajnštajn bio prvi koji je izrazio jasno, svetlost je sastavljena od kvantnih čestica.

Čak još uopštenije, kvant rada podrazumeva da su u prirodi

- Svi protoci i svi talasi načinjeni od mikroskopskih čestica.

Pojam “mikroskopski” (ili “kvantno”) je suština, pošto se takve čestice ne ponašaju kao malo kamenje. Mi smo se već sreli sa nekoliko razlika, a uskoro ćemo sresti i ostale. Iz ovih razloga trebalo bi da postoji poseban naziv za mikroskopske čestice, ali do sada je propalo prihvatanje svih predloga, od kojih je **kvanton** najpopularniji.



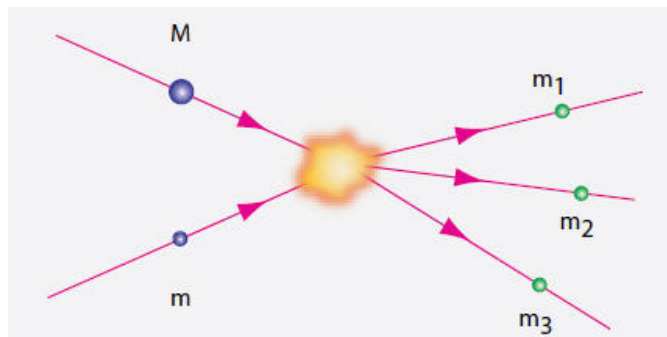
Slika 10 Identični objekti na putanjama koje se ukrštaju

Kvant rada ima više čudnih posledica na mikroskopske čestice. Uzmite dve takve čestice istih masa i sastava. Zamislite da se njihove putanje ukrštaju i da se na ukrštanju one međusobno jako približe, kao što je prikazano na **slici 10**. Najmanji rad podrazumeva da u takvoj situaciji, ako je rastojanje postalo dovoljno

malo, te dve čestice mogu da zamene uloge, a da niko to ne može da izbegne ili da ih primeti. Prema tome u zapremini gasa nemoguće je – zahvaljujući kvantu rada – da se prate čestice koje se kreću unaokolo i da se kaže koja je čestica koja. Možete li da potvrdite ovaj zaključak, a posebno stanje, koristeći relacije neodređenosti? (**Izazov 18s**). Ukratko

- U prirodi je nemoguće razlikovati identitet čestice.

Možete li da pogodite šta se događa u slučaju svetlosti? (**Izazov 19s**)



Slika 11 Pretvaranje kroz reakciju

Međutim, materija zaslužuje još veću pažnju. Zamislite dve čestice – čak obe različite – da su prišle jedna drugoj veoma blizu, kao što je prikazano na **slici 11**. Znamo da ako je blizina prilaza postala mala, stvari postaju nejasne. Zatim načelo najmanjeg rada omogućava da se nešto dogodi u toj maloj oblasti sve dok dobiveni izlazni proizvodi imaju iste ukupnu linearnu količinu kretanja, moment količine kretanja i energiju kao i ulazni proizvodi. Zaista, isključivanje takvih procesa značilo bi da se proizvoljno mali rad može zapaziti, čime bi se otklonile nejasnoće u prirodi, kao što možda želite sami da proverite. (**Izazov 20e**). Ukratko

- Kvant rada omogućava pretvaranje materije.

Ponekad se kaže da kvant rada omogućava **reakciju** čestice. Zapravo, mi ćemo otkriti da svaka vrsta reakcije u prirodi, uključujući disanje, varenje i sve druge hemijske i nuklearne reakcije nastaju samo usled postojanja kvanta rada.

Jedna vrsta procesa koja nam je posebno draga je rast. Kvant rada podrazumeva da se svaki rast događa u malim koracima. Ustvari,

- Svi procesi rasta u prirodi su kvantni procesi.

Pre svega, kao što je već pomenuto, kvant rada objašnjava život. Samo kvant rada omogućava reprodukciju i nasleđivanje. Rođenje, seksualnost i smrt posledice su kvanta rada.

Tako je Demosten bio u pravu, ali i nije, Bio je u pravu kada je zaključio osnovne sastavne delove materije i zračenja. Nije bio u pravu kada je objedinio sve promene u prirodi – od transporta do pretvaranja i rasta – kao kretanja čestica. Ali nije bio u pravu i u predpostavci da se male čestice ponašaju kao kamenje. Kao što ćemo pokazati u tekstu koji sledi, najmanje čestice se ponašaju kao **kvantoni**: one se ponašaju nasumično, i ponašaju se delom kao talasi i delom kao čestice.

SLUČAJNOST – POSLEDICA KVANTA RADA

Šta se događa ako pokušamo da izmerimo promenu manju od kvanta rada? Priroda ima prost odgovor: dobićemo slučajne rezultate. Ako napravimo eksperiment u kojem pokušamo da proizvedemo promenu rada veličine četvrtine kvanta rada, eksperiment će nam dati, na primer, promenu **jednog** kvanta rada u četvrtini slučajeva, ali nijednu promenu u tri četvrtine slučajeva,¹ čime će dati prosek jedne četvrtine $\hbar$.

- Pokušaji sa de izmere rado manji od $\hbar$ dovode do nasumičnih rezultata.

Ako želite da sažmete kvantnu fiziku u jedan ključni iskaz, onda je to taj.

¹ U ovom kontekstu, “bez promene” znači “nema promene” u fizičkoj promenljivoj koja se meri; uopšteno govoreći, uvek postoji neka promena, ali ne i nužno u promenljivoj koja se meri.

Kvant rada dovodi do nasumičnosti na mikroskopskom nivou. Ova povezanost se može posmatrati i na sledeći način. Zbog relacije neodređenosti nemoguće je dobiti konačne vrednosti ni za količinu kretanja ni za položaj čestice.

Očigledno, konačne vrednosti isto tako su nemoguće za pojedinačne sastavne delove iz eksperimentalne postavke ili posmatrača. Prema tome, početni uslovi – kako za sistem tako i za eksperimentalnu postavku – ne mogu tačno da se ponove. Kvant rada prema tome podrazumeva da i kada se eksperiment sa mikroskopskim sistemom izvede dva puta, ishodi će biti (uglavnom) različiti. Ishodi bi mogli da budu isti ako bi i sistem i posmatrač svaki put bili u tačno istoj konfiguraciji. Međutim, usled drugog načela termodinamike i zbog kvanta rada, ponavljanje iste konfiguracije je nemoguće. Prema tome,

- Mikroskopski sistemi se ponašaju nasumično.

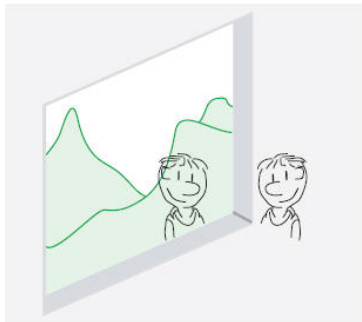
Očigledno je da će postojati **prosečni** ishodi; ali u svim skućajevima mikroskopska posmatranja su **rezultat verovatnoće**. Mnogi nalaze da je ovaj zaključak kvantne teorije najteži da se proguta. Ali činjenica je da: kvant rada podrazumeva da je ponašanje kvantnog sistema upečatljivo različito od onog u klasičnim sistemima. Zaključak je nezaobilazan:

- Priroda se ponaša nasumično.

Možemo li da zapazimo nasumičnost u svakodnevnom životu? Da. Svaki prozor dokazuje da se priroda ponaša nasumično u mikroskopskoj razmeri. Svaki od nas zna da prozor voza možemo da koristimo ili da bismo posmatrali **spoljnu** prirodu ili da se koncentrišemo na odbijenu sliku, pa da posmatramo neku interesantnu osobu **unutar** vagona. Drugim rečima, posmatranje kao na **slici 12** pokazuje da staklo odbija deo čestica svetlosti, a da dopušta da deo prođe kroz njega. Još preciznije, staklo odbija nasumično odabrane čestice svetlosti; mada je njihov prosečan odnos nepromenljiv. U ovoj prosečnosti je delimično odbijanje slično tunelskom efektu. Ustvari, delimično odbijanje fotona u staklu rezultat je kvanta rada. I ponovo, ova situacija bi mogla da se opiše pomoću klasične fizike, ali precizna količina odbijanja nebi mogla da se opiše bez kvantne teorije. Ostajemo pri iskazu

- Kvantoni se kreću nasumično.

Bez kvanta rada putovanje železnicom bilo bi još dosadnije.



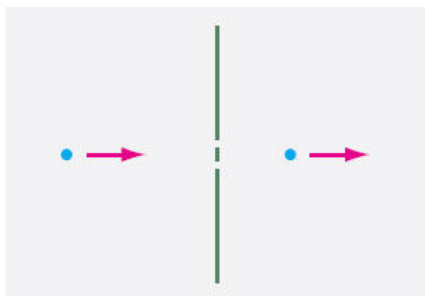
slika 12 Poznati kvantni učinak; kako prozor vagona uspeva da prikaže dve preklapljenе slike? (Foto © Greta Mansour)

TALASI – POSLEDICA KVANTA RADA

Kvant rada podrazumeva važan rezultat o **putanji** čestica. Ako čestice putuju od jedne tačke ka drugoj, ne postoji način da se kaže koju putanju će imati između. Zapravo, radi razlikovanja između dve moguće, ali neznatno različite putanje, rad manji od $\hbar$ bio bi pouzdano izmeren. Posebno, ako se čestica šalje kroz ekran sa dva dovoljno bliska proreza, kao što je prikazano na **slici 13**, nemoguće je reći kroz koji prorez je čestica prošla. Ova nemogućnost je bitna.

Nama je već poznata pojava kretanja za koju nije moguće precizno reći kako se nešto kreće ili koju će putanju da imaju iza dva proreza: na takav način se ponašaju **talasi**. Svi talasi su predmet relacije neodređenosti. (**Vol. I, strana 229**).

$$\Delta\omega\Delta t \geq \frac{1}{2} \quad \text{i} \quad \Delta k\Delta x \geq \frac{1}{2} \quad (5)$$



Slika 13 Čestica i ekran sa dva bliska proreza

Talasi su vrsta kretanja koja je opisana **fazom** i koja se menja u prostoru i vremenu. Ispostavlja se da ovo važi za sva kretanja. Posebno ovo važi za materiju.

U predhodnom tekstu smo videli da je kvantni sistem predmet

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{i} \quad \Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (6)$$

To nas dovodi da pripišemo učestanost i talasnu dužinu kvantnom sistemu

$$E = \hbar \omega \quad \text{i} \quad p = \hbar k = \hbar \frac{2\pi}{\lambda} \quad (7)$$

Odnos energija–učestanost za svetlost i jednako vredan odnos količina kretanja–talasna dužina, izveo je Maks Plank 1899. godine. U godinama počev od 1905. pa nadalje, Albert Ajnštajn je potvrdio da ovi odnosi važe za sve primere emisije i apsorpcije svetlosti. U godinama 1923. i 1924. Luj de Broj (Louis de Broglie)¹ predvideo je da bi ovi odnosi trebalo da važe i za sve kvantne **materijalne** čestice. Eksperimentalne potvrde usledile su nekoliko godina kasnije. (**Strana 62**) (Ovo je prema tome drugi primer otkrića koje je načinjeno sa oko 20 godina zakašnjenja.) Ukratko, kvant rada podrazumeva

- Materijalne čestice se ponašaju kao talasi.

Posebno, kvant rada podrazumeva postojanje interferencije za tokove materije.

ČESTICE – POSLEDICA KVANTA RADA

Kvant rada, najmanja promena, podrazumeva da protok ne može da bude proizvoljno slab. To se odnosi na sve protoke: (**Vol. I, strana 273**) posebno se to odnosi na reke, protoke čvrstih materija, protoke gasa, zraka svetlosti, protoke energije, protoke entropije, protoke količine kretanja, protoke momenta količine kretanja, protoke verovatnoće, signale svih vrsta, protoke električnih naboja, protoke naboja boja i protoke slabih naboja.

Protok vode u rekama, kao i svaki protok materije, ne može da bude proizvoljno mali: kvant rada podrazumeva da postoji najmanji protok materije u prirodi. U zavisnosti od situacije, najmanji protok materije je molekul, atom ili manja čestica. Zaista, kvant rada je takođe u poreklu posmatranja najmanjeg naboja u električnoj struji. Pošto sva materija može da teče, kvant rada podrazumeva:

- Sva materija ima vid čestica.

Na isti način kvant rada, najmanja promena, podrazumeva da svetlost ne može da bude proizvoljno bleđa. Postoji najmanja osvetljenost u prirodi; ona se naziva **foton** ili **kvant svetlosti**. Ali pošto je svetlost talas, takav dokaz se takođe može načiniti i za bilo koji talas. Ukratko, kvant rada podrazumeva:

- Svi talasi imaju vid čestica.

¹ Luj de Broj (Louis de Broglie, 1892. Dieppe – 1987. Paris), fizičar i profesor na Sorboni. Odnos energija–učestanost za svetlost doneo je Nobelovu nagradu za fiziku 1918. i 1921. godine Maks Planku i Albertu Ajnštajnu. De Broj je proširio odnos da bi predvideo talasnu prirodu elektrona (i svih drugih kvantnih materijalnih čestica): to je bila suština njegove teze za doktorat. Predviđanje je prvi put potvrđeno eksperimentalno nekoliko godina kasnije, 1927. godine. Za predviđanje talasne prirode materije, de Broj je dobio Nobelovu nagradu za fiziku 1929. godine. Pošto je bio aristokrata (vojvoda), on posle toga nije radio na novim istraživanjima. Na primer, Šredinger (Schrödinger) je napisao talasnu jednakost iako je isto tako to mogao da učini de Broj.

Ovo je bilo provereno za talase svetlosti, talase vode, X-zrake, zvučne talase, talase plazme, vrtloge u tečnosti i sve druge vrste talasa koji su ikada bili opaženi. (Gravitacijski talasi još uvek nisu zapaženi; očekuje se da njihov vid kao čestice, **graviton**, u tom slučaju takođe postoji.)

Ukratko, kvant rada izražava:

- Ako se nešto kreće, to je sastavljeno od kvantnih čestica, ili kvantona.

Kasnije ćemo istražiti i odrediti tačnu razliku između kvantne čestice i malog kamena ili zrna peska. Otkrićemo da se kvantoni materije kreću drugačije, ponašaju drugačije pri obrtanju i drugačije ponašaju prilikom razmene.

KVANT INFORMACIJE

U nauci o računarima, najmanja jedinica promene nazvana je “bit change”. Postojanje najmanje promene u prirodi podrazumeva da nauka o računarima – odnosno informatika – može da se koristi za opisivanje prirode, a posebno u kvantnoj teoriji. Ova analogija je u predhodim decenijama privlačila mnogo istraživača, a istraživana su mnoga interesantna pitanja. Da li je moguće neograničeno čuvanje podataka? Može li se informacija kompletno pročitati i kopirati? Može li se informacija preneti a da se zadrži tajnost? Može li se informacija preneti i sprovesti čuvanje nezavisno od šuma? Može li se kvantna fizika iskoristiti za izradu novih vrsta računara? Do sada su odgovori na sva ova pitanja negativni, ali nada da će se situacija izmeniti još uvek nije umrla.

Sličnost između kvantne teorije i informatike je ograničen: informatika može da opiše samo “softversku” stranu uređaja. Za fizičara je centralna “hardverska” strana prirode. Hardver prirode zalazi u opis uvek kada mora da se uzme u obzir stvarna vrednost $\hbar$ kvanta rada.

Pošto budemo istražili sličnosti i razlike između prirode i informatike, otkrićemo da kvant rada podrazumeva da makroskopski fizički sistemi ne mogu da se kopiraju – ili “kloniraju” – kao što vole da kažu teoretičari kvanta. Priroda ne dopušta kopije makroskopskih objekata. Drugim rečima:

- Savršena mašina za kopiranje ne postoji.

Kvant rada onemogućava da se prikupe i iskoriste sve informacije na način koji obezbeđuje izradu savršene kopije.

Istraživanje mašina za kopiranje podsetiće nas ponovo na precizan redosled na koji se izvode merenja u eksperimentu. Kada redosled merenja može da bude obratan, bez uticaja na rezultat, fizičari govore o “komutaciji”. Kvant rada podrazumeva

- Fizička zapažanja nisu komutativna.

Isto tako ćemo otkriti da kvant rada podrazumeva da sistemi nisu uvek nezavisni, već mogu biti **upleteni**. (**Strana 119**). Ovaj pojam je uveo Ervin Šredinger (Erwin Schrödinger), opisujući jednu od više besmislenih posledica kvantne teorije. Upletenost čini da su sve stvari u prirodi povezane sa svakom drugom. Upletenost stvara efekte koji izgledaju (ali nisu) brži od svetlosti.

- Upletenost proizvodi (lažne) oblike nelokaliteta.

Upletenost podrazumeva da verodostojna komunikacija ne može da postoji. (**Ref. 9**).

Isto tako ćemo otkriti da je **dekoherencija** sveprisutan proces u prirodi koji utiče na kvantne sisteme. Na primer, ona s jedne strane omogućava merenja, a na drugoj strani čini da su kvantni računari nemogući. (**Strana 123**).

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O KVANTU RADA

Čak i kada prihvatimo da nijedan eksperiment izveden do sada nije u suprotnosti sa najmanim radom, još uvek moramo da proverimo da li je najmanji rad nije protivrečan razumu. Naročito mora najmanji rada da bude usklađen sa svim **misaonim** eksperimentima. To nije očigledno samo po sebi.

* * *

Gde je kvantna razmera u časovniku sa klatnom? (**Izazov 21s**).

* * *

Kada elektromagnetna polja stupe na scenu, vrednost rada (obično) zavisi od izbora vektorskog potencijala, pa prema tome i od izbora merila. Videli smo u delu o elektrodinamici (**Vol. III, strana 66**) da pogodan izbor merila može da promeni vrednost rada tako što se dodaje ili oduzima željena veličina. Ipak i prirodi postoji najmanji rad. Ovo je moguće, pošto u kvantnoj teoriji promene fizičkog merila ne mogu da dodaju ili oduzimaju bili koji iznos, već samo umnožak **dvosruke** najmanje vrednosti. Prema tome, to nam ne dozvoljava da odemo ispod najmanjeg rada.

* * *

Razvijene biljke prestaju da rastu u mraku. Bez svetlosti prekidaju se potrebne reakcije za rast. Možete li da dokažete da je to kvantni učinak, koji ne može da se objasni pomoću klasične fizike? (**Izazov 22s**).

* * *

Većina kvantnih procesa u svakodnevnom životu su elektromagnetni. Možete li da dokažete da kvant rada mora da važi i za nuklearne procese, to jest za procese koji nisu elektromagnetni? (**Izazov 23s**).

* * *

Da li je kvant rada nezavisan od posmatrača čak i kada je u blizini brzine svetlosti? (**Izazov 24s**). Ovo pitanje je bilo razlog zbog kojeg je Plank kontaktirao mladog Ajnštajna, pozivajući ga u Berlin i time ga je uveo u međunarodni krug fizičara.

* * *

Kvant rada podrazumeva zašto mali ljudi, kao što je **Toma Palčić**, ne mogu da postoje. Kvant rada podrazumeva da razlomci ne mogu da postoje u prirodi. Kvant rada podrazumeva da “Murov zakon” za poluprovodničku elektroniku, koji izražava da se broj tranzistora na čipu svake godine udvostručava, ne može da važi zauvek. Zbog čega? (**Izazov 25s**).

* * *

Uzmite potkovicu. Rastojanje između dva kraja nije stalno, pošto bi u suprotnom bili istovremeno poznati i njen položaj i njena brzina, što bi bilo u suprotnosti sa relacijom neodređenosti. Naravno, ovakvo razmišljanje je valjano i za bilo koji drugi čvrst predmet. Ukratko, i kvantna mehanika i specijalna teorija relativnosti pokazuju da kruta tela ne postoje, mada iz različitih razloga.

* * *

Moment količine kretanja ima istu dimeziju kao rad. Najmanji rad podrazumeva da postoji i najmanji moment količine kretanja u prirodi. Kako je to moguće, ako se zna da neke čestice imaju nulti spin, to jest, nemaju moment količine kretanja? (**Izazov 26s**).

* * *

Da li smo mogli da započnemo celu raspravu o kvantnoj teoriji počevši od toga da postoji najmanji moment količine kretanja umesto najmanjeg rada? (**Izazov 27s**)

* * *

Nils Bor je pored širenja ideje o najmanjem radu bio zaljubljenik u takozvano načelo komplementarnosti. To je ideja da izvesni parovi zapažanja u sistemu – kao što su položaj i količina kretanja – povezuju **preciznost**: ako je jedna veličina iz para poznata uz veliku preciznost, druga je obavezno poznata uz malu preciznost. Možete li da izvedete ovo načelo iz najmanjeg rada? (**Izazov 28s**).

OPASNOSTI PRILIKOM KUPOVINE KONZERVE PASULJA

Drugi način da se pokažu besmislene posledice kvantne teorije dat je na konačnim upozorenjima o proizvodima, koji prema nekim dobro obaveštenim pravnicima treba da budu odštampane na svakoj konzervi pasulja i na svakom pakovanju proizvoda. (**Ref. 10**). To detaljno pokazuje koliko nas duboko naša ljudska situacija obmanjuje.

Upozorenje: treba paziti pri **posmatranju** ovog proizvoda:

- On emituje toplotno zračenje.
- Jaka svetlost ima uticaj na sabijanje ovog proizvoda.

Upozorenje: treba paziti pri **dodirivanju** ovog proizvoda:

- Jedan njegov deo može da se zagreje, a drugi da se ohladi, što može uzrokovati teške opekotine.

Upozorenje: treba paziti pri **rukovanju** ovim proizvodom:

- Ovaj se proizvod sastoji od najmanje 99,999 999 999 999% praznog prostora.
- Ovaj proizvod sadrži čestice koje se kreću brže od milion kilometara na čas.
- Svaki kilogram ovog proizvoda sadrži istu količinu energije koja se oslobađa iz oko sto atomskih bombi.¹
- U slučaju da ovaj proizvod dođe u dodir sa antimaterijom, dogodiće se užasna eksplozija.
- U slučaju da se ovaj proizvod obrće, on će emitovati gravitacijsko zračenje.

Upozorenje: treba paziti pri **prenosu** ovog proizvoda:

- Potrebna sila zavisi od njegove brzine i utiče na njegovu težinu.
- Kada se ubrzava ovaj proizvod emituje posebno zračenje.
- Ovaj proizvod privlači sve druge okolne predmete silom, koja se povećava pri smanjenju rastojanja, uključujući i decu kupca.

Upozorenje: treba paziti pri **skladištenju** ovog proizvoda:

- Ovaj proizvod je nemoguće držati na određenom mestu i istovremeno u stanju mirovanja.
- Osim ako nije uskladišten pod zemljom na dubini od nekoliko kilometara, vremenom će kosmičko zračenje da učini da je proizvod radioaktivan.
- Ovaj proizvod može da se raspadne u sledećih 10^{36} godina.
- Proizvod se hladi i diže se u vazduh.
- Ovaj proizvod u svojoj blizini zakrivljuje prostor i vreme, uključujući i posudu skladištenja.
- Čak i kada je uskladišten u zatvorenu posudu, na ovaj proizvod utiču svi ostali predmeti u svemiru i on utiče na njih, uključujući i na vašu taštu i tasta.
- Ovaj proizvod može da nestane iz trenutnog položaja i ponovo da se pojavi na proizvoljnom mestu u svemiru, uključujući i komšijinu garažu.

Upozorenje: treba paziti pri **odstranjivanju** ovog proizvoda:

- Proizvod će doći do isteka datuma upotrebe pre no što to učini kupac

Upozorenje: treba paziti pri **upotrebi** ovog proizvoda:

- Bilo kakva upotreba ovog proizvoda će povećati entropiju svemira
- Sastav ovog proizvoda je u potpunosti jednak sa svim ostalim predmetima u svemiru, uključujući i one u truloj ribi.

Svi ovi iskazi su u potpunosti tačni. Utisak određene paranoične strane kvantne fizike je u potpunosti slučajan.

ZAKLJUČAK: KVANTNA FIZIKA, ZAKON I INDOKTRINACIJA

Zar svi zaključci iz kvanta rada predstavljeni do sada ne izgledaju pogrešno ili barem ludo? Zapravo, ako ste vi ili vaš advokat dali na sudu neke izjave na kvantnom nivou fizike, možda čak i pod zakletvom, možete da završite u zatvoru! Međutim, svi ovi iskazi su tačni: svi oni su dokazani eksperimentalno. A postoji još mnogo iznenađenja koja dolaze. Možda ste primetili da u predhodnim primerima nismo načinili određene upute na elektricitet, na nuklearne interakcije ili na gravitaciju. U ovim oblastima iznenađenja su još više iznenađujuća. Posmatranje antimaterije, električne struje bez otpornosti, kretanja u mišićima, energija vakuuma, nuklearne reakcije u zvezdama i – možda uskoro – ključanje praznog prostora, začudiće vas isto toliko kojiko su začudili i još uvek začuđuju hilade istraživača.

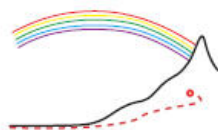
¹ Standardna nuklearna bojeva glava ima eksploziv jednak 0,2 mega tone (u pitanju je standardni eksploziv trinitrotoluol ili TNT), oko trinaest puta jači id bombe bačene na Hirošimu, koja je imala 15 kilotona. (**Ref. 11**). Jedna megatona je definisana kao 1 Pcal = 4,2 PJ, mada TNT daje oko 5% manje energije od ove vrednosti. Drugim rečima, 1 megatona je sadržaj energije od 47 g materije. To je mnogo manje od šake većine čvrstih predmeta ili tečnosti.

Osim toga, posledice kvanta rada za rani svemir su zapanjujuće. Pokušajte samo da objasnite sebi njihovu posledicu na veliki prasak. (**Izazov 29d**). Sve zajedno, sve ove teme će nas povesti na dugo putovanje prema vrhu Planine Kretanja. Posledice kvanta rada su toliko čudne, toliko neverovatne i toliko brojne, da se kvantna fizika s pravom može nazvati opisom kretanja za **lude** naučnike. U određenom smislu, ovo uopštava našu prethodnu odrednicu kvantne fizike kao opis kretanja vezanog za zadovoljstvo.

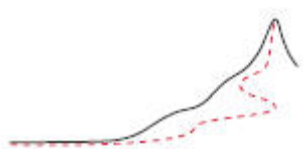
Nažalost, često se tvrdi da “niko ne razume kvantnu teoriju”. To je netačno. (**Strana 129**). Zapravo, to je mnogo gore od netačnog: to je indoktrinacija i dezinformacija. Indoktrinacija i dezinformacija su načini kojima se ljudi sprečavaju da izoštre sopstven mozak i da uživaju u životu. U stvarnosti, posledice kvanta rada može svako da razume i da uživa u njima. Kako bi se ovo učinilo, naš prvi zadatak na našem putu prema vrhu Planine kretanja biće da upotrebimo kvant rada na proučavanje klasičnog standarda kretanja: kretanje svetlosti.

Nie und nirgends hat es Materie ohne Bewegung gegeben, oder kann es sie geben.

Fridrih Engels (Friedrich Engels), *Anti-Dühring*.¹



¹ “Nikada i nigde nije postojala materija, niti može da postoji, bez kretanja” Fridrih Engels (Friedrich Engels, 1820. – 1895.) bio je jedan od teoretičara marksizma. (**Ref. 12**).



Poglavlje 2

SVETLOST – ČUDNE POSLEDICE KVANTA RADA

Alle Wesen leben vom Lichte, jedes glückliche Geschöpfe.

Fridrih Šiler (Friedrich Schiller), *Wilhelm Tell*.¹

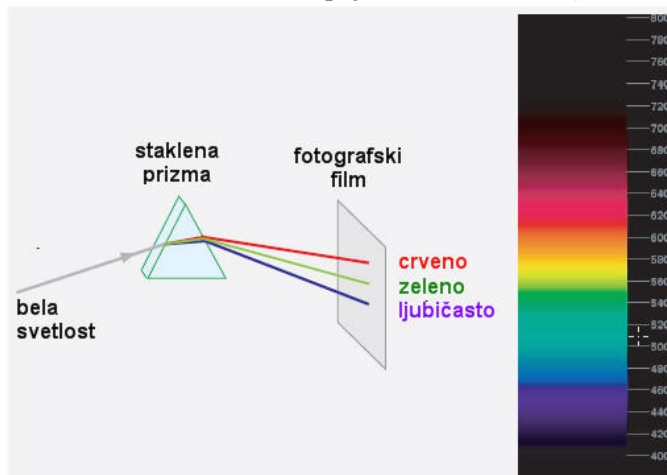
Pošto su sve boje materijala kvantni efekti, postaje neophodno da se prouče svojstva same svetlosti. Ukoliko najmanja promena zaista postoji, onda bi trebalo da postoji i najmanja osvetljenost u prirodi. Ovakav zaključak doneli su još u staroj Grčkoj, na primer Epikur (341. – 271. pne), koji je izjavio da je svetlost tok malih čestica. (**Ref. 13**). Najmanja moguća osvetljenost bila bi tada od jedne čestice svetlosti. U današnje vreme ove se čestice naziva **kvant svetlosti** ili **foton**. Neverovatno zvuči, ali je Epikur mogao da proveriti svoje predviđanje eksperimentom.

KAKO SE PONAŠAJU SLABE SVETILJKE

Oko 1930. godine Brumberg i Vavilov su našli lep način da provere postojanje fotona koristeći golo oko i svetiljku. (**Ref. 14**). Naše oči nam ne dopuštaju da **svesno** otkrijemo pojedinačne fotone, ali Brumberg i Vavilov našli su način da zaobiđu ovo ograničenje. Ustvari, eksperiment je toliko jednostavan da je mogao da se izvede mnogo vekova ranije; ali niko nije imao dovoljno smelu zamisao da ga pokuša.



Slika 14 Kako doživeti efekt pojedinačnih fotona (vidi tekst)



Slika 15 Kako se pojavljuje bela svetlost na izuzetnoj udaljenosti ekrana? (Prikazan je spektar pri malo udaljenosti ekrana, © Andrew Young, je optimizirao za CRT displej, ne i za štampanje u boji, kao što je objašnjeno na veb strani aty.sdsu.edu/GF/explain/optics/rendering.html)

Brumberg i Vavilov su konstruisali mehanički zatvarač koji bi mogao da bude otvoren u vremenskom intervalu od 0,1 sec. Sa druge strane, u potpuno zamračenoj prostoriji, oni su otvor osvetlili izuzetno slabom zelenom svetlošću: oko 200 aW, talasne dužine 505 nm, kao što je prikazano na **slici14**. Pri toj jačini, uvek kada bi se zatvarač otvorio moglo bi da prođe prosečno oko 50 fotona. To je samo prag

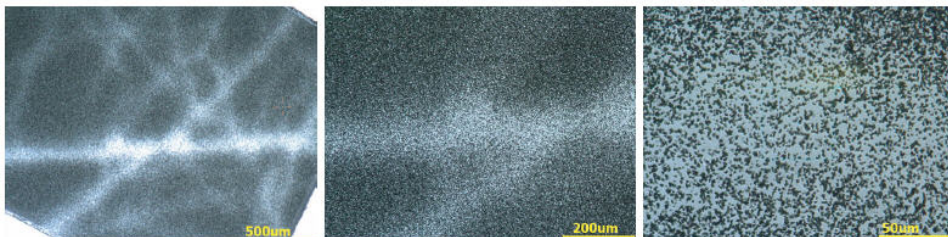
¹ “Od svetlosti žive sva bića, svako srećno stvorenje.” iz *Viljema Tela* (*Wilhelm Tell*) od Fridriha Šilera (Friedrich Schiller, 1759. Marbach – 1805. Weimar), pesnik, pisac drama i istoričar

osetljivosti oka. Da bi izveli eksperiment, njih dvojica su uzastopno gledali u otvoren zatvarač. Rezultat je bio prost ali začuđujući. Ponekad bi opazili svetlost, a ponekad ne bi. Da li bi je opazili ili ne, bilo je potpuno nasumično. Brumberg i Vavilov dali su jednostavno objašnjenje da pri maloj snazi svetiljke, usled kolebanja, broj fotona je iznad praga osetljivosti oka u polovini vremena, a ispod praga osetljivosti u drugoj polovini. Kolebanje je nasumično, a isto tako i svesno opažanje svetlosti. Ovo se nebi događalo kada bi svetlost bila neprekidan tok: u tom slučaju bi oči opazale svetlost pri svakom otvaranju zatvarača. (Pri većoj jačini svetlosti procenat neopažanja brzo bi se smanjio, u saglasnosti sa datim objašnjenjem.)

Ukratko, ovaj jednostavni eksperiment je dokazao:

- Svetlost se sastoji od fotona.

Niko ne zna kako bi se teorija svetlosti razvijala da je taj jednostavan eksperiment izveden pre 100 ili čak 2500 godina.



Slika 16 Fotografski snimljen film pri rastućim povećanjima

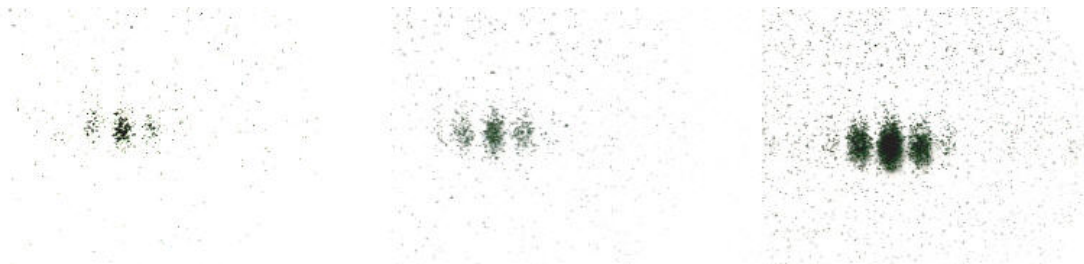
Stvarnost fotona postaje još uverljivija ako koristimo uređaj koji bi nam pomogao. Najprostiji način je da se započne sa zaslonom iza prizme obasjane belom svetlošću, kao što je prikazano na **slici 15**. Svetlost se razlaže na boje. Ako se zaslon postavlja sve dalje i dalje od prizme, jačina osvetljaja ne može da postane proizvoljno mala, pošto bi to bilo u suprotnosti sa kvantom rada. Da bismo proverili ovo predviđanje, potreban nam je samo crno-beli fotografski film. Film se zacrni na dnevnoj svetlosti bilo koje boje; postaje tamno siv na srednjoj jačini, a svetlo siv na maloj jačini osvetljaja. Ako posmatramo izuzetno svetlo siv film pod mikroskopom, otkrićemo da je čak i pri ujednačenom osvetljaju, siva zasenčenost sastavljena ustvari od crnih tačaka, raspoređenih u manjoj ili većoj gustini. Sve ove tačke imaju istu veličinu, kao što je prikazano na **slici 16**. Ova pravilna veličina sugerise da fotografski film reaguje na pojedinačne fotone. Detaljnija istraživanja potvrđuju ovu pretpostavku; u dvadesetom veku proizvođači fotografskih filmova razjasnili su osnovni atomski mehanizam u svim njegovim detaljima.



Slika 17 Detektori koji omogućavaju prebrojavanje fotona: fotomultiplikatorske cevi (levo), lavinska fotodioda (desno gore, oko 1 cm) i višekanalna ploča (desno dole, oko 10 cm) (© Hamamatsu Photonics).

Pojedinačni fotoni mogu još elegantnije da se otkriju pomoću elektronskih uređaja. Takvi uređaji mogu biti fotomultiplikatori, fotodiode, višekanalne ploče ili ćelije stapića u oku; izbor je prikazan na **slici 17**. (**Ref. 15**). Ovi detektori pokazuju da svetlost male jačine ne proizvodi ravnomernu boju: naprotiv, mala jačina svetlosti proizvodi nasumični uzorak jednakih tačaka, čak i kada se posmatra tipična talasna pojava kao što je uzorak interferencije prikazan na **slici 18**. U današnje vreme snimanje i prebrojavanje pojedinačnih fotona predstavlja standardni postupak u eksperimentima. Brojači fotona deo su mnogih naprava za

spektroskopiju, kao što su oni koji se koriste za merenje malih koncentracija materije. Na primer, oni se koriste da bi se otkrili tragovi droge u ljudskoj kosi.



Slika 18 Svetlosni talasi su načinjeni od čestica: posmatranje fotona – crne tačkice na ovim negativima - u eksperimentu s dvostrukim prorezom s malom jačinom, s vremenima ekspozicije od 1 s, 2 s i 5 s, uz upotrebu pojačivača slike (© Delft University of Technology).

Prema tome, svi eksperimenti pokazuju jednaki rezultat: kad god su osetljivi detektori svetla konstruisani sa ciljem da se "vidi" što je preciznije moguće – i stoga je okruženje sto je moguće tamnije – nalazimo da se svetlost manifestuje kao tok **kvanta svetlosti**. U današnje vreme oni se obično nazivaju **fotoni**, pojam koji se pojavio 1926. godine. Svetlost male jačine odgovara toku sa malim ili velikim brojem fotona.

Posebno interesantan primer izvora male jačine svetlosti je pojedinačni atom. Atomi su male lopte. Kada atom zrači svetlost ili X-zrake, zračenje bi trebalo da se emituje kao loptast talas. Ali u svim eksperimentima – videti **sliku 19** za uobičajenu postavku – **nije nikada** otkriveno da svetlost koju emituje atom oblikuje loptast talas, nasuprot onome što očekujemo od svakodnevnice fizike. Kada god je atom koji zrači okružen sa više detektora, aktivira se samo **jedan** detektor. Jedino prosek iz više emisija i otkrivanja daje loptast oblik. Eksperiment jasno pokazuje da se ne mogu otkriti delimični fotoni.



Slika 19 Atom koji zrači jedan foton aktivira samo jedan detektor i odbija se samo u jednom smeru.

Svi eksperimenti izvedeni u prigušenoj svetlosti pokazuju da je neprekidan opis svetlosti netačan. Svi takvi eksperimenti prema tome neposredno dokazuju da je svetlost tok čestica, baš kao što je Epikur predvideo u drevnoj Grčkoj. Još precizniji eksperimenti potvrđuju ulogu kvanta rada: svali foton dovodi do **iste** vrednosti promene. Svi fotoni koji imaju istu učestanost zacrnjuju film ili aktiviraju scintilacioni ekran na isti način. Ukratko, iznos promene koju izaziva pojedinačni foton zaista je **najmanji** iznos promene koji može da se proizvede.

Kada nebi postojala vrednost najmanjeg rada, svetlost bi mogla da se zapakuje u proizvoljno male iznose. Ali, priroda je drugačija. Rečeno jednostavnije: pogrešan je klasičan opis svetlosti pomoću neprekidnog vektorskog potencijala $A(t, x)$, ili elektromagnetnog polja $F(t, x)$, čiji je razvoj opisan u načelu najmanjeg rada. (**Vol. III, strana 68**). Neprekidne funkcije ne opisuju opažene efekte čestica. Potreban je izmenjen opis. Izmena mora da se odnosi samo na svetlost male jačine, pošto pri velikim, svakodnevnim jačinama¹ klasičan lagranžijan opisuje uz dovoljnu tačnost sva opažanja u eksperimentima.

Pri kojoj jačini svetlost prestaje da se ponaša kao kontinualni talas? Vid ljudskih očiju ne dopušta nam da pouzdano razlikujemo pojedinačne fotone, premda eksperimenti pokazuju da je hardver oka u načelu sposoban da to učini. (**Ref. 16**). Najbleđe zvezde koje se mogu videti proizvode jačinu svetlosti od 0,6

¹ Pretvaranje iz klasičnog slučaja u kvantni slučaj nazivan je nekada kvantifikacija. Ovaj pojam i ideja koja stoji iza njega u današnje vreme imaju samo istorijski značaj.

nW/m^2 . Pošto je zenica oka mala, a mi nismo kadri da vidimo pojedinačne fotone, fotoni moraju da imaju energiju manju od 100 aJ. Eksperiment Brumberga i Vavilova dao je gornju granicu od oko 20 aJ. Tačna vrednost kvanta rada koji se nalazi u svetlosti mora da se izvede u laboratorijskom eksperimentu. Neki primeri su dati u tekstu koji sledi.

FOTONI

Uopšteno, svi eksperimenti pokazuju da zrak svetlosti učestanosti f , ili ugaone učestanosti ω , koje određuju njegovu boju, pouzdano je određen kao tok fotona, od kojih svaki ima istu energiju E , datu sa

$$E = \hbar 2\pi f = \hbar \omega \quad (8)$$

Ovu jednakost je prvi izveo Maks Plank 1899. godine. On je našao da je za svetlost najmanji rad koji može da se izmeri određen kvantom rada $\hbar$. Ukratko, **boja** svetlosti je osobina fotona. Zrak obojene svetlosti je oluja sa gradom odgovarajućih fotona.

Vrednost Plankove konstante može da se odredi preko merenja crnog tela (**Vol. III, strana 113**) ili dtugog izvora svetlosti. Sva merenja su podudarna i daju (**strana 166**)

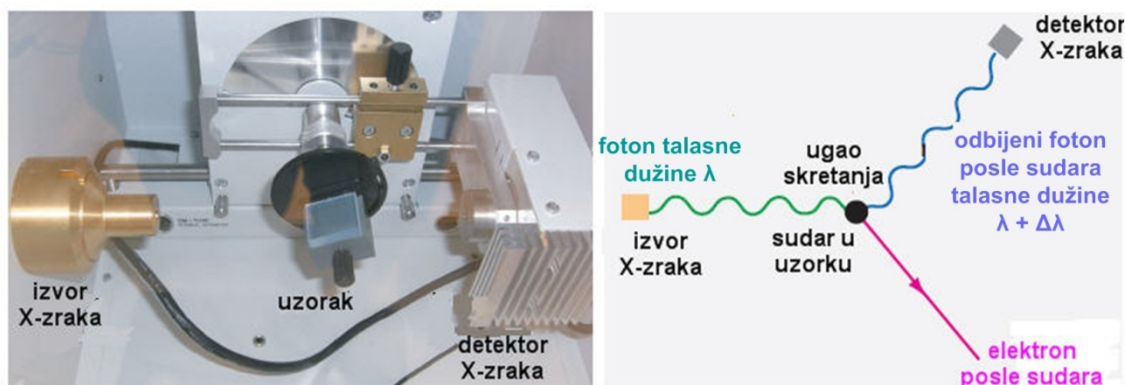
$$\hbar = 1,054\,571\,726(47) \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad (9)$$

vrednost toliko malu da možemo da razumemo zašto su fotoni neprimetni za ljude. Na primer, zeleni foton sa talasnom dužinom od 555 nm ima energiju od 0,37 aJ. (**Izazov 30e**). Zaista, u normalnim uslovima svetlosti fotoni su toliko brojni da je pretpostavka neprekidnosti za elektromagnetno polje veoma pouzdana. U mraku jačina signala kojeg obrađuje ljudsko oko – posebno zbog sporosti prijemnika svetlosti – čini da je prebrojavanje fotona nemoguće. (**Ref. 16**). Međutim, oko nije mnogo daleko od najveće moguće osetljivosti. (**Izazov 31ny**). Iz brojeva navedenih za zatamnjene zvezde, možemo da procenimo da su ljudi sposobni da ih vide **pouzdan**o u idealnim uslovima, bleskove od oko polovine desetine fotona; u normalnim uslovima broj je oko deset puta veći.

Istražimo i ostale osobine fotona. Pre svega, fotoni nemaju merljivu masu (u mirovanju) i merljiv električni naboj. Možete li to da potvrdite? (**Izazov 32s**). Ustvari, eksperimenti mogu samo da daju gornju granicu za obe veličine. (**Ref. 17**). Sadašnja eksperimentalna granica za masu (mirovanja) fotona je 10^{-52} kg , a za naelektrisanje $5 \cdot 10^{-30}$ od naelektrisanja elektrona. Ove veličine su tako male da možemo sa sigurnošću reći da i masa i naelektrisanje fotona nestaju.

Znamo da jaka svetlost može da gura predmete. Pošto su energija, odsustvo mase i brzina fotona poznati, zaključujemo da je količina kretanja fotona data kao (**Izazov 33e**)

$$p = \frac{E}{c} = \hbar \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{ili} \quad \mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} \quad (10)$$



Slika 20 Savremena verzija Komptonovog eksperimenta postavljena na stolu. Eksperiment pokazuje da fotoni imaju količinu kretanja: X-zraci – pa stoga i fotoni od kojih se sastoje – menjaju učestanost kada udare u elektron u materijalu na tačno isti način kao što se predviđa pri sudaru čestica (© Helene Hoffmann).

Drugim rečima, ako je svetlost sastavljena od čestica, trebalo bi da možemo sa njima da iramo bilijar. Ovo je zaista i moguće, kao što je 1923. godine pokazao Artur Kompton (Arthur Compton) u svom poznatom eksperimentu. (**Ref. 18**). On je usmerio X-zrake, koji su fotoni velike energije, na grafit, materijal u kojem se elektroni kreću skoro slobodno. On je otkrio da uvek kada elektrone u materijalu pogodi foton iz X-

zraka, odbijeni X-zrak promeni boju. Njegov eksperiment je prikazan na **sllici 20**. Kao što se očekivalo, jačina udara je povezana sa uglom skretanja fotona. Iz promene boje i ugla odbijanja, Kompton je potvrdio da količina kretanja fotona zaista zadovoljava jednakost $p = \hbar k$.

Svi ostali eksperimenti potvrdili su da foton ima količinu kretanja. Na primer, kada atom emituje svetlost, atom oseti trzaj. Ponovo se ispostavlja da je količina kretanja određena izrazom $p = \hbar k$. Ukratko, kvant rada određuje količinu kretanja fotona.

Vrednost količine kretanja fotona poštuje načelo neodređenosti. Baš kao što je nemoguće tačno ida se izmere i talasna dužina talasa i položaji njegovih kresta, tako je nemoguće da se izmere i količina kretanja fotona i njegov položaj. Možete li to da potvrdite? (**Izazov 34s**). Drugim rečima, vrednost količine kretanja fotona neposredna je posledica kvanta rada.

Iz našeg proučavanja klasične fizike znamo da svetlost osim boje ima još jednu osobinu: svetlost može da bude **polarizovana**. To je samo komplikovan način da se kaže da svetlost može da **obrne** predmet kojeg osvetljava. (**Vol. III, strana 95**). Drugim rečima, svetlost ima moment količine kretanja koji je (uglavnom) usmeren duž ose prostiranja svetlosti. Šta je sa fotonima? Merenja dosledno pokazuju da svaki kvant svetlosti nosi moment količine kretanja dat sa $L = \hbar$. To se naziva njenim **helicitetom**. Veličina je slična onoj koja se nalazi kod masivnih čestica: prema tome takođe može da se govori o **spinu** fotona. Ukratko, fotoni se na nekakav način “okrenu” – u smeru koji je ili paralelan ili antiparalelan smeru kretanja. I ponovo, veličina heliciteta, ili spina, nije iznenađenje, to potvrđuje klasičan odnos $L = E/\omega$ između energije i momenta količine kretanja, koji smo odredili u odeljku o klasičnoj elektrodinamici. (**Vol. III, strana 95**). Zapazite da je, suprotno intuiciji, moment količine kretanja pojedinačnog fotona stalan, pa zato i nezavisan od njegove energije. Čak i fotoni sa najvećom energijom imaju $L = \hbar$. Naravno, vrednost heliciteta takođe poštuje granicu koju određuje kvant rada. Većina posledica heliciteta (spina) vrednosti $\hbar$ postaće jasna posle ovoga što sledi.

ŠTA JE SVETLOST?

La lumiere est un mouvement lumineux de corps lumineux.

Blez Paskal (Blaise Pascal)¹

U sedamnaestom veku Blez Paskal (Blaise Pascal) iskoristio je gore navedeni citat o svetlosti da bi se našalio sa izvesnim fizičarima, šegačeći se sa očiglednom uporebom kružnih definicija. Naravno, on je bio u pravu: u to vreme definicije su zaista bile kružne, pošto bilo kojem pojmu nije moglo da se odredi značenje. Ali kada god fizičari pažljivo proučavaju opažanje, filozofi gube. Svi ovi izvorno nedefinisani pojmovi sada imaju određena značenja i kružne definicije su rešene. Svetlost je zaista vrsta kretanja; ovo kretanje može zaista da se nazove “sjajnim”, pošto nasuprot kretanju materijalnih tela, ono ima jedinstvenu osobinu da je $v = c$; tela svetlosti, koja se nazivaju **kvant svetlosti** ili **fotoni**, okarakterisani su i razlikuju se od svih ostalih čestica po svojoj relaciji rasipanja $E = cp$, svojoj energiji $E = \hbar\omega$, svojim spinom $L = \hbar$, nestajanjem svih ostalih kvantnih brojeva i osobinom da su kvant elektromagnetnog polja.

Ukratko, **svetlost je tok fotona**. Ona je zaista “slajno kretanje svetlosnih tela”. Fotoni su dali naš prvi primer opšte osobine sveta u malim razmerama: **svi talasi i protoci u prirodi sačinjeni su od kvantnih čestica**. Veliki broj (koherentnih) kvantnih čestica – ili **kvantoni** – ponašaju se i oblikovani su kao talasi. Uskoro ćemo videti da je to slučaj čak i za materiju. Kvantoni su osnovni sastojci **svih** talasa i **svih** protoka, bez ijednog izuzetka. Prema tome, svakodnevni opis neprekidne svetlosti stično je u mnogome sa opisom vode kao neprekidne tečnosti; fotoni su atomi svetlosti, pa je neprekidnost približnost koja važi samo za veliki broj čestica. Pojedinačni kvanton često se ponaša kao klasična čestica.

Udžbenici iz fizike obično su raspravljali o takozvanoj **dvojnosti talas-čestica**. Razjasnimo to odmah na početku: kvantoni, ili kvantne čestice, **nisu ni** klasični talas, a **nisu ni** klasične čestice. U makroskopskom svetu kvantoni su osnovni oblici. Međutim, postoji mnogo toga što je još nejasno. Odakle unutar materije, dolaze ovi monohromatski fotoni? Još interesantnije je, ako je svetlost sačinjena od kvantona, sva elektromagnetna polja, čak i ona statička, takođe bi morala da budu sačinjena od fotona? I kakav uticaj ima taj vid čestica na ta statička polja? Kakva je razlika između kvantona i klasičnih čestica? Osobine fotona zahtevaju pažljivije proučavanje.

¹ “Svetlost je sjajno kretanje svetlosnih tela”, Blez Paskal (Blaise Pascal, 1623. Clermont – 1662 Paris), važan matematičar i fizičar do svoje 26. godine, posle je postao teolog i filozof.

VELIČINA FOTONA

Pre svega, možda ćemo se zapitati: od čega su načinjeni fotoni? Svi eksperimenti do sada, izvedeni do sadašnje granice od 10^{-20} m, dali su isti odgovor: “nismo mogli ništa da pronađemo”. To je dosledno kako za nultu masu, tako i za nultu veličinu fotona. Ustvari, mi bismo intuitivno očekivali da telo sa konačnom veličinom ima i konačnu masu. Stoga, iako eksperimenti mogu da daju samo gornju granicu dosledno može da se tvrdi da foton ima **nultu veličinu**.

Čestica koja ima nultu veličinu ne može da ima bilo koje sastojke. Prema tome, foton ne može da se deli na manje subjekte: fotoni nisu složeni. Iz tog razloga oni su nazvani **elementarnim** česticama. Uskoro ćemo dati i druge jake dokaze za ovaj rezultat. (Možete li da nađete jedan?) (**Izazov 35s**). Bez obzira na to, zaključak je čudan. Kako može foton nulte veličine, bez sastojaka, ipak da bude **nešto**? Ovo je teško pitanje; odgovor će se pojaviti u poslednjem delu naše svanture. U ovom trenutku moramo da prihvatimo situaciju onakvom kakva jeste. Zato ćemo se okrenuti lakšim pitanjima.

DA LI SU FOTONI PREBROJIVI? – STISNUTA SVETLOST

Also gibt es sie doch¹.

Maks Plank (Max Planck)

U predhodnom tekstu videli smo da je najjednostavniji način prebrojavanja fotona da se rasporede na veliki ekran koji ih apsorbuje. Ali ovaj postupak ne zadovoljava u potpunosti, pošto on uništava fotone. Kako mogu da se prebroje fotoni bez njihovog uništavanja?

Jedan od načina je da se fotoni odbijaju od ogledala i da se meritrzaj ogledala. Ovo izgleda skoro neverovatno, ali u današnje vreme ovaj efekt postao je merljiv čak i za mali broj fotona. Na primer, on je uzet u obzir u jednakosti za laserska ogledala koja se koriste u detektorima gravitacijskih talasa čiji položaj mora da bude meren uz veliku preciznost. (**Vol II, strana 142**).

Drugi način prebrojavanja fotona bez njihovog uništavanja, uključuje primenu posebnih laserskih šupljina visokog kvaliteta. Moguće je izbrojati fotone preko efekta kojeg oni imaju na atome pametno raspoređene unutar takve šupljine.

Drugim rečima, jačina svetlosti zaista može da se izmeri bez apsorpcije. Ova merenja ukazuju na važno pitanje: čak i najbolji zrak svetlosti, iz najprefinenijih lasera, **koleba se** u pogledu jačine. **Ne postoji** stabilan zrak. To nas ne iznenađuje: ako se zrak svetlosti nebi kolebao, dva posmatranja zraka dala bi nultu vrednost rada. Međutim, postoji najmanji rad, naime $\hbar$. Zbog toga svaki zrak i svaki protok moraju da se kolebaju. Međutim, u prirodi postoji i više od toga,

Zrak svetlosti je opisan u poprečnom preseku njegovom jačinom i fazom. Promena – ili rad – koja se događa dok se zrak prostire data je kao proizvod jačine i faze. Eksperimenti potvrđuju očigledan zaključak: jačina i faza svetlosti ponašaju se kao količina kretanja i položaj čestice, pri čemu oni ispunjavaju načelo neodređenosti. I sami to možete da zaključite na isti način kako smo usvojili Hajzenbergovu relaciju. Koristeći svojstvenu jačinu $I = E/\omega$, energiju zraka podeljenu ugaonom učestanošću i nazvanom fazom φ , dobijamo²

$$\Delta I \Delta \varphi \geq \frac{\hbar}{2} \quad (12)$$

Ekvivalentno tome, neodređeni proizvod za prosečan broj fotona $n = I/\hbar = E/\hbar\omega$ i faze φ ispunjavaju

$$\Delta n \Delta \varphi \geq \frac{1}{2} \quad (13)$$

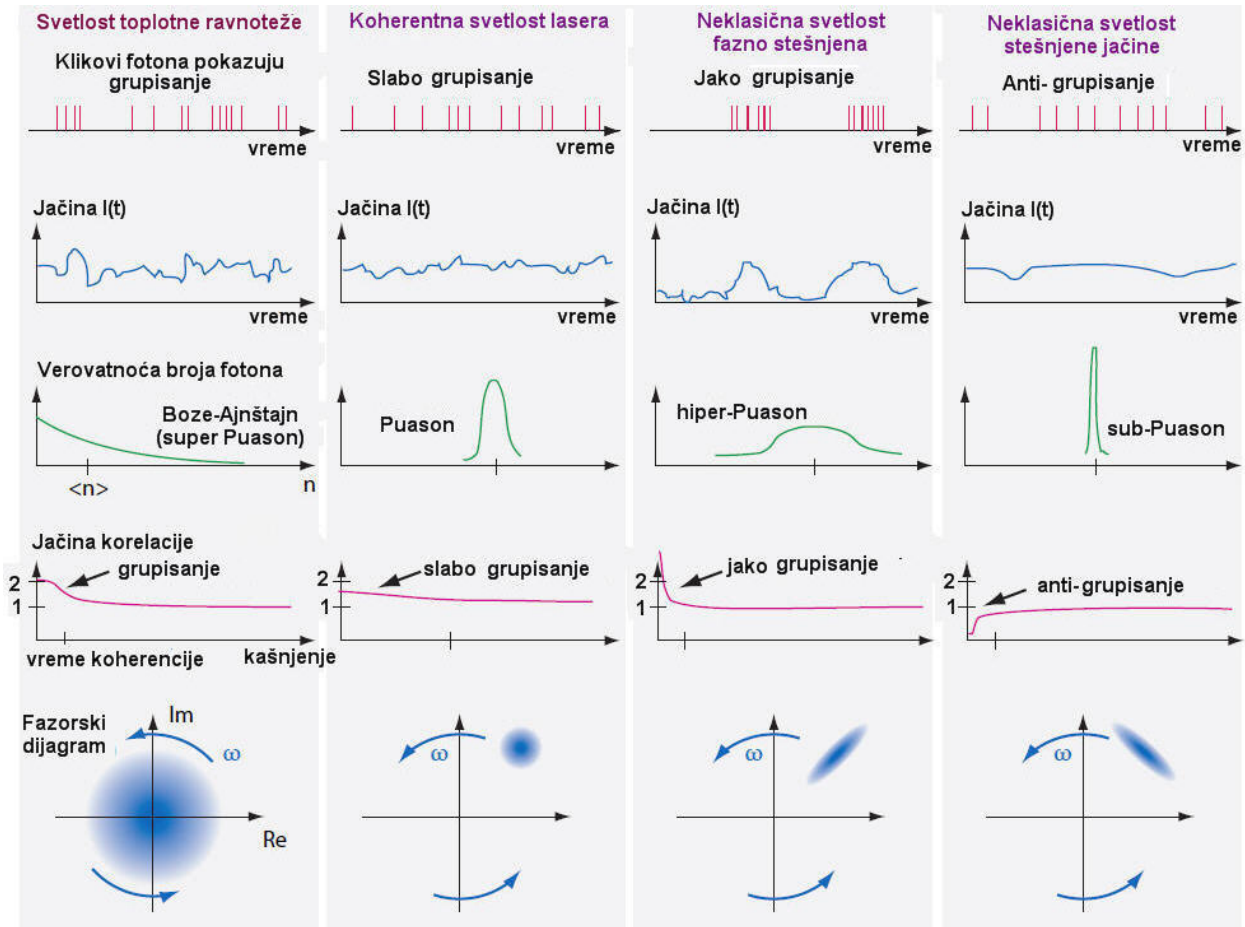
¹ “Dakle oni ipak postoje.” rekao je ovo Maks Plank u svojim kasnijim godinama, nakon što je dugo vremena stajao tiho ispred aparata koji je prebrojavao pojedinačne fotone stvarajući klik za svaki foton kojeg je otkrio. Tokom velikog dela svog života, Plank je bio sumnjičav u pogledu pojma fotona, iako su njegovi sopstveni eksperimenti i zaključci bili polazište za njihovo uvođenje.

² U izrazu je predpostavljen velik broj fotona. To je očigledno, pošto $\Delta \varphi$ ne može da raste preko svih granica. Tačni izrazi su:

$$\Delta I \Delta \cos \varphi \geq \frac{\hbar}{2} |(\sin \varphi)| \quad \text{i} \quad \Delta I \Delta \sin \varphi \geq \frac{\hbar}{2} |(\cos \varphi)| \quad (11)$$

pri čemu $\langle x \rangle$ označava očekivanu vrednost opažanja x .

Za svetlost emitovanu iz obične svetiljke, takozvanu toplotnu svetlost, proizvod neodređenosti na levoj strani gornjih jednakosti ima veliku brojnu vrednost. Isto tako proizvod neodređenosti za rad (12) je veliki proizvod kvanta rada. Za zrak svetlosti lasera, to jest zrak **koherentne svetlosti**,¹ proizvod neodređenosti je blizu 1/2. Prikaz koherentne svetlosti dat je na **slici 22**.



Slika 21 Četiri vrste svetlosti i osobine njihovih fotona: toplotna svetlost, laserska svetlost i dve vrste neklasične stisnute svetlosti.

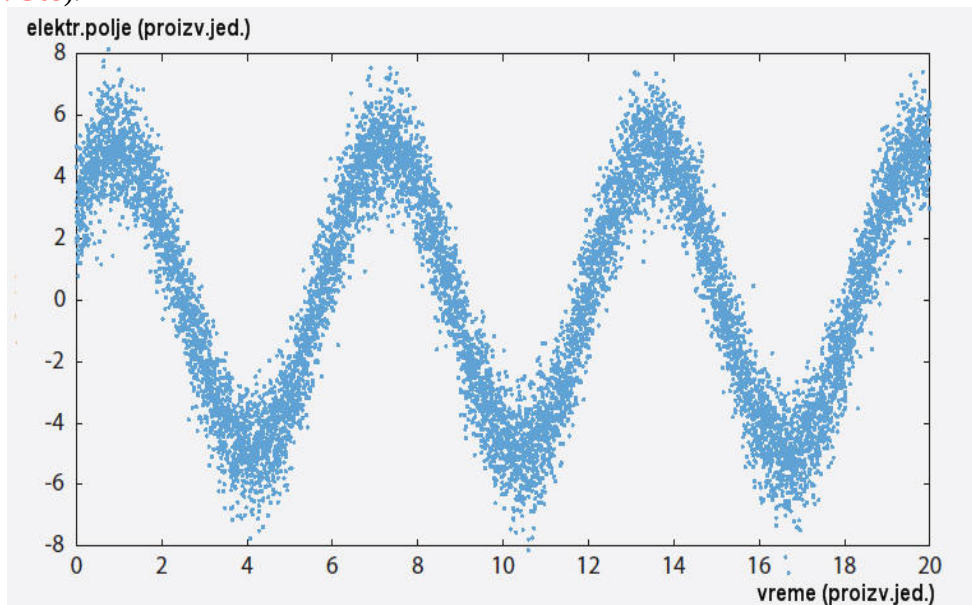
U današnje vreme moguće je da se proizvede svetlost za koju je proizvod dve neodređenosti u jednakosti (13) u blizini 1/2, ali čije se dve vrednosti **razlikuju** (u jedinicama takozvanog **fazorskog prostora** prikazanog na **slici 21**). Takva svetlost se naziva **neklasičnom** ili **stisnutom**. (Ref. 19). Statistička raspodela fotona je ili hiper-Puason ili sub-Puason. Takvi zraci svetlosti zahtevaju primenu laboratorijskih postavki za njihovo stvaranje i koriste se u mnogim savremenim istraživačkom primenama. Sa neklasičnom svetlošću mora da se postupa izuzetno pažljivo, pošto je i najmanje smetnje vraćaju u običnu koherentnu (ili čak u toplotnu svetlost), za koje važe ponovo Puasonova (pa čak i Boze-Ajnštajnova) statistika. Opšti pregled glavnih vrsta zraka svetlosti dat je na **slici 21**, zajedno sa ponašanjima njihove jačine i faze. (Nekoliko svojstava prikazanih na slici definisano je samo za jednu faznu prostornu ćeliju.)

Jedna izuzetno neklasična svetlost je **fazno-stisnuta svetlost**. Pošto zrak fazno stisnute svetlosti ima (skoro) određenu fazu, broj fotona u takvom zraku menja se od nule do (skoro) beskonačnog. Drugim rečima, da bi se proizvela koherentna laserska svetlost koja je što je moguće savršenije približna čistom sinusnom obliku, moramo da prihvatimo da je broj fotona što je moguće neodređeniji. Takav zrak svetlosti ima izuzetno mala odstupanja faze što obezbeđuje veliku preciznos u iterferometriji; šum faze je što je moguće manji.

Druga izuzetna vrsta neklasične svetlosti je zrak svetlosti sa datim, stalnim brojem fotona, pa stoga i sa izuzetno visokom faznom neodređenošću. U takvom **amplitudno-stisnutom zraku svetlosti** odstupanja faze

¹ Koherentna svetlost je svetlost kod koje verovatnoća raspodele broja fotona odgovara Puasonijanu, osim toga, odstupanja su jednaka srednjem broju fotona. Koherentna svetlost je najbolje opisana da je sastavljena od fotona u koherentnom stanju fotona. Takvo (kanonsko) **koherentno stanje**, ili **Glauberovo stanje** fotona, formalno je stanje sa $\Delta\phi \rightarrow 1/n$ i $\Delta n \rightarrow n$.

su neizvesna.¹ Ova vrsta stisnute, nekласične svetlosti je idealna za precizno merenje jačine, pošto obezbeđuje najmanju dostupnu jačinu šuma. Ovakva vrsta svetlosti ispoljava anti-grupisanje fotona. Da biste dobili više uvida, skicirajte grafikone koji odgovaraju **slici 22** za fazno-stisnutu i za amplitudno-stisnutu svetlost. (**Izazov 36s**).



Slika 22 Jednostavan način da se prikaže neodređenost jačine i faze zraka svetlosti: izmereno električno polje koherentnog elektromagnetnog talasa male jačine, koji se sastoji od samo desetak fotona. Oblak sinusnog talasa odgovara slici fazora u dnu druge kolone na predhodnoj slici. Za veći broj fotona zanemarljiva je amplituda šuma. (© Rüdiger Paschotta)

Nasuprot tome, **koherentna svetlost** koju emituje laserski pokazivač i ostali laseri, nalazi se između dve krajnje vrste stisnute svetlosti: neodređenosti faze i broja fotona sličnih su veličina.

Zapažanja u pogledu toplotne svetlosti, koherentne svetlosti lasera i nekласične svetlosti naglašavaju važnu osobinu prirode: broj fotona u zraku svetlosti nije tačno određena veličina. Uglavnom je on neodređen i on se **koleba**. Fotoni, slično kamenju, ne mogu precizno da se izbroje – sve dok se svetlost prostire i ne apsorbira se. U letu je jedino moguće da se odredi neka približnost, prosečan broj fotona, unutar granica koje postavlja neodređenost. Da li je ispravno da se tvrdi da broj fotona na početku zraka nije neophodno isti kao broj fotona na kraju zraka? (**Izazov 37ny**).

Kolebanje broja fotona je od posebnog značaja pri učestanostima vidljive svetlosti. Kod radio učestanosti kolebanje fotona obično je zanemarljivo, zbog male energije fotona i obično prisutnog velikog broja fotona. Nasuprot tome, kod energija gama-zraka talasni efekt igra malu ulogu. Na primer, vidimo da u dubokom međugalaktičkom prostoru, daleko od svake zvezde, postoji oko 400 fotona po kubnom centimetru; oni oblikuju zračenje iz pozadine svemira. Brojka gustine fotona, slično broju fotona u zraku svetlosti takođe ima izmerljivu neodređenost. Možete li da je procenite? (**Izazov 38s**).

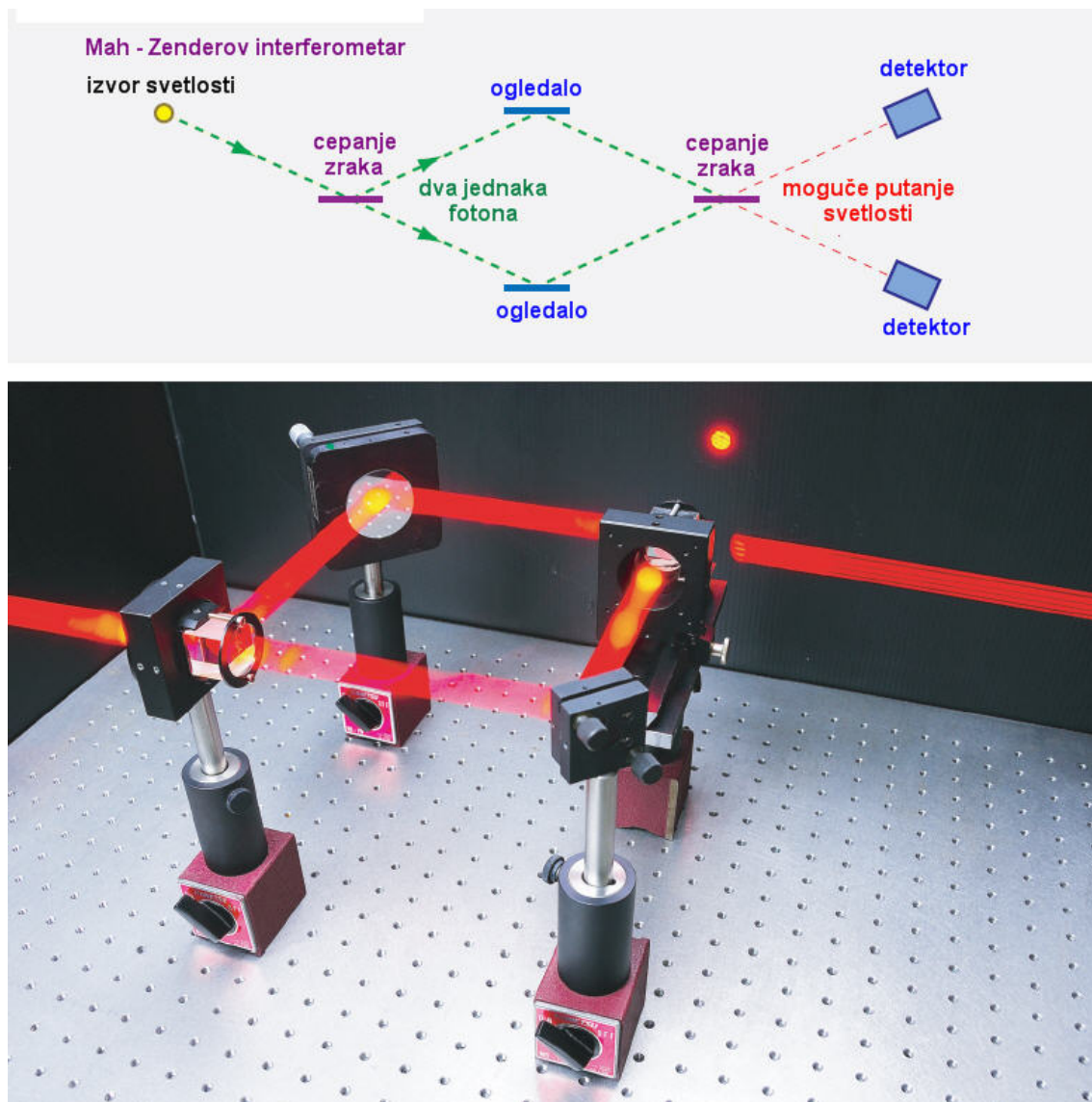
Ukratko, za razliku od šljunka, fotoni su prebrojivi, ali njihov broj nije stalan. Ali to nije jedina razlika između fotona i šljunka.

POLOŽAJI FOTONA

Gde se nalazi foton dok se kreće u zraku svetlosti? Kvantna teorija daje jednostavan odgovor: nigde posebno. Ovo je dokazano najspektakularnije u eksperimentima sa interferometrima, kao što je osnovni interferometar prikazan na **slici 23**. Interferometri pokazuju da čak može da se rascepi zrak svetlosti koji se sastoji od jednog fotona, vodi duž različitih putanja i da se zatim ponovo spoji rekombinacijom. Interferencija posledično pokazuje da pojedinačni foton može da se kreće po jednoj od dve putanje. Ako se

¹ Najpogodnija kvantna stanja za opisivanje takve svetlosti nazivaju se **brojna stanja**; ponekad se nazivaju i **Fokova** (Fock) **stanja**. Ova stanja su stacionarna stanja, stoga su sopstvena stanja Hamiltonijana, a sadrže ustaljen broj fotona.

jedna od tih putanja zatvori, slika na ekranu se menja. Drugim rečima, na neki način foton mora da koristi istovremeno obe putanje. Fotoni ne mogu da se lokalizuju, oni nemaju položaj.¹



Slika 23 Mah-Cenderov interferometar i njegova prekična izvedba veličine oko 0,5 m (© Félix Dieu i Gaël Osowiecki).

Dolazimo do zaključka da makroskopski impulsi svetlosti imaju putanju, ali da je pojedinačni foton nema. Fotoni nemaju ni položaj ni putanju. Samo veliki broj fotona može da ima položaj i putanju, ali i tada samo približno.

Nemogućnost lokalizovanja fotona može da se vrednuje. Interferencija pokazuje da je nemoguće lokalizovati fotone u smeru **poprečnom** na kretanje. Možda izgleda manje teško da se fotoni lokalizuju **duž** smera kretanja, kada su oni deo impulsa svetlosti, ali i to je greška. Kvant rada podrazumeva da je neodređenost u uzdužnom položaju dat najmanje talasnom dužinom svetlosti. Možete li ovo da potvrdite? (**Izazov 39e**). Pokazalo se da se fotoni mogu lokalizovati samo unutar **koherentne dužine**. Ustvari, poprečna i uzdužna dužina koherencije razlikuju se u opštem slučaju. Uzdužna dužina koherencije (podeljena sa c) naziva se takođe vremenska koherencija ili jednostavno **vreme koherencije** (**strana 41**) ono je takođe prikazano na **slici 21**. Nemogućnost da se fotoni lokalizuju posledica je kvanta rada. Na primer, poprečna dužina koherencije je usled neodređenosti poprečne količine kretanja. Vrednosti rada za putanje koje vode do tačaka koje su odvojene za manje od jedne dužine koherencije razlikuju se manje od kvanta rada $\hbar$. Uvek kada se foton detektuje bilo gde, na primer apsorpcijom, **ne može** da se načini

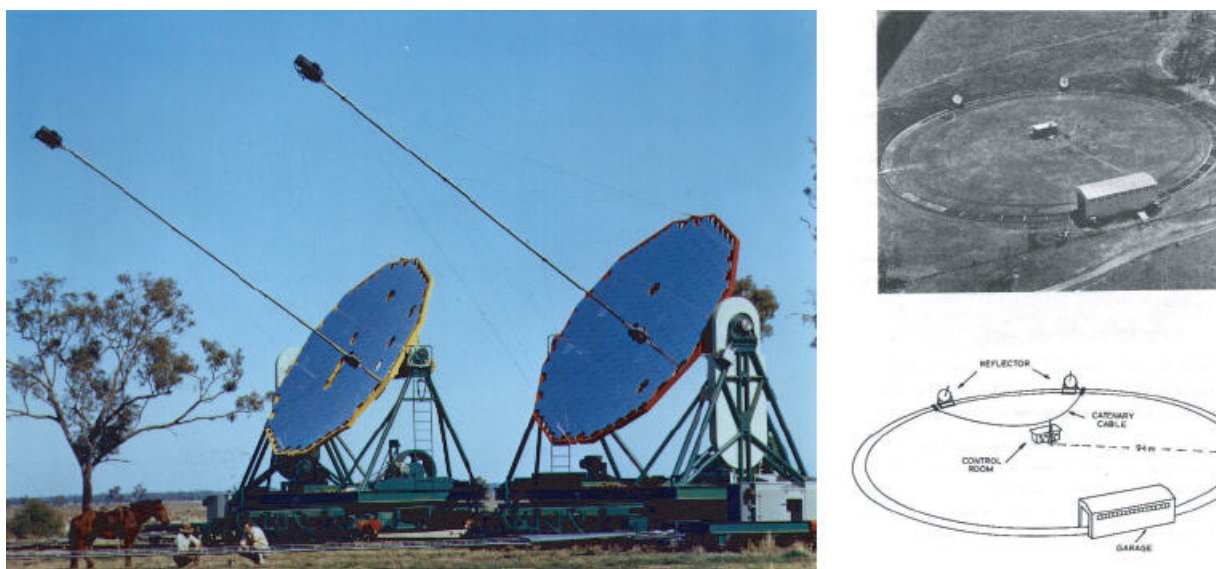
¹ Ne možemo da izbegnemo ovaj zaključak rekavši da su fotoni rascepljeni na cepanju zraka. Ako postavimo detektor u svaku granu, zapazićemo da oni neće opaziti foton istovremeno, Foton ne može da se podeli.

precizan iskaz o njegovom smeru ili početku. Ponekad ipak, u posebnim slučajima, može postojati velika verovatnoća za izvesne smerove.

Nemogućnost lokalizovanja znači da fotoni ne mogu da se zapaze kao redosled kratkih talasa. Na primer, možemo da povećamo dužinu koherencije propuštanjem svetlosti kroz uski filter. Fotoni su stvarno subjekti koje je **nemoguće lokalizovati**, svojstveni kvantnom svetu. Suprotno tome, “putanja svetlosti”, “položaj impulsa svetlosti” i “koherencija” svojstva su celine fotona, i ne mogu se koristiti za pojedinačni foton.

Uvek kada fotoni **skoro** da mogu da se lokalizuju duž njihove putanje kretanja, kao što je u koherentnoj svetlosti, možemo se zapitati kako su fotoni poređani, jedan iza drugog, u zraku svetlosti. Naravno, upravo smo videli da nema smisla da se govori o njihovom **preciznom** položaju. No, da li fotoni u savršenom zraku svetlosti dolaze u približno pravilnim intervalima vremena?

Na sramotu fizičara, proučavanje uzajamnosti fotona pokrenula su dva astronoma, Robert Henberi Braun (Robert Hanbury Brown) i Ričard Tvis (Richard Twiss) 1956. godine i susreli su se sa višegodišnjom nepoverenjem. (**Ref. 20**). Oni su menjali poprečnu udaljenost dva detektora prikazana na **slici 24** – od nekoliko metara do 188 metara – i merili uzajamnost jačina izmerenih na njima. Henberi Braun i Tvis su našli da su u uzajamnoj vezi kolebanja jačina u oblasti koherencije. Prema tome, i sami fotoni su u uzajamnoj vezi. Pomoću ovog eksperimenta oni su omogućili merenje prečnika brojnih udaljenih zvezda.



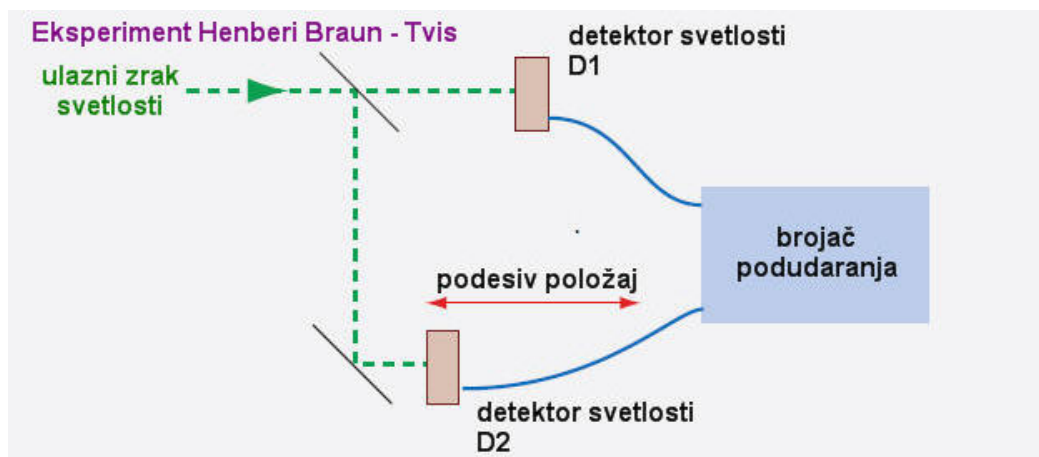
Slika 24 Originalna postavka eksperimenta Henberi Brauna i Tvisa koji su merili prečnike zvezda u Narabriju u Australiji. Rastojanje između dva kolektora svetlosti moglo se menjati njihovim pomeranjem po koloseku. Detektori svetlosti se nalaze na krajevima oba štapa, kako su oni napisali “prikupljaju svetlost kao kišu u kantu”. (© John Davis).

Inspirisani uspehom Henberi Brauna i Tvisa, istraživači su razvili jednostavan postupak merenja verovatnoće da drugi foton u zraku svetlosti dođe u datom vremenu posle prvog. Oni su prosto rascepili zrak, stavili jedan detektor u prvu granu, a menjali položaj drugog u drugoj grani. Postavka je prikazana na **slici 25**. U današnje vreme takav eksperiment se naziva **Henberi Braun - Tvis eksperiment**. Tako se može otkriti za koherentnu svetlost unutar oblasti koherencije da su dva klika u dva brojača – a samim tim i fotoni u **korelaciji**. Da bi se bilo još precizniji, takav eksperiment pokazuje da uvek kada pogodi prvi foton, drugi foton najverovatnije pogađa odmah posle toga. Prema tome, fotoni u zraku svetlosti su **grupisani**. Grupisanje je jedan od mnogih rezultata koji pokazuju da su fotoni ustvari kvantoni, što je zaista potrebno za opis svetlosti i da su oni subjekti kojima se ne može odrediti lokacija. Kao što ćemo videti u tekstu koji sledi, rezultat isto podrazumeva da su fotoni isto što i bozoni. (**Strana 52**).

Svaki zrak svetlosti ima gornju vremensku granicu za grupisanje: **vreme koherencije**. Za vremena duža od vremena koherencije, verovatnoća grupisanja je mala i nezavisna od vremenskog intervala, kao što je pokazano na **slici 25**. Svaki zrak svetlosti okarakterisan je vremenom koherencije. Ustvari, veoma često lakše je da se razmišlja u pojmu **dužine koherencije** zraka svetlosti. Za toplotnu svetlost dužina koherencije iznosi samo nekoliko mikrometara: mali umnožak talasne dužine. Velika dužina koherencije, od preko 300.000 km, dobijena je pomoću istraživačkog lasera koji je imao izuzetno uzanu širinu pojasa

emitovanja od samo 1 Hz. Interesantno je, koherentna svetlost je nađena u prirodi: nađeno je da je emituje nekoliko posebnih zvezda. (**Ref. 21**).

Iako je jačina dobrog zraka lasera skoro stalna, fotoni ne stižu u prtilnim intervalima. Čak i najbolja svetlost lasera ispoljava grupisanje, premda uz različite statističke raspodele i u manjem stepenu od svetlosti svetiljke, kao što je prikazano na **slici 21**. (**Strana 41**) Svetlost čiji fotoni pristižu pravilno, pa stoga ispoljava **anti-grupisanje (fotona)**, očigledno je neklasična i smislu određenom u predhodnom tekstu; takva svetlost može da se proizvede samo u posebnim eksperimentalnim postavkama. Izuzetne primere ove pojave istraživalo je u sadašnjosti nekoliko grupa istraživača sa ciljem da konstruišu što je moguće pouzdaniji izvor svetlosti koji bi emitovao po jedan foton u pravilnim vremenskim razmacima. Ukratko, možemo da formulišemo da precizna statistička verovatnoća fotona u zraku svetlosti zavisi od mehanizma izvora svetlosti.



Slika 25 Kako izmeriti statističku verovatnoću fotona pomoću elektronskog korelatora jačine ili brojača podudaranja; kolebanja su merena tako što je menjan položaj detektora.

Ukratko, eksperimenti nas primoravaju da zaključimo da je svetlost sastavljena od fotona, ali i takođe da fotoni ne mogu da se lokalizuju u zraku svetlosti. Nema smisla uopšteno govoriti o položaju fotona; ova ideja ima smisla samo u nekim posebnim situacijama, ali i tada samo približno i kao o statističkom proseku.

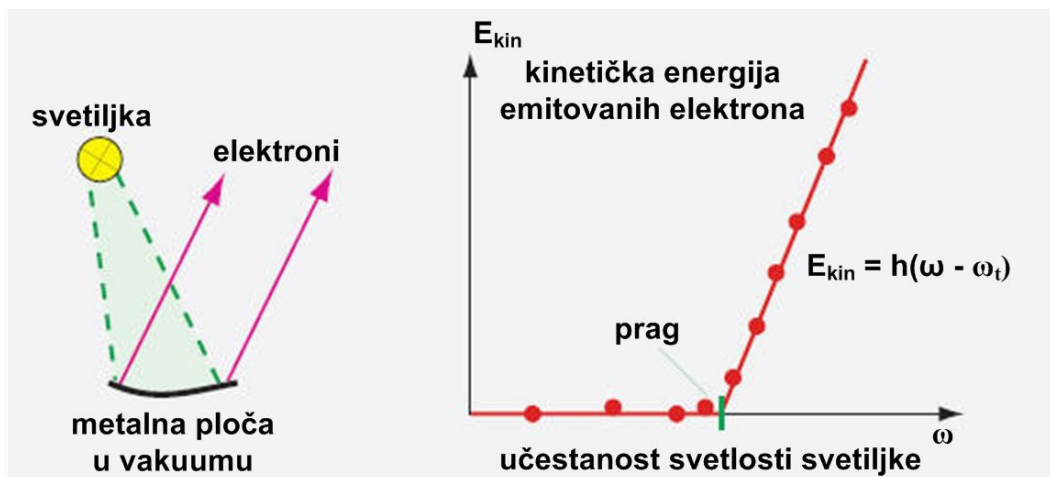
JESU LI FOTONI POTREBNI?

U svetlu do sada otkrivenih rezultata, odgovor na pitanje iz naslova je očigledan. Ali pitanje je lukavo. U udžbenicima je obično naveden **fotoelektrični efekt** kao prvi i najvažniji eksperimentalni dokaz postojanja fotona. Hajnrih Herc (Heinrich Hertz) je 1887. godine zapazio da kod izvesnih metala, kao što si litijum i cezijum, incidentna ultraljubičasta svetlost dovodi do naelektrisanja metala. Kasnija proučavanja ovog efekta pokazala su da svetlost uzrokuje emisiju elektrona, kao i da energija izbačenih elektrona ne zavisi od jačine svetlosti, već samo od razlike između h pomnoženo sa njenom učestanošću i energije praga koja zavisi od materijala. Na **slici 26** sažet je eksperiment i merenja.

U klasičnoj fizici teško je da se objasni fotoelektrični efekt. Međutim 1905. godine Albert Ajnštajn je izveo merenja iz pretpostavke da je svetlost načinjena od fotona čija je energija $E = h\omega$. (**Ref. 22**). On je zamislio da je ta energija delom iskorišćena da drži elektron iznad praga, a delom da mu daje kinetičku energiju. Više fotona dovodi do više elektrona, ne bržih elektrona. Albert Ajnštajn je za objašnjenje fotoelektričnog efekta dobio Nobelovu nagradu za fiziku 1921. godine. Ali Ajnštajn je bio genije: on je zaključio ispravan rezultat iz unekoliko netačnih razmišljanja. Greška (mala) bila je pretpostavka da klasičan kontinualan zrak svetlosti može da izazove različit efekt. Ustvari, lako se može uvideti da bi klasično, kontinualno elektromagnetno polje u interakciji sa diskretnom materijom, sastavljenom od diskretnih atoma koji sadrže diskretne elektrone moglo da dovede tačno do istog rezultata, sve dok je kretanje elektrona opisano kvantnom teorijom. Nekoliko istraživača potvrdilo je ovo u ranim godinama dvadesetog veka. (**Ref. 23**). Fotoelektrični efekt sam po sebi ne podrazumeva postojanje fotona.

Zaista, više istraživača je u prošlosti nije bilo ubeđeno da fotoefekt dokazuje postojanje fotona. Istorijski, najvažniji dokaz za neophodnost kvanta svetlosti dao je Anri Poenkare (Henri Poincare). U godinama 1911. i 1912., u svojoj 57. godini, a samo nekoliko meseci pre smrti, objavio je dva uticajna dokumenta dokazujući da zračenje crnog tela – za koje je kvant rada bio otkrio Maks Plank – zahteva postojanje

fotona (**Ref. 24**). On je takođe pokazao da je količina zračenja koju emituje toplo telo konačna samo zbog kvantne prirode procesa koji izaziva emisiju svetlosti. Opis ovog procesa pomoću pojmova klasične elektrodinamike došlo bi do (skoro) beskonačne količine izračene energije. Ova dva uticajna dokumenta Poenkarea ubedila su većinu fizičara širom sveta da je vredno truda detaljnije istraživanje kvantnog fenomena. Poenkare nije znao za granicu rada $S \geq \hbar$; ali njegov dokaz se zasniva na posmatranju da svetlost određene učestanosti ima minimalnu jačinu, odnosno jedan foton. Takav zrak svetlosti od jednog fotona može da se rascepi na dva zraka, naprimer pomoću poluposrebnog ogledala. Međutim, uzeti zajedno, ova dva zraka neće nikada imati više od jednog fotona.



Slika 26 Kinetička energija elektrona emitovanih u fotoelektričnom efektu.

Drugi interesantan eksperiment koji iziskuje fotone je posmatranje “molekula fotona”. (**Ref. 25**). Godine 1995. Jakobson i njegov tim predvideli su da može da se posmatra de Brolijjeva talasna dužina **paketa** fotona. U saglasnosti sa kvantnom teorijom, talasna dužina paketa data je talasnom dužinom jednog fotona podeljenom sa brojem fotona u paketu. Tim je tvrdio da bi talasna dužina paketa mogla da se zapazi ako bi takav paket mogao da se rascepi i ponovo spoji bez narušavanja kohezije unutar paketa. Godine 1999. ovaj efekt je zaista zapazio Padua i njegova istraživačka grupa u Brazilu. Koristili su pažljivu postavku sa nelinearnim kristalom da bi stvorili nešto što su oni nazvali bifoton, i posmatrali njegove osobine pri interferenciji, nalazeći smanjenje stvarne talasne dužine za predviđen činilac, to jest dva. (**Ref. 26**). Posle toga, stvarana su i posmatrana pakovanja sa tri, pa čak i sa četiri zapletena fotona.

Još jedan dokaz za neophodnost fotona je u predhodnom tekstu naveden trzaj koju osećaju atomi koji emituju svetlost. (**Strana 37**). Trzaj koji je izmeren u ovim slučajevima najbolje je objašnjen emitovanjem fotona u određenom smeru. Nasuprot tome, klasična elektrodinamika predviđa emitovanje loptastog talasa, a ne u određenom smeru.

Očigledno, posmatranja **neklasične svetlosti**, takođe nazvane **stisnuta svetlost**, (**strana 41**) takođe potvrđuju postojanje fotona, pošto stisnuta svetlost dokazuje da su fotoni zaista unutrašnji vid svetlosti, koji je potreban čak i kada nemaju ulogu interakcije sa materijom. (**Ref. 27**). Isto važi i za Henberi Braun – Tvisov efekt.

Najzad, spontani raspad pobuđenog stanja atoma takođe zahteva postojanje fotona. To ne može da se objasni opisom svetlosti kao neprekidne.

Ukratko, pojam fotona je zaista potreban za precizan opis svetlosti; međutim, detalji su često prefinjeni, pošto su svojstva fotona neobična i zahtevaju promenu u našoj navici razmišljanja. Da bi ovo pitanje izbegli, većina udžbenika prekida razmatranje fotona pošto stignu do fotoelektričnih efekta. To je šteta, jer tek posle toga stvari postaju interesantnije. Ponovite sledeće. Očigledno je da su sva elektromagnetna polja sastavljena od fotona. U današnje vreme fotoni mogu da se izbroje u gama zracima, X-zracima, ultraljubičastoj svetlosti, vidljivoj svetlosti i infracrvenoj svetlosti. Međutim, pri nižim učestanostima, kao što su radiotalasi, fotoni još uvek nisu opaženi. Možete li da zamislite šta bi sve bilo porebno da bi se izbrojali fotoni koji se smitjuju iz radiostanice? (**Izazov 40s**). Ovo pitanje dovodi nas neposredno do najvažnijeg pitanja od svih:

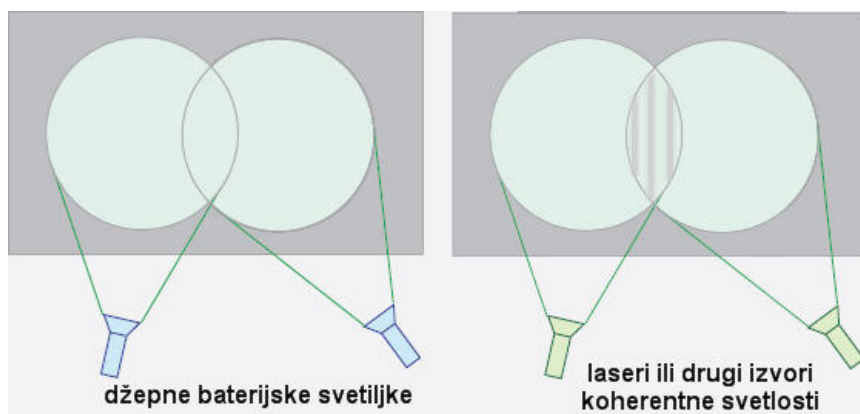
INTERFERENCIJA: KAKO MOŽE DA SE NAPRAVI TALAS OD ČESTICA

Die ganzen fünfzig Jahre bewusster Grübeleien haben mich der Antwort auf die Frage ‘Was sind Lichtquanten?’ nicht näher gebracht. Heute glaubt zwar jeder Lump er wisse es, aber er täuscht sich.

Albert Einstein,¹ 1951

Ako je talas načinjen od čestica, moramo biti sposobni da objasnimo svaki talas i svako svojstvo talasa pomoću pojma fotona. Eksperimenti pomenuti u predhodnom tekstu već nagoveštavaju da je to moguće samo zbog toga jer su fotoni kvantne čestice. Bacimo detaljniji pogled na ove povezanosti.

Svetlost može da preseče drugu svetlost neometeno, na primer kada zraci svetlosti iz dve džepne svetiljke svetle jedan kroz drugog. Ovo zapažanje nije teško da se objasni pomoću fotona; pošto fotoni ne mogu međusobno da stupe u interakciju, a tačkastog su oblika, oni “nikad” ne udaraju jedan u drugog. Ustvari, **postoji** veoma mala pozitivna verovatnoća za njihovu interakciju, kao što ćemo otkriti u daljem tekstu, ali ovaj efekt ne može da se zapazi u svakodnevnom životu. (**Vol. V, strana 98**).



Slika 27 Dve situacije u kojima se svetlosni zraci presecaju: različiti izvori svetlosti daju različite rezultate

Međutim, ako se preseku dva zraka **koherentne** svetlosti, to jest, dva zraka jednakih učestanosti i srazmernih faznih odnosa, zapazićemo naizmenična svetla i tamna područja, takozvane **trake interferencije**. Šematska postavka je prikazana na **slici 27**. Primeri stvarnih interferencija prikazani su na **slici 28** i **slici 29**. Kako se pojavljuju ove trake interferencije?² Kako je to moguće da se fotoni ne opažaju u tamnim oblastima? Već nam je poznat jedini moguć odgovor: osvetljenost na određenom mestu odgovara **verovatnoći** da je foton tu dospao. Trake podrazumevaju:

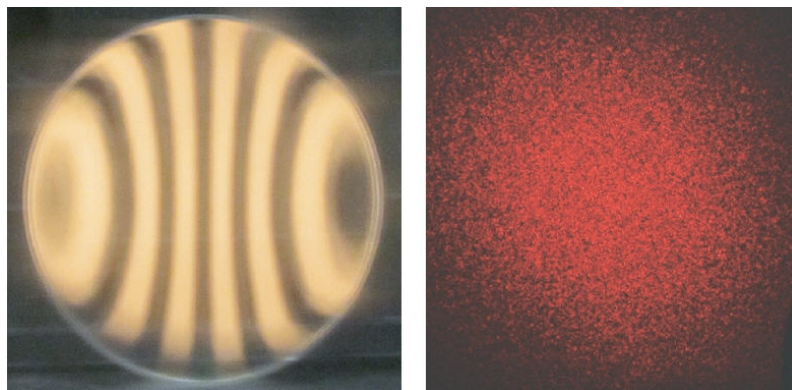
➤ Fotoni se ponašaju kao pokretne male **strelice**.

Neka dalja razmišljanja dovode nas do sledećih opisa:

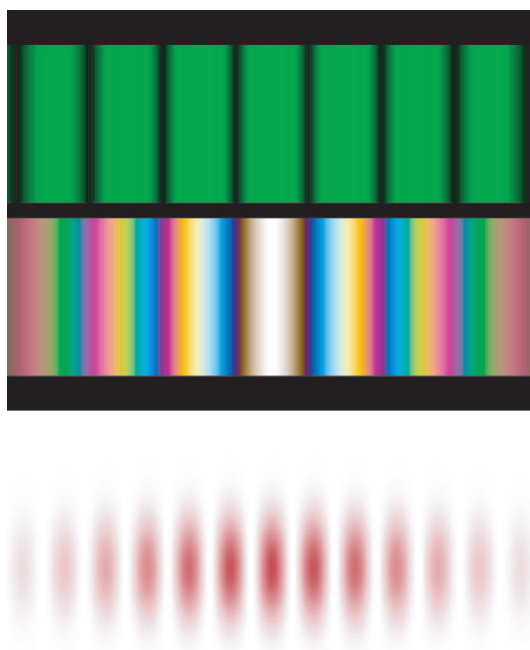
- Strelice su uvek upravne na pravac kretanja.
- Smer strelice ostaje nepromenjen u prostoru kada se foton kreće.
- Dužina strelice smanjuje se sa kvadratom pređenog puta.
- **Verovatnoća da će foton stići negde određen je kvadratom strelice.**
- **Krajnja strelica je zbir svih strelica koje su tamo stigle po svim mogućim putanjama.**
- Fotoni emitovani iz jednobojnog izvora emitovani su da strelicama nepromenjene dužine, koje su usmerene u smeru ωt ; drugim rečima, takvi izvori pljuju fotone iz obrtnih usta.
- Fotoni koje emituje nekoherentni izvor – na primer, toplotni izvor, kao što je džepna svetiljka – emituju se sa strelicama stalne dužine usmerenih u **slučajnim** pravcima.

¹ “Čitavih pedeset godina svesnog razmišljanja nisu me dovele bliže do odgovora na pitanje: ‘Štaje kvant svetlosti?’ Danas čak svaki prostak misli da to zna, ali nije u pravu.” Ovo je napisao Albert Ajnštajn u pismu Mišelu Besou nekoliko godina pred smrt. (**Ref. 28**)

² Ako se koriste laseri, trake mogu da se zapaze samo ako su dva zraka dobijena iz jednog zraka cepanjem, ili ako se koriste dva skupa lasera velike preciznosti. (Zašto?) (**Izazov 41s**).



Slika 28 Primeri uzoraka interferencije koji se pojavljuju kada se zraci koherentne svetlosti presecaju: interferencija koju proizvodi parabolično oledalo teleskopa prečnika 27 cm i uzorak mrlja lasera na gruboj površini. (© Mel Bartels, Epzcow).



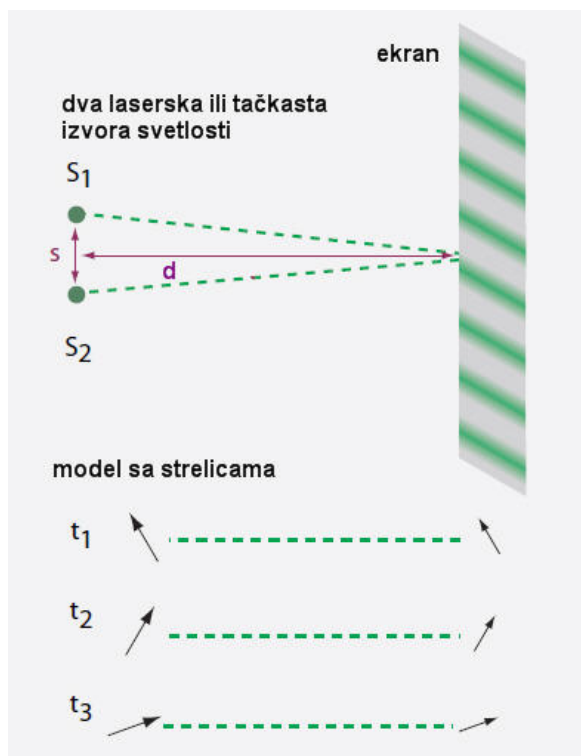
Slika 29 Gore: proračunati uzorak interferencije - i koji se ne razlikuje od zapaženog u idealnim uslovima "udžbenika" – proizveden kroz dva paralelna uska proreza osvetljena zelenim i belim svetlom. Dole: dva Gausova zraka pri interferenciji pod nekim uglom (© Dietrich Zawischa, Rüdiger Paschotta).

Uz ovaj jedostavni model¹ možemo da opišemo talasno ponašanje svetlosti. Osim toga, možemo da opišemo pruge interferencije koje se zapažaju u eksperimentima sa laserom, kao što je šematski prikazano na [slici 30](#). Možete da proverite da se u nekim područjima dve strelice koje su prošle kroz dva proreza **sve vreme** dopunjuju do nule. Tamo se ne opaža ni jedan foton: takva područja su crna. U drugim područjima strelice se uvek dopunjuju do maksimalne vrednosti. Ova područja su uvek svetla. Područja između njih imaju umerenu senku. Očigledno, u slučaju obične džepne svetiljke, prikazane na levoj strani [slike 27](#), osvetljenost u zajedničkom području takođe se ponaša prema očekivanju: proseci se jednostavno sabiraju.

Očigledno, model fotona podrazumeva da je uzorak interferencije napravljen kao kao zbir velikog broja udara pojedinačnih fotona. Korišćenjem zraka svetlosti male jačine, mi treba prema tome da smo u mogućnosti da vidimo kako ove male tačke postepeno izgrađuju uzorak interferencije nagomilavanjem u svetlim oblastima i nikada ne pogađaju tamno područje. Ovo je ustvari slučaj kakav smo videli u predhodnom tekstu. ([Strana 37](#)). Svi eksperimenti su potvrdili ovakav opis.

¹ Model daje ispravan opis svetlosti osim što zanemaruje polarizaciju. Da bi se dodala polarizacija, potrebno je da se kombinovane strelice obrnu u oba smera oko pravca kretanja.

Drugim rečima, interferencija je slaganje polja koherentne svetlosti, ili još opštije rečeno, koherentnih elektromagnetnih polja. Polja koherentne svetlosti imaju posebno, još pravilnije ponašanje fotona u odnosu na polja nekoherentne svetlosti. Mi ćemo uskoro uz više detalja da istražimo detalje statističke raspodele fotona.



Slika 30 Interferencija i opisivanje svetlosti pomoću strelica (u tri trenutka vremena)

Ukratko, fotoni su kvantne čestice. Kvantne čestice mogu da proizvedu uzorke interferencije – i sve druge efekte talasa – kada se pojave u velikom broju, pošto su one opisane pomoću strelice čiji kvadrat dužine određuje verovatnoću njihovog otkrivanja.

INTERFERENCIJA POJEDINAČNOG FOTONA

Važno je da se naglasi da interferencija između dva zraka svetlosti nije rezultat dva različita fotona koji se međusobno poništavaju ili sabiraju. Takvo poništavanje bi bilo u suprotnosti sa principom očuvanja energije i količine kretanja. Interferencija je efekt koji se ispoljava na svaki foton posebno – kao što je pokazano u predhodnom odeljku – pošto se svaki foton rasprostire širom cele postavke: svaki foton uzima sve moguće putanje. Kao što je Pol Dirak (Paul Dirac) naglašavao:

- Svaki foton u interferenciji je samo sam sa sobom. (*Ref. 29*).

Interferencija fotona sa sobom samim nastaje usled toga što su fotoni kvantoni, a ne klasične čestice.

Dirakov često navođen iskaz dovodi do poznatog paradoksa: ako foton može da bude u intrferenciji samo sam sa sobom, kako dva zraka laserske svetlosti iz dva različita lasera mogu da budu u međusobnoj interferenciji? Odgovor koji daje kvantna fizika je jednostavan ali čudan: u području gde su dva zraka u interferenciji – kao što je pomenuto u predhodnom tekstu (*strana 42*) – nemoguće je reći iz kojeg izvora je došao foton. Za fotone u delu presecanja **ne može** da se kaže da su došli iz određenog izvora. Fotoni, isto tako i u području interferencije su kvantoni, a oni zaista stupaju u interferenciju sami sa sobom.

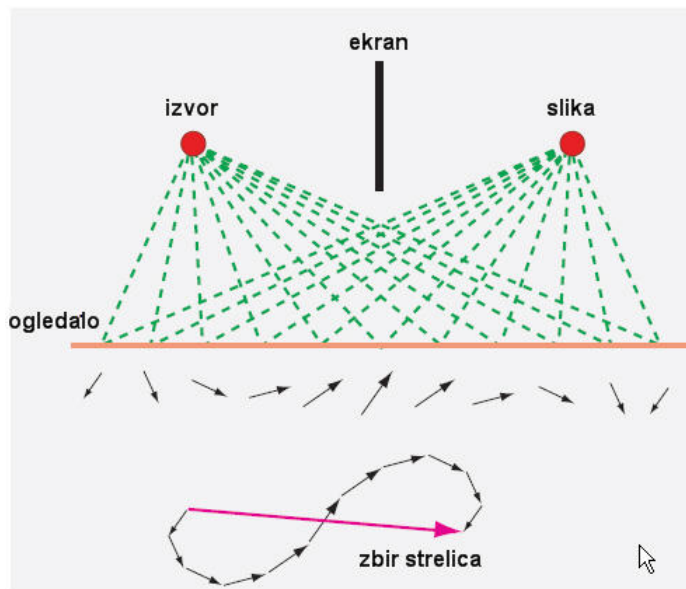
Drugi opis situacije je sledeći:

- Foton je u interferenciji samo u opsegu koherencije. A u ovon opsegu nemoguće je razlikovati fotone.

U oblasti koherencije koja je obikovana podužnom i poprečnom dužinom koherencije – ponekad takođe nazvanom *čelijsa faznog prostora* - ne možemo u potpunosti da kažemo da je svetlost tok fotona, pošto protok ne može da se definiše u njoj. Uprkos redovnim suprotnim tvrdnjama, Dirakov iskaz je tačan, kao što ćemo videti u tekstu koji sledi (*strana 54*). To je čudna posledica kvanta rada.

ODBIJANJE I PRELAMANJE IZVEDENO PREKO STREICLA FOTONA

Talasi isto tako ispoljavaju **prelamanje** (difrakcija). Prelamanje je promena pravca prostiranja svetlosti ili bilo kojeg drugog talasa u blizini ivice. Da bi se ovaj fenomen razumeo pomoću fotona, podimo od jednostavnog ogledala i proučimo najpre **odbijanje** (refleksija). Fotoni (kao i sve druge kvantne čestice) kreću se od izvora do detektora koristeći **sve** moguće putanje. Kako Ričard Fajnman (Richard Feynman)¹, koji je otkrio ovo objašnjenje, voleo da naglašava, pojam **sve** mora bukvalno da se shvati. Ovo nije velika stvar u objašnjavanju interferencije. Ali da bi se razumelo ogledalo, moramo da obuhvatimo sve mogućnosti, bez obzira koliko ludo izgledaju, kao što je pokazano na **slici 31**.



Slika 31 Svetlost odbijena od ogledala i odgovarajuće strelice (u trenutku)

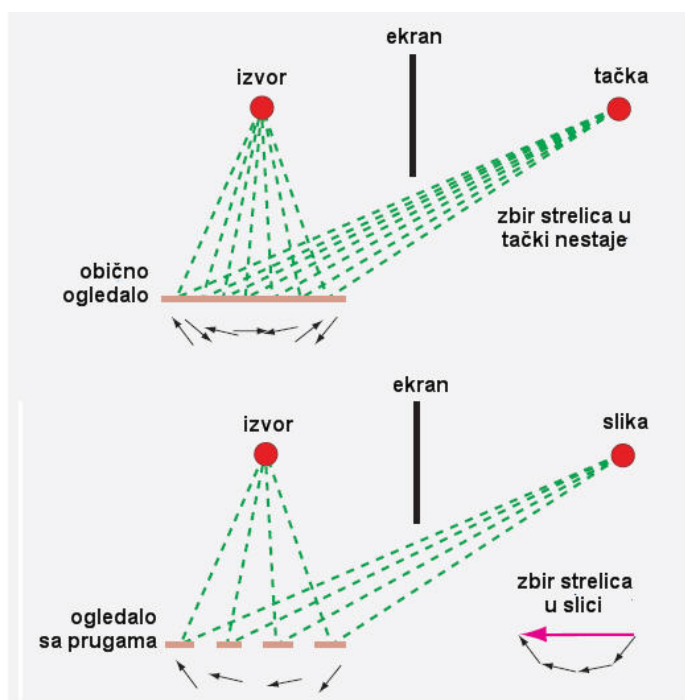
Kao što je iskazano u predhodnom tekstu, izvor svetlosti emituje strelice koje se obrću. Da bi se odredila verovatnoća da svetlost stiže do određene lokacije na slici, moramo da saberemo sve strelice koje stižu na tu lokaciju istovremeno. Za svaku putanju usmerenje strelica na slici je prikazano – samo radi udobnosti – ispod odgovarajućeg dela ogledala. Ugao i dužina strelica koje su stigle zavise od putanje. Zapazite da zbir svih strelice ne može da nestane: svetlost zaista stigne do slike. Štaviše, najveći doprinos dolazi od putanja koje su u blizini sredine. Ako bismo izveli isti proračun za drugu lokaciju slike do slike (skoro) nebi bilo svetlosti.

Ukratko, pravilo da se odbijanje pojavljuje sa upadnim uglom jednakim izlaznom uglu je samo približnost, koja sledi iz modela svetlosti sa strelicama. Ustvari, detaljni proračuni, sa više strelica, pokazuju da je približnost sasvim precizna: greška je mnogo manja od talasne dužine svetlosti.

Dokaz da svetlost zaista uzima sve ove čudne putanje dobija se pomoću posebnog ogledala. Kao što je prikazano na **slici 32**, možemo da ponovimo eksperiment pomoću ogledala koje odbija svetlost samo duž izvesnih pruga. U takvom slučaju pruge su pažljivo odabrane tako da odgovarajuća dužina putanje dovodi da strelice imaju sklonost ka jednoj strani, naime ka levoj strani. Sabiranje strelica sada pokazuje da takvo posebno ogledalo – obično nazvano **rešetka** – omogućava svetlosti da bude odbijena u neobičnom smeru. Zapravo, ovakvo ponašanje je standardno za talase: naziva se **prelamanje** (difrakcija). Ukratko, model

¹ Ričard Fajnman (Richard “Dick” Phillips Feynman, 1918. New York City – 1988. Los Angeles), bio je fizičar, jedan od osnivača kvantne elektrodinamike. Isto tako je otkrio “istorijski pregled” preoblikovanja kvantne teorije, načinio važan doprinos u teoriji slabih interakcija u kvantnoj gravitaciji, a bio je i koautor poznatog udžbenika *Feynman Lectures on Physics*, sada dostupan na veb strani www.feynmanlectures.info. Jedan je od onih teoretskih fizičara koji je svoju karijeru izgradio izvođeci kompleksne proračune – ali je u susretu sa starošću bio najuspešniji u svojim predavanjima i kljigama iz fizike, koje vrede da se pročitaju. Bio je duboko posvećen fizici i proširivaju znanja, a bio je i sakupljač iznenađujućih objašnjenja u fizici. pomogao je u stvaranju nuklearne bombe, pisao je dokumente u topless barovima, izbegavao je da preuzima bilo kakvu profesionalnu odgovornost, a bio je poznat po aroganciji i nepoštovanju vlasti. Napisao je nekoliko popularnih knjiga o događajima iz svog života. Iako je tokom svog života pokušavao da nadmaši genijalnost Volfganga Paulija, on nije uspeo u ovom nastojanju. Godine 1965, podelio je Nobelovu nagradu za svoj rad na kvantnoj elektrodinamici sa Julian Švingerom i Šiničirō Tomonagom

fotona sa strelicama omogućava da se opiše ova osobina talasa svetlosti, obezbeđujući da fotoni slede “lude” šeme verovatnoće. Nemojte se uznemiravati! Kao što je rečeno u predhodnom tekstu, kvantna teorija i jeste teorija za lude ljude.



Slika 32 Svetlost odbijena od loše postavljenog ogledala i od rešetke.

Možda biste želeli da proverite da li je model sa strelicama, uz približne vrijednosti koje daje sabiranjem po mogućim putanjama, automatski osigurava da je kvant rada zaista najmanji rad koji se može zapaziti. (*Izazov 42s*).

PRELAMANJE I DELIMIČNO ODBIJANJE PREKO STREICLA FOTONA

Svi talasi imaju **brzinu signala**. Brzina signala takođe zavisi od sredine kroz koju se prostiru. Kao posledicu toga, talasi ispoljavaju **prelamanje** kada se kreću iz jedne u drugu sredinu u kojoj imaju drugačiju brzinu signala. Interesantno je da bi naivna predstava čestice fotona kao malog kamena, podrazumevala da je svetlost brža u materijalima sa većim indeksom prelamanja: takozvanim **gušćim** materijalima. (Videti *sliku 33*). Možete li to da potvrdite? (*Izazov 43e*). Međutim, eksperimenti pokazuju da se svetlost u materijalima veće gustine kreće **sporije**. Ne postoji teškoća da se na slici talasa objasni ovo zapažanje. (Možete li ovo da potvrdite?) (*Izazov 44e*). Istorijski, to je bio jedan od dokaza **protiv** teorije svetlosti kao čestica. Nasuprot tome, model svetlosti sa strelicama prikazan u predhodnom tekstu može da objasni osobine prelamanja. To nije teško: probajte. (*Izazov 45e*).



Slika 33 Ako bi svetlost bila sastavljena od kamenčića, kretala bi se u vodi većom brzinom

Talasi se takođe **delimično odbijaju** od materijala kakav je staklo. To je jedno od prostiranja koje je najteže objasniti uz pomoć fotona. Ali to je jedan od malobrojnih efekata koji **nije** objašnjen klasičnom talasnom teorijom svetlosti. Međutim, to je objašnjeno modelom strelica, kao što ćemo otkriti. Delimično odbijanje potvrđuje prvo pravilo modela strela. Delimično odbijanje pokazuje da se fotoni zaista ponašaju **nasumično**

(**strana 47**): neki se odbijaju, a neki ne, bez ikakvog pravila pri izboru. Razlika je u potpunosti statistička. Više o tome sledi uskoro.

OD FOTONA DO TALASA

U talasima polje osciluje u prostoru i vremenu. Jedan način da se pokaže kako talasi mogu da se načine od čestica je da se pokaže kako može da se napravi sinusni talas upotrebom velikog broja fotona. Sinusni talasi su koherentno stanje svetlosti. (**Ref. 30**). Način da se oni naprave detaljno je objasnio Roj Glauber (Roy Glauber). Ustvari, da bi se napravio čist sinusni talas, potrebno je da se slože zrak od samo jednog fotona, zrak sa dva fotona, zrak sa tri fotona itd. Zajedno, oni daju savršen sinusni talas. Kako se očekivalo, njegov broj fotona koleba se u najvećem mogućem stepenu.

Ako ponovimo proračun za neidealni zrak svetlosti, nalazimo da je ispoštovano načelo neodređenosti za energiju i vreme: svaki emitovan zrak će imati određenu spektralnu širinu. Čista monohromatska svetlost ne postoji. Slično tome, nijedan sistem koji emituje talase *nasumično* ne može da proizvede monohromatske talase. Svi eksperimenti potvrđuju ove rezultate. Osim toga, talasi mogu da se **polarizuju**. Do sada smo ovu osobinu zanemarivali. Prikazano slikom fotona, polarizacija je rezultat pažljivog preklapanja fotona koji se obrću u smeru kazaljke časovnika i suprotno kazaljka časovnika. Ustvari, znamo da da linearna polarizacija može da se posmatra kao rezultat preklapanja kružno polarizovane svetlosti oba znaka, koristeći pogodnu fazu. Ono što je izgledalo kao retkost u klasičnoj optici, pokazalo se da je temeljno opravdanje u kvantnoj teoriji.

Najzad, fotoni su **neraspoznatljivi**. Kada se dva fotona iste boje ukrste, ne postoji način da se posle toga kaže koji je koji od njih dva. Kvant rada to čini nemogućim. Neraspoznatljivost fotona ima interesantnu posledicu. Nemoguće je reći koji emitovan foton odgovara pristiglom fotonu. Drugim rečima, ne postoji način da se prati putanja fotona, kao što smo činili za praćenje putanje lopte bilijara. (**Strana 43**). Fotoni su zaista neraspoznatljivi. Osim toga, eksperiment Henberi Brauna i Tvisa podrazumevaju da su fotoni bozoni. (**Ref. 31**). Otkrićemo u tekstu koji sledi više detalja o specifičnoj nerazpoznatljivosti bozona. (**Strana 89**).

Ukratko, nalazimo da talasi svetlosti mogu zaista da budu opisani kao da su načinjeni od čestica. Međutim, to je jedino ispravno uz uslov da fotoni

- ne mogu precizno da se prebroje – nikada uz preciznost veću od $\sqrt{N}$,
- da ne mogu da lokalizuju – nikada uz preciznost veću od dužine koherencije,
- da nemaju veličinu, naelektrisanje ni masu (mirovanja)
- da ispoljavaju fazu koja se povećava sa ωt , to jest kao proizvod učestanosti i vremena,
- da nose spin 1
- da su iste učestanosti kao neprimetni bozoni – unutar oblasti koherencije,
- da mogu da zauzmu bilo koju putanju – sve dok to dopuštaju granični uslovi,
- da nemaju prepoznatljivo poreklo i
- da imaju verovatnoću detekcije određenu kvadratom zbira amplituda¹ za sve dozvoljene putanje do tačke detektovanja

Drugim rečima, svetlost se može opisati da je sastavljena od čestica samo ako te čestice imaju posebne, kvantne osobine. Ove kvantne osobine razlikuju se od svakodnevnih čestica i omogućavaju fotonima da se ponašaju kao talasi uvek kada su prisutni u velikom broju.

MOŽE LI SVETLOST DA SE KREĆE BRŽE OD SVETLOSTI? – STVARNI I VIRTUALNI FOTONI

U vakuumu svetlost može da ima veću brzinu od c , ali takođe i manju. Kvantno načelo obezbeđuje detalje. Sve dok se pridržava ovog načela, brzina krakog bleska svetlosti može da bude različita – premda samo za mali iznos – od “zvanične” vrednosti. Možete li da procienite dozvoljenu razliku u vremenu dolaska za svetlosni blesak koji dolazi od početka vremena? (**Izazov 46ny**). Opis fotona strelicama daje isti rezultat. Ako u obzir uzmemo ludu mogućnost da fotoni mogu da se kreću bilo kojom brzinom, videćemo da su odbačene sve brzine koje se jako mnogo razlikuju od c . Jedina varijacija koja ostaje, prevedena u

¹ Amplituda polja fotona, međutim, ne može i ne treba da se određuje pomoću talasne funkcije svake masivne čestice sa spinom 1.

rastojanje, je neodređenost od oko jedne talasne dužine u izdužnom smeru, što je već pomenuto. (**Izazov 47ny**)

Ukratko, svetlost, ili stvarni fotoni, može zaista da se kreće brže od svetlosti, premda samo u količini koju dozvoljava kvant rada. U svakodnevnim situacijama, odnosno za velike vrednosti rada, svi kvantni efekti su prosečni, uključujući brzine svetlosti i fotona veće od c .

Ne samo da nije definisan položaj, već takođe nije definisana ni energija pojedinačnog fotona. (**Ref. 32**). Na primer, izvesni materijali cepaju energiju jednog fotona $\hbar\omega$ na dva fotona, čije se dve energije sabiraju do one početne. Kvantna mehanika podrazumeva da je podela energije poznata samo ako energija jednog od dva fotona može da se izmeri. Energija drugog fotona je poznata samo u tom trenutku. Pre merenja oba fotona imaju neodređenu energiju. Proces određivanja energije događa se **trenutno**, čak i kada je drugi foton udaljen. (**Strana 120**) U daljem tekstu objasnićemo pozadinu ovog i sličnih čudnih efekata, koji **izgledaju** da su brži od svetlosti. Ustvari, uprkos prividnosti, ova zapažanja ne sadrže prenos energije ili informacija brzinom većom od brzine svetlosti. (**Izazov 48s**)

Još nastranija posledica kvanta rada pojavljuje se kada proučavamo statička električna polja, kakvo je polje u okolini naelektrisane metalne lopte. Očigledno, takvo polje mora da je sastavljeno od fotona. Kako se oni kreću? Ispostavlja se da su statička električna polja načinjena od **virtualnih** fotona. Virtualni fotoni su fotoni koji se ne pojavljuju kao slobodne čestice; oni se pojavljuju samo u izuzetno kratkom vremenu pre nego što ponovo nestanu. U slučaju statičkog električnog polja oni su **uzdužno** polarizovani i ne prenose energiju. Virtualni fotoni, kao i sve virtualne čestice, samo su “senke” čestica koje se pokravaju

$$\Delta x \Delta p \leq \frac{\hbar}{2} \quad (14)$$

Umesto da se pokravaju uobičajenom načelu neodređenosti, one su povinovane suprotnom odnosu, koji izražava njihovo veoma kratko pojavljivanje. Uprkos njihovom sopstvenom kratkom životu, i uprkos nemogućnosti da se otkriju neposredno, virtualne čestice imaju važne efekte. Ubrzo ćemo objasniti njih detaljno. (**Strana 149**).

Ustvari, 4-potencijal A dopušta četiri polarizacije, za odgovarajuće četiri koordinate (t, x, y, z) . Pokazalo se u stvarnim eksperimentima za fotone o kojima se obično govori – slobodne ili stvarne fotone – da se poništavaju polarizacije u t i z smerovima, tako da se uočava samo x i y polarizacija.

Za vezane ili virtualne fotone situacija je drugačija. Moguće su sve četiri polarizacije. Zaista, t i z polarizacija virtuelnih fotona – koja se ne javlja kod stvarnih fotona, to jest, slobodnih fotona – jeste ona za koju se može reći da predstavlja sastavne blokove statičkih električnih i magnetnih polja.

Drugim rečima, statička električna i magnetna polja predstavljaju kontinualan protok virtualnih fotona. Nasuprot stvarnim fotonima, virtualni fotoni mogu da imaju masu, mogu da imaju smer spina koji nije usmeren duž putanje kretanja i mogu da imaju količinu energije surotnog smera od njihovog pravca kretanja. Razmena virtualnih fotons dovodi do privlačenja tela različitih naelektrisanja. Zapravo, virtualni fotoni neophodno se pojavljuju u svakom opisu elektromagnetnih interakcija. Kasnije ćemo dalje da razmotrimo njihove efekte – uključujući i poznato privlačenje neutralnih tela. (**Vol. V, strana 93**).

Već smo ranije videli da ovi virtualni fotoni, na primer oni koji su potrebni da se opiše sudar naelektrisanja, moraju da imaju sposobnost kretanja brzinom većom od brzine svetlosti. (**Vol II, strana 60**). Ovaj opis se zahteva kako bi se obezbedilo da brzina svetlosti ostaje granica u svim eksperimentima.

Ukratko, možda bi bilo zanimljivo primetiti da virtualni fotoni, za razliku od stvarnih fotona, nisu vezani brzinom svetlosti; ali takođe je pošteno da kažemo da se virtualni fotoni kreću brže od svetlosti samo u **formalnom** smislu.

NEODREĐENOST ELEKTRIČNOG POLJA

Videli smo da kvant rada podrazumeva neodređenost jačine svetlosti. Pošto je svetlost elektromagnetni talas, ova neodređenost podrazumeva jednostavne, posebne granice za električna i magnetna polja u određenoj tački u prostoru. Ovaj zaključak su prvi uobličili 1933. godine Bor i Rozenfeld. (**Ref. 33**). Oni su krenuli od uticaja polja na ispitivanu česticu mase m i naelektrisanja q , koji je opisan sa: (**Izazov 49ny**)

$$ma = q(E + v \times b) \quad (15)$$

Pošto je nemoguće da se izmere obe veličine, i količina kretanja i položaj čestice, oni su zaključili izveli neodređenost za električno polje, datu sa

$$\Delta E = \frac{h}{q \Delta x t} \quad (16)$$

pri čemu je t vreme merenja, a Δx je neodređenost položaja. Prema tome svaka vrednost električnog polja, a slično važi i za magnetno polje, poseduje neodređenost. Stanje elektromagnetnog polja ponaša se u ovom pogledu kao stanje materije: i oba prate načelo neodređenosti.

MOGU LI DVA FOTONA DA INTERFERIRAJU?

Godine 1930. Pol Dirak (Paul Dirac) načinio je poznati iskaz, koji je već pomenut u predhodnom tekstu: (*strana 49*)

- Svaki foton je u interferenciji sam sa sobom. Interferencija dva različita fotona nikada se ne događa. (*Ref. 29*).

Ovaj iskaz se često pogrešno tumači kako podrazumeva da svetlost od dva posebna **izvora** fotona ne može da bude u interferenciji. Nažalost, ovo pogrešno tumačenje proširilo se i kroz deo literature. (*Ref. 34*). Svako može da proveri pomoću radija da je ovakav iskaz pogrešan: signali iz dve udaljene radio stanice, emitovani na istoj učestanosti, dovodi do izbijanja amplitude. to jest do **interferencije talasa**. (Ovo ne treba mešati sa dosta uobičajenim izrazom **radio interferencijom**, što je obočno prosto sabiranje jačine.) Radio predajnici su koherentni izvori fotona, a svaki radio prijemnik dokazuje da signali iz dva različita izvora mogu zaista da budu u interferenciji.

Godine 1949. izvedena je interferencija polja emitovanih iz dva različita izvora fotona sa zracima mikrotalasa. Od 1950-ih godina nadalje, u mnogim eksperimentima sa dva laserska, pa čak i sa dva toplotna izvora svetlosti, pokazali su interferenciju svetlosti. (*Ref. 35*). Na primer, 1963. godine Mađar (Magyar) i Mandel (Mandel) koristili su dva rubinska lasera koji su emitovali svetlosne impulse i brzu kameru da bi napravili trake interferencije u prostoru.

Međutim, svi ovi rezultati iz eksperimenata sa dva izvora u interferenciji, nisu u suprotnosti iskazu Pol Diraka. Uszvari, dva fotona ne mogu da interferiraju iz više razloga.

- Interferencija je rezultat prostiranja talasa u prostor-vremenu; fotoni se pojavljuju samo kada se koristi slika energija-količina kretanja, uglavnom kada se događa interakcija sa materijom. Opis prostornog prostiranja i slike čestica međusobno se isključuju – to je jedan od vidova načela komplementarnosti. Zbog čega se čini da je Dirak pomešao ova dva iskaza? Dirak je upotrebio pojam “foton” u veoma uopštenom smislu, kao kvantno stanje elektromagnetnog polja. Kada se dva koherentna zraka slože, kvantni subjekti, fotoni, ne mogu da se pripisuju nijednom od ta dva izvora. Interferencija nastaje usled slaganja dva koherentna stanja, a ne dve čestice.
- Interferencija je jedino moguća ako se **ne zna** odakle su došli otkriveni fotoni. Kvantni mehanički opis polja u situaciji interferencije nikada ne dozvoljava da se u poljima koja su se složila fotoni pripisuju jednom od izvora. Drugim rečima, ako je moguće da se kaže iz kojeg izvora je došao otkriveni foton, interferencija se **neće** dogoditi.
- Interferencija između dva koherentna zraka zahteva usaglašene ili stalne faze između njih, to jest, neodređen broj čestica; drugim rečima interferencija je moguća samo, i samo ako, je nepoznat broj fotona iz svakog od dva izvora. A zraci imaju nepoznat broj fotona kada je broj neodređenosti ili slične veličine ili je prosečan broj.

Dirakov iskaz prema tome spada u definiciju pojma “foton”. Boljim izborom reči kaže se da je interferencija uvek između dve (neraspoznatljive) istorije, ali nikada između dve kvantne čestice. Ili, kao što je iz predhodnog teksta očekivano:

- Foton je u interferenciji samo unutar oblasti koherencije, to jest, unutar sopstvene ćelije faznog prostora. Izvan toga nema interferencije. A unutar te oblasti ili ćelije, nemoguće je da se razlikuju fotoni stanja ili istorije.

Pojam “foton” ostaje jak i danas. Kvantna čestica modela koherencije i svetlosti ostala je začuđujuća do današnjeg dana. Zaključujući, možemo ukratko da kažemo: **Dva različita elektromagnetna zraka mogu da budu u interferenciji, ali dva različita fotona ne mogu.**

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O FOTONIMA

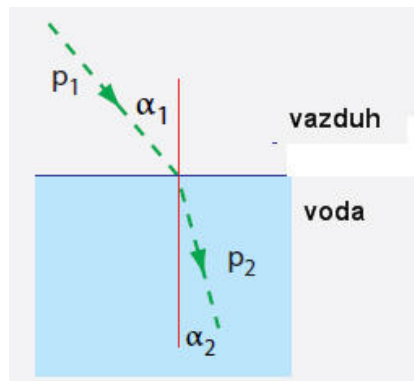
Može li se pomoću fotona objasniti prelamanje? Njutm nije mogao to da učini, ali u današnje vreme mi možemo. U prelamanju na vodoravnoj površini, kako je prikazano na **slici 34**, situacija je nezavisna duž pomeranja po vodoravnom pravcu. Prema tome, očuvana je komponenta količine kretanja duž vodoravnog pravca: $p_1 \sin \alpha_1 = p_2 \sin \alpha_2$. Energija fotona $E = E_1 = E_2$ očigledno je očuvana. Indeks prelamanja n definisan pojmovima količine kretanja i energije je

$$n = \frac{cp}{E} \quad (17)$$

“Zakon” prelamanja glasi: (**Izazov 50e**)

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n \quad (18)$$

Obrazac je poznat još od srednjeg veka.



Slika 34 Prelamanje svetlosti i fotoni

Postoji ovde važno pitanje. U materijalu brzina fotona u svetlosnom zraku $v = \delta E / \delta p$ razlikuje se od brzine faze $u = E/p$ koja je uneta u obrazac. Ukratko, Unutar materije pojam foton mora da se koristi uz izuzetnu pažnju.

* * *

Ako neki elektromagnetni talas ima amplitudu A , gustina fotona d iznosi

$$d = \frac{A^2}{\hbar \omega} \quad (19)$$

Možete li to da dokažete? (**Izazov 51ny**)

* * *

Pokažite da se za impuls lasera u vakuumu oblast koherencije povećava tokom prostiranja, dok oblast koju zauzima u faznom prostoru ostaje stalna. (**Izazov 52e**). Njegova entropija se ne menja pošto je njegova putanja dvosmerna.

* * *

Tipičan efekat kvantnog “zakona” je žuta svetlost svetiljki upotrebljenih za osvetljenje ulica u većini gradova. One emituju čistu žutu svetlost (skoro) jedne frekvencije; to je ono zbog čega nijedna druga boja ne može da se razlikuje u njihovom osvetljenju. U saglasnosti sa klasičnom elektrodinamikom, harmonici ove učestanosti svetlosti trebalo bi takođe da se emituju. Eksperimenti pokazuju, međutim, da to nije slučaj; klasična elektrodinamika je zato pogrešna. Da li je ova tvrdnja ispravna? (**Izazov 53s**).

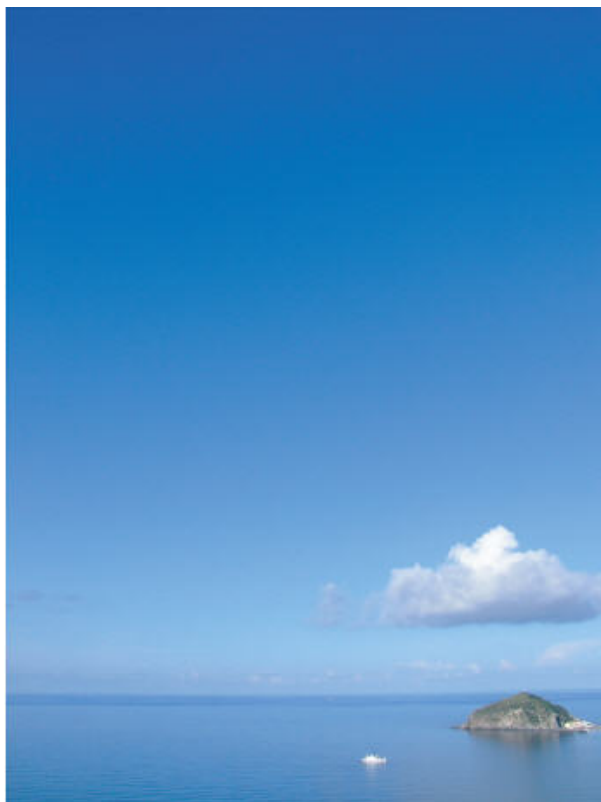
* * *

Šta se događa sa fotonom kada udari u neki predmet ali ne bude ni apsorbovan ni sproveden? Uopšteno govoreći, on se rasipa. **Rasipanje** je naziv za proces koji menja kretanje svetlosti (ili bilo kojeg drugog talasa). Detalji procesa rasipanja zavise od predmeta; neki procedi rasipanja promene samo pravac kretanja, drugi isto tako promene i učestanost. U **Tabeli 3** dat je pregled procesa koji rasipaju svetlost. Sve osobine rasipanja zavise od materijala koji proizvodi odbijanje svetlosti. Između ostalog, proučavanje procesa rasipanja objašnjava mnoge boje providnih materijala, kao što ćemo videti u tekstu koji sledi. (**Strana 133**).

Zapazili smo da savijanje svetlosti usled gravitacije nije nazvano rasipanjem. Zašto? (**Izazov 54e**).

TABELA 3 Vrste rasipanja svetlosti

Vrsta rasipanja	Rasipanje	Detalji	Primeri
Rasipanje Releja (Rayleigh)	atomi, molekuli	elastično, promena jačine sa $1/\lambda^4$, rasutost manja od $\lambda/10$	plavo nebo, crveno večernje nebo, plav dim cigarete
Rasipanje Mie	providni predmeti, kapi	elastično, , promena jačine sa $1/\lambda^{0.5}$ do $1/\lambda^2$, veličina rasutosti oko λ	plavo nebo, crveno večernje nebo, plave udaljene planine
Geometrijsko rasipanje	ivice	elastično, veličina rasutosti veća od λ	bolje nazvano prelamanje , koristi se u interferenciji
Rasipanje Tindala (Tyndall)	neprovidni predmeti	elastično, ugao slabo ili nije zavisao od talasne dužine	smog, beli oblaci, magla, beo dim cigarete
Rasipanje Smekal-Raman	pobuđeni atomi, molekuli	neelastično, svetlost stiče energiju	koristi se u istraživanjima atmosfere pomoću lidara
Inversno rasipanje Ramana	atomi, molekuli	neelastično, svetlost gubi energiju	koristi se u istraživanjima materijala
Rasipanje Tomsona	elektroni	elastično	Koristi se za određivanje gustine elektrona
Rasipanje Komptona (Compton)	elektroni	neelastično, X-zraci gube energiju	dokazuje korpuskularnu prirodu svetlosti (vidieti stranu 39)
Rasipanje Briljuena (Brillouin)	zvučni fononi, promene gustine tela/tečnosti	neelastično, učestanost se pomera za nekoliko GHz	koristi se za proučavanje pojave i dijagnostiku optičkih kablova
Rasipanje Von Laua (Laue)	kristalna čvrsta tela	elastično, usled interferencije na ravni kristala	koristi se za određivanje strukture kristala; naziva se i rasipanje Braga (Bragg)



Slika 35 Plave senke na nebu, i boje oblaka nastale su usled različitih stepena rasipanja Releja, Mie i Tindala (© Giorgio di Iorio).

ZAKLJUČAK O SVETLOSTI: ČESTICA I TALAS

Kao zaključak, svetlost je tok kvanta ili fotona. Pojedinačni foton je najmanja moguća jačine svetlosti određene boje. Fotoni, isto kao kvantoni razlikuju se od svakodnevnih čestica. Ustvari, možemo se raspravljati da li je samo (klasično) gledište čestice fotona njihova kvantifikovana energija, količina kretanja i spin. U svim ostalim pogledima fotoni nisu *nalik* kamenju. Fotoni se kreću brzinom svetlosti. Fotoni ne mogu da se lokalizuju u zraku svetlosti. Fotoni su nerazpoznatljivi. Fotoni su bozoni. Fotoni nemaju masu, ni naelektrisanje, ni veličinu. Još pouzdanije je da se kaže da su **fotoni su računске tvorevine potrebne za precizan opis zapažanja u vezi svetlosti**. (*Ref. 36*).

Čudne osobine fotona razlog su zbog čega su neslavno propali raniji pokušaji da se svetlost opiše kao tok (klasičnih) čestica, kao što je to bio pokušaj Njutna, i bivali s pravom ismevani od strane ostalih naučnika, Ustvari, Njutn je postavio svoju teoriju suprotno od svih eksperimentalnih dokaza – posebno u pogledu prostiranja talasa – nešto što fizičari nikada nebi trebalo da čine. Tek kada su ljudi prihvatili da je svetlost talas i kada su otkrili i shvatili da su kvantne čestice temeljno različite od klasičnih čestica, opis pomoću kvantona bio je uspešan.

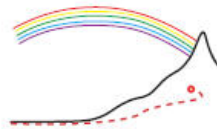
Kvant rada podrazumeva da su **svi talasi tokovi kvantona**. Zapravo, svi talasi su tokovi kvantona u **uzajamnoj vezi**. Ovo je tačno za svetlost, kao i za bilo koju vrstu zračenja i za sve oblike talasa materije.

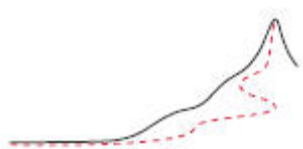
Načelo neodređenosti pokazuje da čak i pojedinačni kvanton može da se smatra talasom; međutim uvek kada je u interakciji sa ostatkom sveta on se ponaša kao čestica. Ustvari, **najbitnije** je da su talasi sastavljeni od kvantona. Kada nebi bili, tada nebi interakcije bile lokalne, a predmeti nebi uopšte mogli da se lokalizuju, što je suprotno iskustvima.

Da bi se odlučilo da li je pogodniji talasni opis ili opis pomoću čestica, možemo da koristimo sledeći kriterijum. Uvek kada su materija i svetlost u interakciji, pogodnije je da se elektromagnetno zračenje opiše kao talas ako talasna dužina λ zadovoljava

$$\lambda \gg \frac{\hbar c}{kT} \quad (20)$$

gde je $k = 1,4 \cdot 10^{-23}$ J/K Bolcmanova konstanta, a T je temperatura čestice. Ako talasna dužina mnogo manja od vrednosti na desnoj strani, opis pomoću čestica bio bi prikladniji. Ako su obe strane istog reda veličine, oba načina opisivanja bila bi dobra. Možete li da objasnie ovo procenjivanje? (*Izazov 55e*).





Poglavlje 3

KRETANJE MATERIJE – IZVAN KLASIČNE FIZIKE

Sve velike stvari počinju bogohuljenjem

Džordž Bernard Šo (George Bernard Shaw)

Postojanje najmanjeg rada ima brojne važne posledice na kretanje materije. Počecemo sa nekoliko rezultata eksperimenata koji pokazuju da je kvant rada zaista najmanja izmerljiva vrednost rada, takođe i za slučaj materije. Potom ćemo pokazati kako kvant rada podrazumeva postojanje faze, pa prema tome i talasna svojstva materije. Konačno, iz kvanta rada, izvešćemo iste opise za kretanje materije kao što smo već odredili za svetlost: čestice materije ponašaju se kao strelice koje se obrću.

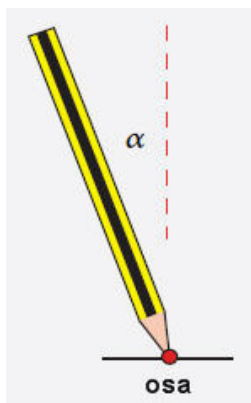
ČAŠE VINA, NAOČARE, OLOVKE I ATOMI – NE MIRUJU

*Otium cum dignitate.*¹

Ciceron, *De oratore*.

Ako je kvant rada najmanja zapažena promena u fizičkom sistemu, tada dva opažanja i u ovom sistemu moraju uvek biti različita. Prema tome, u prirodi ne može da postoji savršeno mirovanje. Da li je to tačno? Eksperimenti su pokazali da je to zaista slučaj.

Prosta posledica nepostojanja savršenog mirovanja je nemogućnost da se napuni čaša vinom. Ako najveći kapacitet čaše (uključujući i efekt površinskog napona, kako bi dokaz bio precizan) nazovemo “puna čaša”, trenutno vidimo da situacija zahteva da površina tečnosti bude u potpunom mirovanju. To nije nikada zapaženo. Ustvari, potpuno mirna površina potvrdila bi da se dva uzastopna zapažanja razlikuju za manje od $\hbar$. Mogli bismo da pokušamo da umanjimo sva kretanja tako što ćemo sniziti temperaturu sistema. Da bismo postigli potpuno mirovanje, morali bismo da postignemo temperaturu blisku apsolutnoj nuli. Eksperimenti pokazuju da je to nemoguće. (Ustvaru, ta nemogućnost, takozvani **treći “zakon” termodinamike**, jednak je sa postojanjem najmanjeg rada.) Svi eksperimenti su potvrdili: **u prirodi ne postoji mirovanje**. Drugim rečima, kvant rada dokazuje staru istinu da je čaša vina uvek i delimično prazna i delimično puna.



Slika 36 Olovka u padu

Odsustvo mirovanja u mikroskopskim razmerama, predpostavljeno kvantom rada, potvrđeno je u mnogim eksperimentima. Na primer, olovka postavljena na njen vrh ne može da ostane uspravna, kao što je prikazano na **slici 36**, čak i ako je izolujemo od svih smetnji, kao što su vibracije, molekuli vazduha i termička kretanja. Ovaj zaključak – doduše vrlo akademski – sledi iz načela neodređenosti. Ustvari, čak je moguće da se izračuna vreme posle kojeg olovka mora da padne. (**Izazov 56d**). Međutim, u praksi olovka padne mnogo ranije, pošto su u običnim uslovima spoljne smetnje mnogo veće nego li efekt kvanta rada.

¹ “Miruj s dostojanstvom.”

Međutim, najvažnija posledica odsustva stanja mirovanja je drugačija. Odsustvo stanja mirovanja za elektrone unutar atoma sprečava ih da padnu na jezgro, uprkos uzajamnom privlačenju. Ukratko, postojanje i veličina atoma, pa samim tim i svih materija, direktna je posledica odsustva mikroskopskog mirovanja. Ovu posledicu ćemo istražiti mnogo detaljnije u tekstu koji sledi. (**Strana 64**). Pošto smo i mi sastavljeni od atoma, možemo reći: mi postojimo i živimo samo zbog postojanja kvanta rada.

NEMA BESKONAČNE PRECIZNOSTI U MERENJU

Ne samo da kvant rada onemogućava postojanje stanja mirovanja; kvant rada isto tako onemogućava posmatranja merenja stanja mirovanja. Da bismo proverili da li neki objekt miruje, moramo posmatrati njegov položaj uz veliku preciznost. Zbog talasne prirode svetlosti potrebni su nam fotoni velike energije: samo fotoni velike energije imaju malu talasnu dužinu pa stoga omogućavaju precizno merenje položaja. Međutim, kao posledica ove velike energije javlja se poremećaj na predmetu. Još gore, sam poremećaj ne može precizno da se izmeri; tako ne postoji način da se odredi početni položaj, čak i kada se u obzir uzme i poremećaj. Ukratko, potpuno stanje mirovanja nebi moglo da se posmatra – čak i kada bi postojalo.

Zaista, svi eksperimenti u kojima su bili posmatrani sistemi sa uz veliku preciznost, potvrdili su da ne postoji stanje potpunog mirovanja. Odsustvo mirovanja bilo je potvrđeno za elektrone, neutrone, protone, jone, atome, molekule atomske kondenzate i kristale. Odsustvo mirovanja bilo je čak potvrđeno i za predmete sa masom oko jedne tone, koji su korišćeni u izvesnim detektorima gravitacijaskih talasa. Nijedan predmet nikada nije u stanju mirovanja.

Isti dokaz za ograničenja pri merenju pokazuje takođe da merenje bilo kojeg opažanja ne može da se izvede do beskonačne preciznosti. To je sledeća dalekosežna posledica kvanta rada.

HLADAN GAS

Kvant rada podrazumeva da je nemoguće stanje mirovanja u prirodi. Ustvari, čak i na izuzetno niskim temperaturama, u pokretu su sve čestice unutar materije. Za ovo osnovno nepostojanje stanja mirovanja kaže se da je usled takozvanog **kolebanja nulte tačke**. Dobar primer dat je iz tadašnjeg doba u merenjima Boze-Ajnštajn kondenzata. Oni su zatvorili gas sa malim brojem atoma (između deset i nekoliko miliona) ohlađen do izuzetno niskih temperatura (oko 1 nK). Zatvaranje je omogućio da se atomi drže raspoređeni u srednjem vakuumu. Ovaj ohlađen i zatvoren gas mogao je da se posmatra sa velikom preciznošću. Korišćenjem razrađenih eksperimentalnih tehnika, kondenzat Boze-Ajnštajn može da se stavi u stanje za koje je $\Delta p \Delta x$ skoro potpuno jednako $\hbar/2$ – premda nikada ispod te vrednosti. Ovi eksperimenti su potvrdili neposredno da u prirodi ne postoji stanje mirovanja, već potpuna nejasnost. A ova nejasnost je opisana kvantom rada.

Ovo dovodi do interesantne zagonetke. U normalnom predmetu rastojanje između atoma mnogo je veće nego li njegova de Brolijeva talasna dužina. (Možete li da potvrdite to?) (**Izazov 57s**). Međutim, danas je moguće da se predmeti ohlade do izuzetno niskih temperatura. Na dovoljno niskoj temperaturi, koja je ispod 1 nK, talasna dužina atoma može biti veća od njihovog razdvajanja. (**Ref. 37**). Možete li da zamislite šta se događa u takvom slučaju? (**Izazov 58s**).

PROTOCI I KVANTIZACIJA MATERIJE

*Die Bewegung ist die Daseinsform der Materie.*¹

Fridrih Engels (Friedrich Engels, *Anti-Dühring*).

Ne samo da kvant rada onemogućava stanje mirovanja, onemogućava isto tako i svaku situaciju koja se ne menja vremenom. Najvažniji primeri (prividno) stacionarnih situacija su **protoci**. Kvant rada podrazumeva da **nijedan** protok ne može da bude stacionaran. Još preciznije, princip najmanjeg rada podrazumeva da nijedan protok ne može da bude neprekidan, **Svi protoci se kolebaju**. U prirodi su svi protoci načinjeni od najmanjih čestica; svi protoci su načinjeni od kvantnih čestica. Videli smo u predhodnom tekstu da to važi za svetlost; isto to se primenjuje i na protok materije. Dva prosta primera protoka iz našeg svakodnevnog iskustva neposredno potvrđuju ovu posledicu kvanta rada: protok tečnosti i protok električne struje.

¹ “Kretanje je oblik postojanja materije.” (**Ref. 12**)

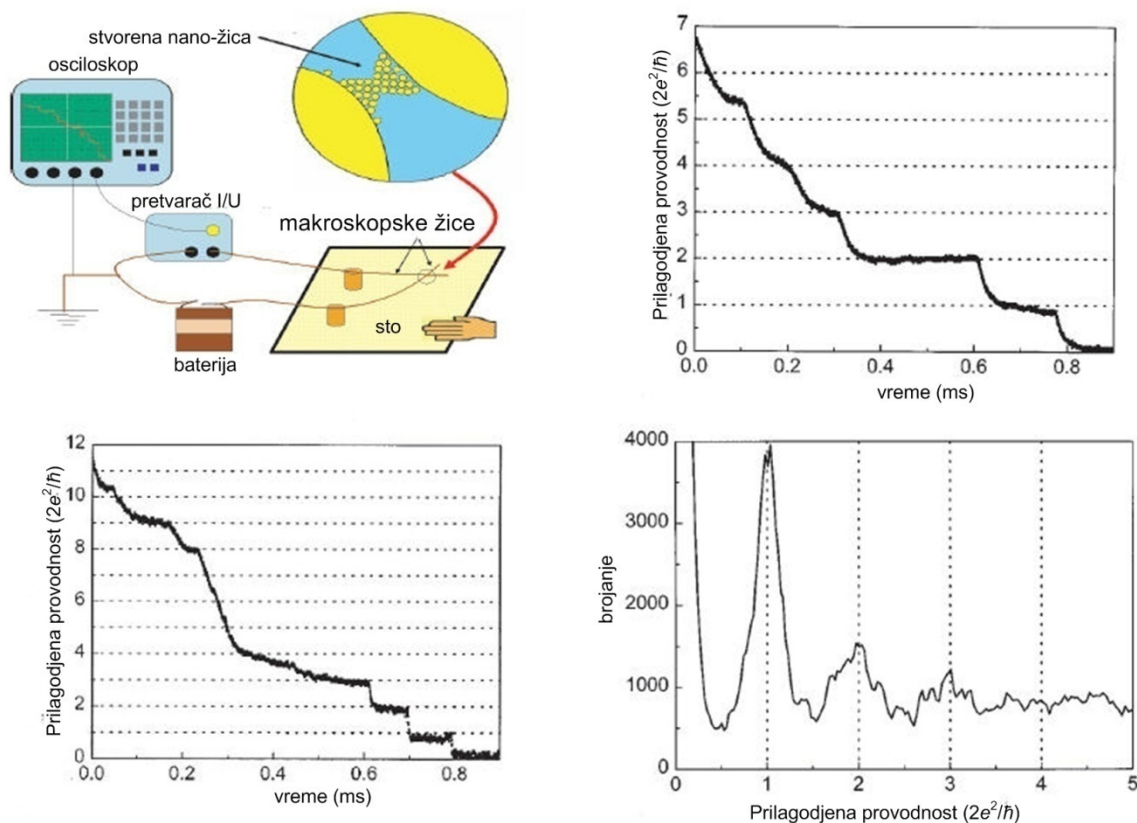
PROTOK TEČNOSTI I KVANTONI

Protok materije takođe se pojavljuje u najmanjim jedinicama. Ranije u našoj avanturi (**Vol. I, strana 280**) pomenuli smo da je posledica sastava tečnosti od čestica takva da ulje ili bilo koja druga glatka tečnost proizvodi zvuk kada protiče čak i kroz cevi sa najglatkijim zidovima. Pomenuli smo da zvuk koji može da se čuje u uslovima apsolutne tišine – na primer, u prirodi na planini sa snegom i bez vetra ili u zvučno izolovanoj komori – nastaje delimično usled zrnaste strukture krvi koja teče kroz naše vene. Svi eksperimenti su potvrdili da svi protoci materije proizvode vibracije. To je posledica kvanta rada i rezultat je zrnastog sastava materije. U stvari, kvant rada može da se odredi preko merenja zvuka u tečnostima,

KUCANJE PO STOLU I KVANTIFIKOVANA PROVODNOST

Ako bi električna struja bila neprekidni protok, bilo bi moguće da se zapaža vrednost rada toliko mala koliko se poželi. Prost suprotan primer otkrili su 1996. godine Hoze Kosta Kramer (Jose Costa Kramer) i njegov tim. (**Ref. 38 i Ref. 39**). Oni su stavili dve metalne žice jednu preko druge na kuhinjski sto i na njih priključili bateriju, pretvarač struje u napon – ili prosto otpornik – i na njega osciloskop. Zatim su merili električnu struju dok su **kucali** po stolu. To je bilo sve.

Kucanjem u sto prekidao se spoj između dve žice. U poslednjoj milisekundi pre no što se žice razdvoje, provodnost i prema tome električna struja smanjuje se u pravilnim koracima od oko $7 \mu\text{A}$, što se lako vidi na osciloskopu. Na **slici 37** prikazan je takav eksperiment. Da je izveden nekoliko godina ranije, ovaj jednostavan eksperiment mogao je da pobedi brojne druge, nesrazmerno skuplje eksperimente koji su otkrili istu kvantifikaciju uz cenu od nekoliko miliona evra svaki i koristili složene postavke na izuzetno niskim temperaturama.



Slika 37 Koraci u protoku elektriciteta kroz metalne žice: postavka, nano-žica kao osnova efekta, i tri rezultata merenja (© José Costa-Krämer, AAPT iz **Ref. 39**)

U stvari, kvantifikacija provodnosti pojavljuje se u svakom električnom spoju malog preseka. U takvim situacijama kvant rada podrazumeva da provodnost može da bude samo umnožak od $2e^2/h = (12\,906\,\Omega)^{-1}$. Možete li da potvrdite ovaj rezultat? (**Izazov 59e**). Treba zapaziti da električna provodnost može biti mala onoliko koliko se zahteva; jedino kvantifikovana električna provodnost ima najmanju vrednost $2e^2/h$.

Mnogi drugi izvedeni eksperimenti potvrđuju zapažanje koraka provodnosti. To nas primorava da zaključimo da u prirodi postoji **najmanji električni naboj**. Ovaj najmanji naboj ima istu vrednost kao naelektrisanje elektrona. Zaista, pokazalo se da su elektroni deo svakog atoma u konstrukciji koju ćemo

ubrzo da objasnimo. U metalima se veliki broj elektrona slobodno kreće; to je ono zbog čega metali tako dobro provode elektricitet i služe kao ogledala.

Ukratko, materija i elektricitet teku u malim merama. U zavisnosti od materijala koji teče, najmanje mere koje teku mogu biti “molekuli”, “atomi”, “joni” ili “elektroni”. Svaki od njih je **kvantna** čestica ili **kvanton**. Ukratko, kvant rada podrazumeva da je materija satavljena od kvantona. Kvantoni materije imaju iste osobine kao kamenje, ali se razlikuju od njih na mnogo načina. Kamen ima položaj i količinu kretanja, masu i ubrzanje, veličinu, oblik, sastav, usmerenost i moment količine kretanja i boju. Sada ćemo istražiti svaku od ovih osobina za kvantone i videti kako se one odnose prema kvantu rada.

KVANTONI MATERIJJE I NJIHOVO KRETANJE – TALASI MATERIJJE

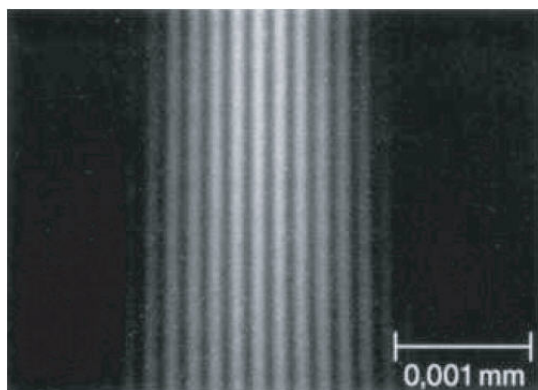
U godinama 1923. i 1924., poznati fizičar Luj de Brolj (Louis de Broglie) razmišljao je o posledicama kvanta rada na materijalne čestice. (**Ref. 40**). On je znao da u slučaju svetlosti kvant rada povezuje ponašanje svetlosti kao talasa i ponašanje kao čestice. Zaključio je da to treba da se odnosi i na materiju. Došao je na ideju da će se tokovi čestica materije sa istom količinom kretanja ponašati kao talasi, isto kao i tokovi svetlosnih kvantova. Zato je predvideo da, kao i za svetlost, protok koherentne materije treba da ima talasnu dužinu λ i ugaonu učestanost ω date sa

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad \text{i} \quad \omega = \frac{E}{\hbar} \quad (21)$$

pri čemu je p količina kretanja, a E energija pojedine čestice. Isto tako možemo da napišemo jednakosti

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} \quad \text{i} \quad E = \hbar \omega \quad (22)$$

Sve ove povezanosti iskazuju da se kvantoni materije ponašaju kao talasi.

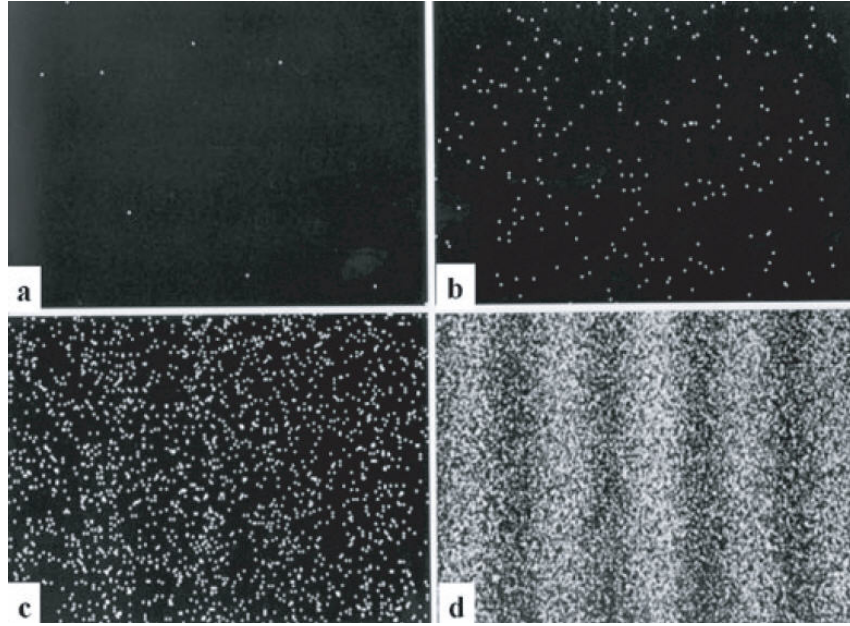


Slika 38 Zrak elektrona prelama se na višestrukom prorezu i nastaje interferencija. (© Claus Jönsson).

Ubrzo posle predviđanja de Brolja, eksperimenti su počeli da potvrđuju iskaz. Zaista je zapaženo da tokovi materije mogu da se prelamaju, odbijaju i da budu u interferenciji; zapažanja su se podudarala sa vrednostima koje je predvideo de Brolj. Zbog malih vrednosti talasnih dužina kvantona, bili su potrebni pažljivi eksperimenti da bi se otkrili ovi efekti. Ali, jedan po jedan, svi dokazi iz eksperimenata potvrdili su da se talasne osobine svetlosti ponavljaju i kod zraka materije. Na primer, isto kao što se svetlost prelama kada prolazi oko ivice ili kroz prorez, tako se i materija prelama u takvim situacijama. Ovo je tačno čak i za elektrone, najjednostavnije materijalne čestice, kao što je prikazano na **slici 38**. (**Ref. 41**). Ustvari, eksperiment sa elektronima je prilično težak. Prvi ga je izveo Klaus Jenson (Klaus Jönsson) 1961. godine u Tbingenu; godine 2002 ovaj eksperiment je izabran za najlepši od svih eksperimenata iz fizike. Nekoliko godina posle Jenson, eksperiment je ponovljen sa prilagođenim elektronskim mikroskopom, kao što je prikazano na **slici 39**.

Inspirisani interferometrom za svetlost, istraživači su započeli da grade interferometar za **materiju**. Interferometri za materiju korišćeni su u mnogo lepih eksperimenata, kao što ćemo da saznamo. (**Vol. V, strana 108**). U današnje vreme interferometri za materiju rade sa zracima elektrona, nukleona, jezgara, atoma, pa čak i sa velikim molekulima. (**Ref. 42**). Isto kao što su posmatranja interferencije svetlosti dokazali talasni karakter svetlosti (**Vol III, strana 80**), tako su interferencije uzoraka, zapažene pomoću zraka materije, dokazala talasni karakter materije. One su takođe potvrdile vrednost $\hbar$.

Kao i svetlost, materija je sastavljena od čestica; kao i svetlost materija se ponaša kao talas kada je obuhvaćen veliki broj čestica sa istom količinom kretanja. Međutim, iako se zrak velikih molekula ponaša kao talas, objekti iz svakodnevnog života – kao što je automobil na autoputu – to ne čine. Postoji nekoliko razloga za ovo. Prvo, za automobil na autoputu odnosna talasna dužina je izuzetno mala. Drugo, brzina automobila previše se menja. Treće, automobili mogu da se prebroje. Ukratko, zrak automobila istih brzina ne može da bude koherentan.



Slika 39 Oblikovanje tokom vremena slike interferencije elektrona, ovde su eksperimenti sa malom jačinom i dvostrukim prorezom: (a) sa 8 elektrona, (b) sa 270 elektrona, (c) sa 2000 elektrona i (d) sa 6000 elektrona, posle ekspozicije od 20 minuta. Poslednja slika odgovara situaciji sa **slike 38**, (© Tonomura Akira/Hitachi).

Ako se materija ponaša slično svetlosti, možemo izvesti čudne zaključke. Za svaki talas položaj i talasna dužina ne mogu istovremeno precizno da se odrede; neodređenost talasnog broja $k = 2\pi/\lambda$ i položaj X zadovoljavaju relaciju:

$$\Delta k \Delta X \geq \frac{1}{2} \quad (23)$$

Slično tome, za svaki talas ne mogu precizno da se odrede ni ugona učestanost $\omega = 2\pi f$ ni trenutak T njegove vršne amplitude. Njihova neodređenost je

$$\Delta \omega \Delta T \geq \frac{1}{2} \quad (24)$$

Ako iskoristimo de Brojijeve osobine materije (22) dobijamo

$$\Delta p \Delta X \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{i} \quad \Delta E \Delta T \geq \frac{\hbar}{2} \quad (25)$$

Ove poznate relacije nazivaju se **Hajzenbergove relacije neodređenosti**. Njih je otkrio Verner Hajzenberg (Werner Heisenberg) 1925. godine. One važe za sve kvantne čestice, bilo da su materijalne ili zračenje. Relacije neodređenosti iskazuju da ne postoji način da se u kvantnom sistemu precizno istovremeno odrede količina kretanja i položaj, kao ni da se precizno istovremeno odrede energija i starost. Što se pouzdanije zna jedna veličina, manje se pouzdano zna druga.¹ Kao rezultat toga, kvantonima materije - isto kao kamenju – može **uvek** da se odredi položaj, ali samo približno. S druge strane, videli smo da za fotone često ne može da se odredi položaj.

¹ Postoji poznata anegdota o Verneru Hajzenbergu. Policajac je zaustavio automobil kojeg je vozio Verner Hajzenberg. “Da li znate koliko ste brzo vozili?” “Ne, ali tačno znam gde se nalazim.”

Obe relacije neodređenosti bile su proverene eksperimentalno do velikih detalja. Svi eksperimenti su ih potvrdili. Zapravo, svaki eksperiment koji je dokazao da se materija ponaša kao talas potvrdila je relacije neodređenosti – i obrnuto.

Kada su dve promenljive veličine vezane relacijom neodređenosti, kaže se da su uzajamno **komplementarne**. Nils Bor je sistematski istraživao sve moguće takve parove. Možete takođe i vi to da uradite i sami. (*Izazov 60s*). Bor je je bio jako opčinjen postojanjem načela komplementarnosti, kao što je kasnije objašnjavao u filozofskim smernicama. U dobro poznatoj sceni, neko ga je jednom upitao koja je veličina komplementarna preciznosti. Bor je odgovorio “jasnoća”.

Mi smo zapazili da se uobičajeni, **stvarni**, kvantoni materije uvek kreću mnogo sporije od svetlosti. Zbog svojstvene nejasnosti kvantnog kretanja, nebi trebalo da nastane iznenađenje ako izuzeci postoje. Zaista, u nekim, izuzetno posebnim slučajevima, kvant rada dopušta postojanje čestica – takozvanih virtualnih čestica – koje se kreću brže od svetlosti i sa kojima ćemo se sresti kasnije. (*Strana 149*).

Ukratko, kvant rada znači da se kvantoni materije ne ponašaju kao tačkasto kamenje, već kao talas. Osim toga, isto kao za talas, za kvantone je nemoguće da se tačno odrede vrednost položaja i količine kretanja. Vrednosti su nejasne – položaj i količina kretanja su neodređeni. Što se preciznije zna jedna od ove dve veličine, manje se precizno zna druga.

MASA I UBRZANJE KVANTONA

Kvantoni materije, kao i kamenje, imaju masu. Zaista, ako ih pogodi pojedinačni elektron, atom ili molekul mogu da se otkriju, ukoliko se koristi osetljiva postavka za merenje. Isto tako, kvantoni mogu da se uspore ili ubrzaju. Neke od takvih eksperimenata već smo istraživali u odeljku o elektrodinamici. (*Vol. III, strana 28*). Međutim, kvantoni se ponašaju drugačije od šljunka. Korišćenjem relacije neodređenosti za vreme-energiju, možete zaključiti da je (*Izazov 61s*)

$$a \leq \frac{2mc^3}{\hbar} \quad (26)$$

Prema tome, postoji maksimalno ubrzanje za kvantone.¹ U stvari, nije opaženo da bilo koja čestica ima veće ubrzanje od ove vrednosti. (*Ref. 43*) Zapravo, nije opaženo da bilo koja čestica bilo gde ima ubrzanje **blizu** ove vrednosti. Kvant rada prema tome onemogućava stanje mirovanja, ali isto tako ograničava ubrzanje.

ZAŠTO ATOMI NISU RAVNI? ZAŠTO POSTOJE OBLICI?

Kvant rada određuje sve veličine u prirodi. Posebno, on određuje sve oblike. Počnimo da istražujemo ovu temu.

Eksperimenti pokazuju da svi složeni kvantoni, kao što su atomi ili molekuli, imaju strukturu konačne veličine i često komplikovanog oblika. Veličina i oblik svakog složenog kvantona je usled kretanja njegovih sastavnih delova. Kretanje sastavnih delova je usled kvanta rada; ali kako se oni kreću?

Žan Perin (Jean Perrin) je 1901. godine, a nezavisno Nagaoka Hantaro 1904. godine, predložili su da su atomi mali “sunčani sistemi”. (*Ref. 44*). Nils Bor je iskoristio ovu ideju, kombinujući je sa kvantom rada i našao da bi on mogao da predvidi veličinu i boju atoma vodonika, dve osobine koje se nisu još uvek dobro shvaćene. (*Ref. 45*). Mi ćemo u daljem tekstu izvršiti proračune. (*Strana 140*). Još je Bor znao da proračuni nisu shvaćeni u potpunosti, jer izgleda da je pretpostavljeno da su atomi vodonika pljosnati, kao što je sunčev sistem. Međutim, pre svega, opaženo je da su atomi loptastog oblika. Drugo, pljosnat oblik bi bio u suprotnosti sa kvantom rada. (*Izazov 63e*). Ustvari, kvant rada podrazumeva da je kretanje sastavnih delova kvantova nejasno. Prema tome, svi složeni kvantoni, kao što su atomi ili molekuli moraju biti oblaci sastavljeni od njihovih sastavnih delova.

¹ Zapazićemo da se ovo ubrzanje razlikuje od granice ubrzanja usled opšte teorije relativnosti

$$a \leq \frac{c^4}{4Gm} \quad (27)$$

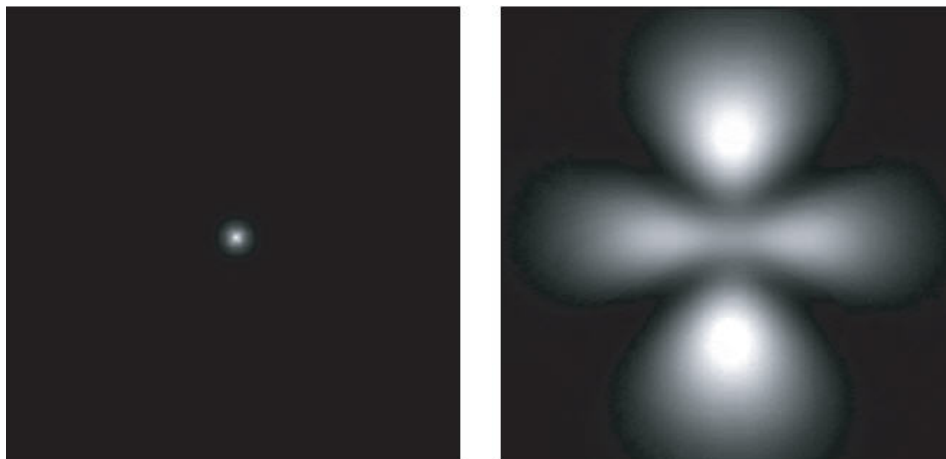
Posebno, kvantna granica (26) primenjuje se na mikroskopske čestice, dok se granica iz opšte teorije relativnosti primenjuje na makroskopske sisteme. Možete li da potvrdite da je u obe oblasti relevantna granica manja od dva.? (*Izazov 62e*)

Ukratko, kvant rada predviđa:

- Atomi su oblaci loptastog oblika.

Eksperimenti i teorija potvrđuju da je oblik svakog atoma posledica oblaka, ili verovatnoće raspodele njegovih lakših sastavnih delova, odnosno elektrona. Kvant rada prema tome izražava da atomi ili molekuli nisu tvrde lopte, kako su verovali Demokrit ili Dalton, već su to oblaci. Materija je sastavljena od oblaka.

Oblak elektrona atoma nije beskonačno tvrd, već se može u izvesnom stepenu prodreti u nega ili izobličiti. Oblast u kojoj se ova izobličenja pojavljuju naziva se hemijska **veza**. Veze dovode do molekula.



Slika 40 Verovatnoća oblaka: atom vodonika u svom osnovnom loptastom stanju (levo) i u pobuđenom stanju različitom od lopte (desno) kako ga vidi posmatrač koji se kreće oko njega (QuickTime film napravljen sa paketom softvera Dina Daugera (Dean Dauger) “Atom u kutiji” dostupan na veb strani daugerresearch.com).

Budući da su sastavljeni od atoma, molekuli su sastavljeni od (deformisanih) loptastih oblaka. Veze takođe dovode do tečnosti, čvrstih tela, cveća i ljudi. Detaljna istraživanja objašnjavaju da svi oblici, od najjednostavnijih molekula do oblika ljudskih bića nastaju usled interakcija između elektrona i jezgara atoma od kojih su sastavljeni. U današnje vreme oblici molekula mogu da se proračunaju do velike preciznosti. Mali molekuli, kao što je voda, imaju oblike koji su prilično kruti, premda u nekoj meri imaju neki stepen elastičnosti. Veliki molekuli, kao što su polimeri ili peptidi, imaju promenljive oblike. Ove promene oblika su odlučujuće za njihova delovanja unutar ćelija i stoga za naš opstanak. Veliki deo biofizičkih i biohemijskih istraživanja je otkrivanje efekata molekularnih oblika.

Ukratko, kvant rada podrazumeva da oblici postoje – i da su promenljivi. Na primer, ako je dugačak molekul vezan na oba svoja kraja, on između njih ne može da ostane u stanju mirovanja. U današnje vreme takvi eksperimenti se lako izvode, na primer sa DNK. Ustvari, svi eksperimenti potvrđuju da kvant rada onemogućava stanje mirovanja, da je uzrok veličine i oblika i da omogućava hemiju i život.

U prirodi sve veličine i oblici nastali su usled kvanta rada. Zatim, svaki makroskopski predmet i svaki kvantni predmet koji nemaju loptasti oblik mogu da se obrću. Prema tome, mi ćemo istražiti šta kvant rada kaže u vezi obrtanja.

OBRTANJE, KVANTIFIKACIJA MOMENTA KOLIČINE KRETANJA I ODSUSTVO SEVERNIH POLOVA

Tristo e quel discepolo che non avanza il suo maestro.

Leonardo da Vinči (Leonardo da Vinci)¹

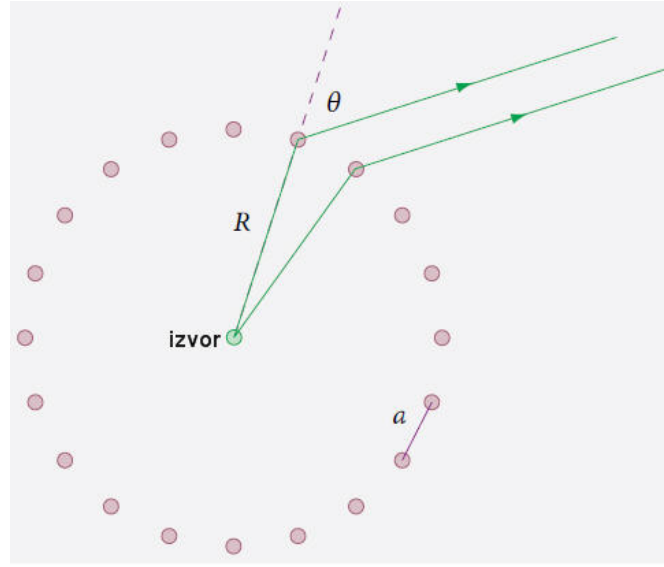
U svakodnevnom životu obrtanje je čest oblik kretanja. Točkovi su svuda oko nas. Pokazalo se da kvant rada ima važne posledice na obrtna kretanja. Pre svega, zapazimo da rad i moment količine kretanja imaju iste fizičke dimenzije, oba se mere u Js ili Nms. Potrebno je samo malo razmišljanja da bi se pokazalo da ako materija ili zračenje imaju moment količine kretanja i talasnu dužinu povezane sa kvantom rada, da je

¹ “Žalostan je onaj učenik koji ne nadmaši svog učitelja”, Leonardo da Vinči. Ova izteka iz jedne od njegovih beležnica, *Codice Forster III*, uklesana je velikim slovima u hemijskoj auli Univerziteta u Rimu *La Sapienza*.

moment količine kretanja određen umnoškom kvanta rada. Ovaj lep dokaz dali su Diki (Dicke) i Vitke (Wittke). (**Ref. 46**).

Zamislite ogradu u obliku kružnice, načinjenu od N uspravnih čeličnih šipki udaljenih za $a = 2\pi R/N$, kao što je prikazano na **slici 41**. U središtu kružne ograde zamislite izvor materije ili zračenja koji može da emituje čestice prema ogradi u svakom smeru po želji. Linearna količina kretanja takve čestice je $p = \hbar k = 2\pi\hbar/\lambda$. U prerezu na ogradi talasi će biti ometani. Izvan ograde smer kretanja čestice određen je uslovima pozitivne interferencije. Drugim rečima, ugao θ , koji opisuje smer kretanja izvan ograde, dat je preko funkcije $\sin\theta = M\lambda$, gde je M celi broj. Preko skretanja usled procesa interferencije, oграда dobija linearnu količinu kretanja $p \sin\theta$, ili moment količine kretanja $L = pR\sin\theta$. (**Izazov 64e**). Kombinovanjem svih ovih izraza, nalazimo da je moment količine kretanja prenet na ogradu

$$L = NM\hbar \quad (28)$$



Slika 41 Kvantifikacija momenta količine kretanja

Drugim rečima, moment količine kretanja ograde celobrojni je umnožak $\hbar$. Ograde mogu da imaju samo celobrojni sopstveni moment količine kretanja (u jedinicama kao $\hbar$). Uopštavanje ovog dokaza na sva tela takođe je tačno. (Naravno, ovaj poslednji iskaz je samo nagoveštaj, ne i dokaz.)

➤ Izmeren unutrašnji moment količine kretanja tela uvek je umnožak $\hbar$.

Kvantna teorija prema tome iskazuje da se svaki moment količina kretanja povećava u koracima. Moment količine kretanja je kvantifikovan. Ovaj rezultat je potvrđen u svim eksperimentima. Ali obrtanje ima više interesantnih aspekata. Zahvaljujući kvantu rada, baš kao što je linearna količina kretanja neodređena, isto tako je neodređen i moment količine kretanja. Postoji relacija neodređenosti za moment količine kretanja L . (**Ref. 47**). Komplementarna promenljiva je ugao faze φ obrtanja. (**Ref. 48**). Relacija neodređenosti može da se izrazi na više načina. Najjednostavniji je približnost – i prema tome nije tačan izraz (**strana 40**)

$$\Delta L \Delta \varphi \geq \frac{\hbar}{2} \quad (29)$$

Ovo je očigledno približnost: relacija važi samo za velike momente količine kretanja. I svakom slučaju, izraz nam kazuje da se obrtanje ponaša slično pravolinijskom kretanju. Izraz nebi mogao da važi za male momente količine kretanja, pošto $\Delta\varphi$ po definiciji ne može da raste preko 2π . Osim toga, sopstveno stanje momenta količine kretanja ima $\Delta L = 0$.¹

¹ Tačan izraz za relaciju neodređenosti momenta količine kretanje je

$$\Delta L \Delta \varphi \geq \frac{\hbar}{2} |1 - 2\pi P(\pi)| \quad (30)$$

gde je $P(\pi)$ normalizovana verovatnoća da ugaoni položaj ima vrednost π . Za sopstveno stanje količine obrtnog kretanja ima se $\Delta\varphi = \pi/\sqrt{3}$ i $P(\pi) = 1/2\pi$. Ovaj tačan izraz proveren je i potvrđen eksperimentalno. (**Ref. 49**).

Neodređenost momenta količine kretanja pojavljuje se kod svih makroskopskih tela. Možemo reći da se neodređenost pojavljuje u svim slučajevima kada može da se izmeri ugao faza sistema.

Kvantifikacija i neodređenost momenta količine kretanja ima važne posledice. Govoreći klasičnim jezikom, polovi Zemlje imaju mesta koja se ne pomeraju kada ih posmatra posmatrač koji se ne obrće. Prema tome, na svim takvim mestima materija bi imala određen položaj i određenu količinu kretanja. Međutim, kvant rada to zabranjuje. Ne može da postoji Severni pol Zemlje. Još preciznije, ideja o neizmenljivoj osi obrtanja samo je približnost, ali nije valjana uopšteno. Ovo se posebno odnosi na obrtanje kvantnih čestica.

OBRTANJE KVANTONA

Uticaj kvanta rada na obrtanje mikroskopskih čestica, kao što su atomi, molekuli i jezgra, posebno je zanimljiv. Ponovo zapažamo da rad i količina obrtnog kretanja imaju istu dimenziju. Preciznost sa kojom moment količine kretanja može da se izmeri zavisi od preciznosti ugla obrtanja. Međutim, ako se obrće **mikroskopska** čestica ovo obrtanje bi moglo da se ne primećuje: situacija je u temeljnoj suprotnosti od slučaja **makroskopskih** predmeta. Eksperimenti zaista potvrđuju da mnoge mikroskopske čestice imaju uglove obrtanja koji ne mogu da se opažaju. Na primer, u mnogim (ali ne u svim) slučajima atomsko jezgro koje se obrće za polovinu obrtaja ne može da se razlikuje od jezgra koje se ne obrće. Ako mikroskopska čestica ima **najmanji** neopažen ugao obrtanja, kvant rada podrazumeva da moment količine kretanja takve čestice **ne može** biti nula. Mora uvek da se obrće. Prema tome, potrebno je da proverimo za svaku česticu koji je najmanji neopažen ugao obrtanja. Fizičari su u eksperimentima proverili sve čestice u prirodi, i našli da su najmanji uglovi koji se ne mogu zapaziti (u zavisnosti od vrste čestice): 0 , 4π , 2π , $4\pi/3$, π , $4\pi/5$, $2\pi/3$ itd.

Uzmimo jedan primer. Izvesno jezgro ima najmanji neopažen ugao obrtanja polovinu obrtaja. To je slučaj za izduženo jezgro (slično lopti za ragbi) koje se obrće oko svoje kraće ose, kao što je jezgro ^{23}Na . U takvom slučaju oba najveća ugla obrtanja koja se opažaju i neodređenost su stoga **četvrtina** obrtaja. Pošto je promena, ili rad, nastalo usled obrtanja, broj obrtaja pomnožen momentom količine kretanja, nalazimo da je moment količine kretanja ovog jezgra $2\hbar$.

Kao uopšteni rezultat, zaključujemo iz vrednosti najmanjeg opaženog ugla da moment količine kretanja mikroskopske čestice može biti: 0 , $\hbar/2$, $\hbar$, $3\hbar/2$, $2\hbar$, $5\hbar/2$, $3\hbar$ itd. Drugim rečima, sopstven moment količine kretanja čestice, koji se obično naziva **spin**, celobrojni je umnožak $\hbar/2$. Spin opisuje kako se čestica ponaša pri obrtanju.

Kako čestica može da se obrće? U ovom trenutku još uvek ne znamo kako da **oslikamo** obrtanje. Ali možemo da ga osetimo – samo kada pokažemo da je svetlost načinjena od objekata koji se obrću: svaka materija, uključujući i elektrone, može da se **polarizuje**. To je jasno pokazano u čuvenom Stern-Gerlach eksperimentu.

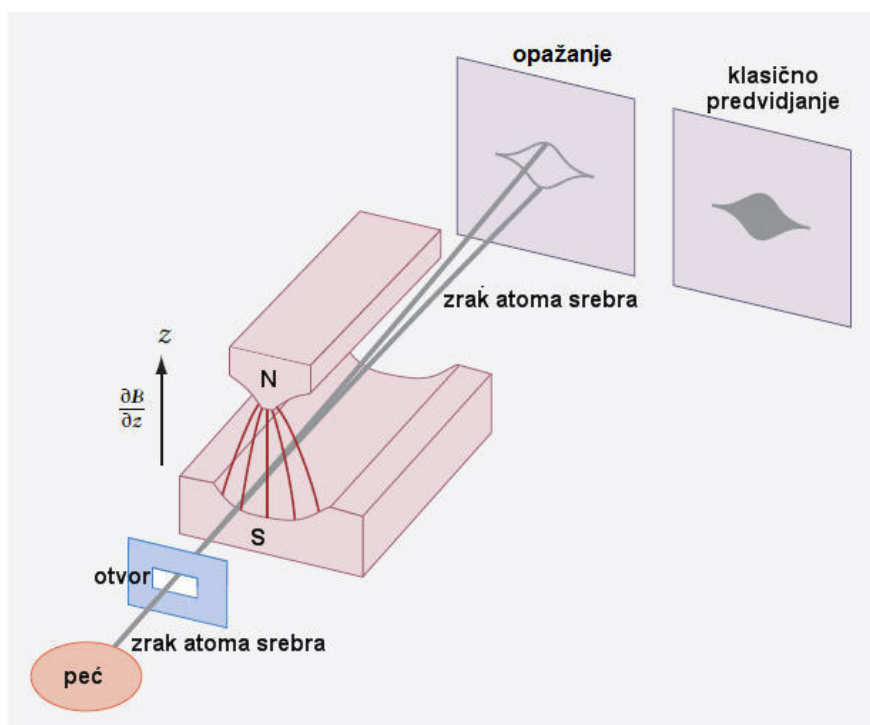
SREBRO, ŠTERN I GERLAH – POLARIZACIJA KVANTONA

Posle godina teškog rada, Oto Štern (Otto Stern) i Valter Gerlah (Walter Gerlach)¹ izveli su 1922. godine lep eksperiment istražujući polarizaciju kvantona materije. Oni su znali da nehomogena magnetna polja deluju kao polarizatori na čestice koje se obrću. Čestice koje se obrću prisutne su u svakom atomu. Prema tome, oni su pustili zrak atoma srebra, dobijen isparavanjem u peći, da prođe kroz nehomogeno magnetno polje. Pronašli su da se zrak cepa na **dva posebna** zraka, kao što je prikazano na **slici 42. (Ref. 50)**. Nijedan atom nije napustio magnetno polje u srednjem smeru. Ovo je u potpunoj suprotnosti od onoga što se očekuje u klasičnoj fizici.

Cepanje na dva zraka sopstvena je osobina atoma srebra; danas znamo da je to zbog njihovog spina. Atomi srebra imaju spin $\hbar/2$, a u zavisnosti od njihove orijentacije u prostoru oni skreću ili u smeru nehomogenosti polja ili nasuprot njoj. Cepanje zraka je čist kvantni efekat: ne postoji srednja mogućnost. Zapravo, eksperiment Štern-Gerlach jasno dokazuje jednu demonstraciju da klasična fizika ne radi dobro u mikroskopskoj oblasti. Ovaj rezultat izgledao je jako čudno 1922. godine i proučavan je detaljno širom sveta.

¹ Oto Štern (Otto Stern, 1888–1969) i Valter Gerlach (Walther Gerlach, 1889–1979) radili su zajedno na Univerzitetu u Frankfurtu. Za uzastopna merenja anomalija magnetnog momenta, Štern je dobio 1943. godine Nobelovu nagradu za fiziku, pošto je predhodno morao da pobjegne iz Nemačke zbog nacionalsocijalizma.

Kada jedan od dva zraka – recimo “gornji” zrak – prođe kroz drugu postavku, svi atomi završavaju u “gornjem” zraku. Drugi moguć izlaz, “donji” zrak, ostaje neiskorišćen u tom slučaju. Drugim rečima, gornji i donji zrak, u suprotnosti od prvobitnog zraka, ne mogu da se dalje cepaju. Ovo nije iznenađujuće.



Slika 42 Eksperiment Štern-Gerlah

Ali ako se druga postavka zaokrene za $\pi/2$ u odnosu na prvu postavku eksperimenta, opet će se stvoriti dva zraka – “levi” i “desni” – i neće biti važno da li ulazni zrak dolazi direktno iz peći ili iz “gornjeg” dela zraka. Delimično zaokrenuta postavka daje delimičnu, neujednačenu podelu. Odnosi dva krajnja zraka zavise od ugla zakretanja druge postavke eksperimenta.

Direktno opažamo da ako prvo racepimo zrak iz peći vertikalno, a zatim horizontalno, da dobijamo različite rezultate od cepanja zraka u suprotnom redosledu. (*Izazov 65e*). Proces cepanja nije zamenjiv. Kada redosled dve operacije napravi razliku u neto rezultatu, fizičari kažu da su **nekomutativni** (nisu zamenljivi). Pošto su sva merenja takođe fizički procesi, zaključujemo da uglavnom merenja i procesi u kvantnim sistemima nisu zamenljivi.

Cepanje zraka zavisi od smera. Zrak materije ponaša se na isti način kao polarizovani zruci svetlosti. U stvari, nehomogeno magnetno polje deluje na materiju na sličan način kao što polarizator deluje na svetlost. Gornji i donji zrak, uzeti zajedno, određuju smer polarizacije. U stvari, smer polarizacije može da se obrne, iu pomoć **homogenog** magnetnog polja. A obrtni zrak u neobrotnom magnetu ponaša se kao neobrotni zrak u obrtnom magnetu.

Ukratko, kvantoni materije mogu da se polarizuju. Možemo prikazati polarizaciju kao usmerenje unutrašnje ose obrtanja kvantona sa masom. Da bismo bili dosledni, ose obrtanja moraju da se zamisle da precesiraju oko smera polarizacije. Prema tome, kvantne čestice sa masom nalikuju fotonima takođe i prema osobini polarizacije.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O KVANTU MATERIJE

Moguće je da se hoda dok se čita, ali ne i da se čita dok se hoda.

Serž Paho (Serge Pahaut)

Kvant rada podrazumeva da u prirodi **ne postoje fraktali**. Sve je sastavljeno od čestica. A čestice su oblaci. Kvantna teorija zahteva da svi oblici u prirodi budu “nejasni” oblaci

* * *

Mogu li atomi da se obrću? Može li atom koji padne na pod da se kotrlja ispod stola? Odgovor je “ne” na sva takva pitanja, pošto je moment količine kretanja kvantifikovan; osim toga, atomi nisu čvrsti predmeti,

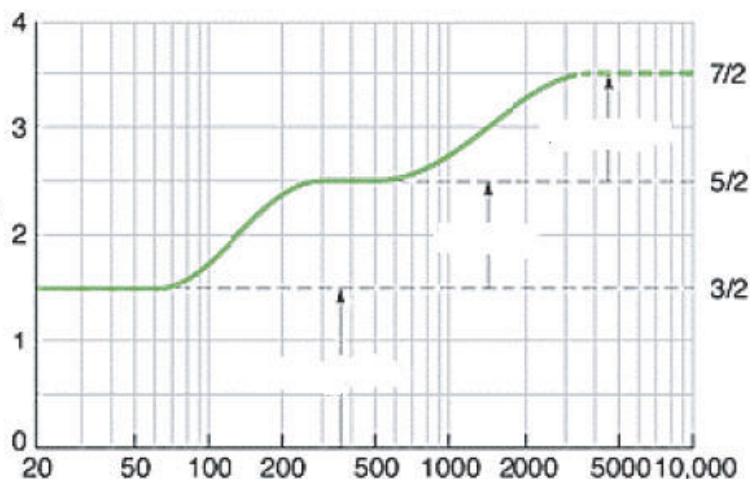
već oblaci. (Ref. 51). Makroskopski slučaj predmeta koji se obrće sve sporije i sporije sve dok se ne zaustavi, ne postoji u mikroskopskom svetu. Kvant rada to ne dozvoljava.

* * *

Svetlost se prelama kada uđe u materiju veće gustine. Da li se i talasi materije ponašaju na sličan način. Da, to se događa. Godine 1995. Dejvid Pričard (David Pritchard) pokazao je ovo za talase natrijuma kada uđu u gas helijuma i ksenona. (Ref. 52).

* * *

Većina kvantnih efekata daju krive koje pokazuju stepenice. Važan primer je molarna toplota gasa vodonika H_2 , prikazana na slici 43. Pri povećavanju temperature od 20 K do 8000 K molarna temperatura pokazuje dve stepenice, prvu na $3R/2$ do $5R/2$, a potom do $7R/2$. Možete li da objasnite razlog



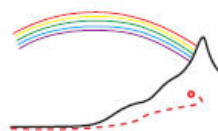
Slika 43 Idealizovana kriva toplotnog kapaciteta nadtemperature vodonika.

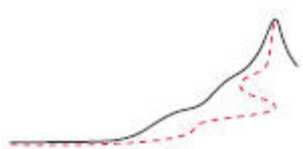
* * *

Većina do sada datih primera kvantnih kretanja posledica su elektromagnetnih efekata. Možete li prosuditi da li se kvant rada mora takođe primenjivati na nuklearna kretanja, a posebno na nuklearne interakcije? (Izazov 66s)

PRVI ZAKLJUČAK O KRETANJU KVANTNIH ČESTICA

Ukratko, “digitalno” cepanje zraka viđeno u eksperimentu Štern-Gerlah i talasne osobine materije primoravaju nas da ponovo razmislimo o našem opisu kretanja. To pokazuje da mikroskopska kretanja materije slede iz kvanta rada, najmanje vrednosti rada koja se može zapaziti. U specijalnoj teoriji relativnosti maksimalna sila nas obavezuje da uvedemo pojam horizonta i zakrivljenosti, a zatim da ponovo poboljšamo naš opis kretanja. Na ovom mestu, postojanje kvanta rada i talasno ponašanje materije primoravaju nas da načinimo dva slična koraka: da uvedemo prvo pojam talasne funkcije, a zatim da poboljšamo naš opis kretanja materije.





Poglavlje 4

KVANTNI OPIS MATERIJE I NJENOG KRETANJA

*Die Quanten sind doch eine hoffnungslose Schweinerei!*¹

Maks Born (Max Born) (**Ref. 53**)

U svakodnevnom životu i u klasičnoj fizici mi govorimo da sistem **ima** položaj, da **je usmeren** u izvesnom smeru, da **ima** osu obrtanja i da **je u stanju** sa određenom količinom kretanja. U klasičnoj fizici možemo da govorimo na ovaj način pošto je **stanje** – situacija sistema “jeste” i da osobine sistem “ima” – u saglasnosti sa **rezultatima merenja**. To je u saglasnosti, pošto može uvek da se zamisli da merenja imaju zanemarljiv uticaj na sistem.

Međutim, usled postojanja najmanje vrednosti rada, interakcija potrebna za izvođenje merenja u sistemu **ne može** da bude proizvoljno mala. Prema tome, kvant rada onemogućava nas da neprestano govorimo da sistem **ima** količinu kretanja, da **ima** položaj i da **ima** osu obrtanja. Kvant rada nas primorava da koristimo ideju obrtnih strelica i da uvedemo pojam **talasne funkcije** ili **funkcije stanja**. Pogledajmo kako.

STANJA I MERENJA

Eksperiment Štern-Gerlah (**strana 67**) pokazuje da izmerene vrednosti usmerenja spina nisu suštinske, već rezultat procesa merenja (u ovom slučaju iz interakcije sa primenjenim magnetnim nehomogenim poljem). To je u suprotnosti sa veličinom spina, koja je suštinska i nezavisna od stanja i merenja. Ukratko, kvant rada prisiljava nas da pažljivo napravimo razliku tri pojma

- stanja sistema
- postupka merenja i
- i rezultata ili ishoda merenja.

Nasuprot klasičnom, svakodnevnom slučaju, stanje kvantnog sistema (osobine sistema “ima”) nije opisano u ishodima merenja. Najprostiji prikaz ove razlike je sistem kojeg čini usamljena čestica u Štern-Gerlahovom eksperimentu. Eksperiment pokazuje da merenja stanja spina opštih čestica (iz peći) ponekad daje “gornji” (recimo +1), a ponekad daje “donji” (recimo -1) rezultat. Tako opšti atomi, u stanju u peći nemaju suštinsku orijentaciju. Tek **posle** merenja, atom je ili u “gornjem” ili je u “donjem” stanju.

Isto tako je ustanovljeno da uvođenje stanja “gore” u drugi aparat za merenje daje samo stanja “gore”: prema tome određena posebna stanja, nazvana **karakteristična stanja**, ostaju nepromenjena u toku merenja.

Konačno, eksperiment Štern-Gerlah i njegove varijante pokazuju da se stanja mogu zaokrenuti primenjenim poljem: stanja atoma imaju i smer i usmerenje u prostoru. Eksperimenti takođe pokazuju da se stanje obrće kada se atom kreće kroz prostor.

Opažanja u eksperimentu mogu da se opišu na jednostavan način. Pošto su merenja postupci koji imaju stanje kao ulaz i proizvode stanje kao ishod i rezultat merenja, možemo reći:

- **Stanja** su opisana obrtnim strelicama ili obrtnim vektorima.
- **Merenja** posmatranih veličina su operacije nad vektorima stanja.
- **Rezultati merenja** su realni brojevi, a zavise obično od posmatrača, isto kao i u klasičnoj fizici.

Osim toga, mi smo razlikovali dve veličine koje se u klasičnoj fizici nisu razlikovale: stanja i rezultate merenja. S obzirom na ovo razlikovanje, kvantna teorija odvija se veoma jednostavno, kao što ćemo videti.

¹ “Kvantovi su ipak beznadežna svinjarija”

Obzirom da kvant rada nije beskrajno mali, svako merenje neke posmatrane veličine je interakcija sa sistemom, pa prema tome menja njegovo stanje. Prena tome, kvantna fizika opisuje fizička opažanja kao operatore, ili kao transformacije. Eksperiment Štern-Gerlah pokazuje ovo jasno: interakcija sa poljem utiče na atome, na neke na jedan način, na neke na drugi način. Ustvari, to pokazuju svi eksperimenti.

- Matematički, stanja su **kompleksni vektori**, ili obrtne strelice, u nekom apstraktnom prostoru. Ovaj prostor sa svim mogućim stanjima strela je **Hilbertov prostor**. (**Strana 183**).
- Matematički, merenja su linearne transformacije, još preciznije rečeno, ona su opisana samopridruženim, ili **ermitskim operatorima** (ili matricama).
- Matematički, **promena tačke posmatranja** opisana je **jediničnim operatorima** (ili matricama) koje utiču na stanja, ili strelice, i na operatore merenja.

Kvantno-mehanički eksperimenti isto tako pokazuju da merenje nekog opažanja može da bude samo rezultat koji je **karakteristična vrednost** odgovarajuće transformacije. Stanja koja su nastala posle merenja, ona posebna stanja na koja se nije uticalo prilikom merenja odgovarajuće promenljive, jesu **karakteristični vektori**. Ukratko, svaki stručnjak za kretanje mora da zna šta je karakteristična vrednost i šta je karakteristični vektor.

Za svaku linearnu transformaciju T , oni posebni vektori ψ koji se transformišu u svoje umnoške

$$T\psi = \lambda\psi \quad (31)$$

nazivaju se **karakteristični vektori** (ili **karakteristična stanja**) a sačinilac množenja λ naziva se pridružena **karakteristična vrednost**. Eksperimenti pokazuju:

- Stanje sistema posle merenja dato je karakterističnim vektorom koji odgovara izmerenoj karakterističnoj vrednosti.

U eksperimentu Štern-Gerlah, karakteristična stanja su “gornje” i “donje” stanje. Uopšteno, karakteristična stanja si takva stanja koja se ne menjaju kada se mere odgovarajuće promenljive. Karakteristična stanja ermitskih operatora uvek su realna, tako da je osigurana doslednost: svi rezultati merenja su realni brojevi.

Ukratko, kvant rada obavezuje nas da razlikujemo pojmove koji su u klasičnoj fizici izmešani: **stanje** sistema, **merenje** u sistemu i **rezultati merenja**. Kvant rada nas prisiljava da promenimo rečnik kojim opisujemo prirodu i obavezuje da koristimo mnogo pojmova koji prave razliku. Sada sledi glavni korak: opis kretanja iz pomoć takvih pojmova. To je ono što se obično naziva “Kvantna teorija”

PREDSTAVLJANJE TALASNE FUNKCIJE: OBRTNE STRELICE I OBLACI VEROVATNOĆE

Već smo opisali stanje kvantona pomoću strelice. Ustvari, to je samo približnost za određivanje položaja kvantona. Ili preciznije:

- Stanje kvantne čestice opisano je prostornom raspodelom strelica, takozvane **talasne funkcije**.

Za ostvarenje vizualnog prikaza talasne funkcije, prvo ćemo da zamislimo kvantnu česticu čiji je položaj određen što je moguće preciznije. U tom slučaju talasna funkcija za slobodni kvanton može da se opiše jednostavno pomoću jedne obrtne strelice.

Eksperimenti pokazuju da kada locirani kvanton putuje kroz prostor, pridružena strelica se obrće. Ukoliko je čestica nerelativistička i ako može da se zanemari spin, obrtanje se dešava u ravni koja je upravna na pravac kretanja. Kraj strelice tada iscrtava **helikoidu** oko pravca kretanja. U takvom slučaju, stanje u određenom trenutku opisano je uglom strele. Ovaj ugao je **faza kvanta**. Faza kvanta je odgovorna za talasnu osobinu materije, kao što ćemo videti. Talasna dužina i učestanost helikoide određena je količinom kretanja i kinetičkom energijom čestice.

Ako položaj čestice **nije određen** – ali je još uvek nerelativistička sa zanemarljivim spinom – stanje, ili talasna funkcija, određuje obrtna strelica u **svakoj tački prostora**. Obrtanje se još uvek dešava u ravni koja je upravna na pravac kretanja. Međutim, sada se ima raspodela strelica koje sve iscrtavaju helikoide paralelne sa smerom kretanja. U svakoj tački u prostoru i vremenu, stanje ima fazu kvanta i dužinu strelice. Dužine strelica se povećavaju u pravcu beskonačnosti prostora.

Slika 44 prikazuje razvoj talasne funkcije za nerelativističke čestice sa zanemarljivim efektom spina. Smer strelice u svakoj tački prikazan je bojom u određenoj tački. Dužina strelice je prikazana nijansom boje. Za nerelativističke čestice, sa zanemarljivim efektom spina, talasna funkcija $\psi(t, x)$ je stoga opisana pomoću dužine i faze: to je kompleksan broj za svaku tačku prostora. (**Strana 174**). Faza je suštinska za interferenciju i mnoge druge efekte talasa. Koja merljiva svojstva opisuju amplitudu, dužinu lokalne strelice? Odgovor je dao čuveni fizičar Maks Born:

- Amplituda talasne funkcije je verovatnoća amplitude. Kvadrat amplitude, to jest veličina $|\psi(t, x)|^2$ određuje verovatnoću da se čestica nađe na mestu x u vremenu t .

Drugačije rečeno, talasna funkcija je kombinacija dve ideje. S jedne strane, talasna funkcija je **oblak**. S druge strane, u svakoj tački oblaka može da se zamisli strelica. Strelice se obrću u vremenu i oblak menja oblik. Talasna funkcija je oblak strelica koje se obrću. Kasnije ćemo pojasniti situaciju.

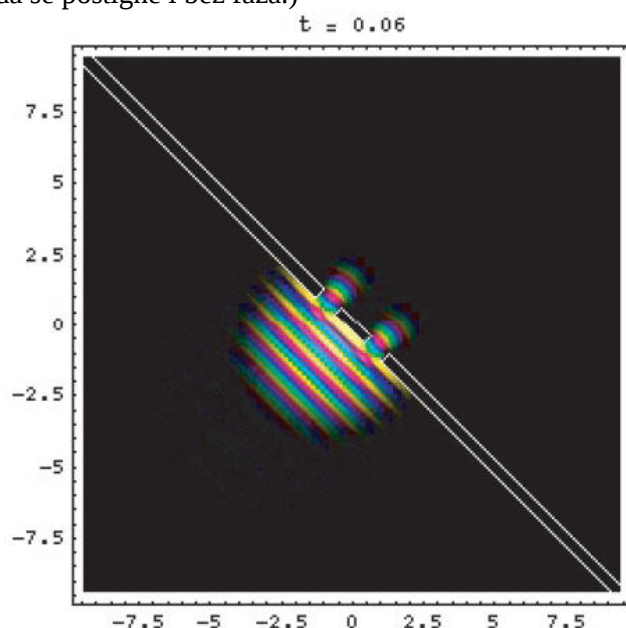
- U svakom procesu u kojem nije važna faza talasne funkcije, slika oblaka kao talasne funkcije je dovoljna i tačna.

Na primer, kretanje atoma ili molekula u gasovima i tečnostima može da se zamisli kao kretanje predmeta u obliku oblaka. Potrebno je da se naglasi da su oblaci o kojima se radi dosta čvrsti: potrebno je mnogo energije da i se oblaci atoma izobličili. Čvrstina tipičnog kristala direktno je u vezi sa čvrstinom oblaka atoma koji se nalaze u njemu. Atomi su izuzetno kruti, ili tvrdi oblaci.

S jedne strane

- U svakom procesu u kojem faza talasne funkcije ima ulogu, slika oblaka talasne funkcije treba da se proširi sa strelicom u svakoj tački.

Ovo važi za slučaj procesa interferencije kvantona, ali takođe i za precizan opis hemijskih veza. (Ustvari, približan opis veza može da se postigne i bez faza.)



Slika 44 Kretanje talasne funkcije, kvantno stanje, kroz dvostruki prorez, pokazuje kako osobinu materije sastavljene od čestica, tako i talasnu osobinu. Gustina stanja koja je povezana sa dužinom strelice, prikazana je sjajem, a lokalna faza je skrivena u boji. (QuickTime film © Bernd Thaller, dostupno na veb strani vqm.uni-graz.at/german/wurfparabel2.html)

Predavači često razmatraju koji je najbolji način da se objasni talasna funkcija. Neki predavači radije koriste samo model oblaka, drugi radije nebi koristili bilo koju vizualizaciju. Oba pristupa su moguća; ali najkorisniji i od najveće pomoći je pristup da se zamisli stanje ili talasna funkcija **nerelativističke** kvantne čestice kao strelica u svakoj tački u prostoru. Učestanost obrtanja skupa strelica je **kinetička energija** čestica – ili prosečne strelice – putanje tokom kretanja – je **količina kretanja** kvantne čestice.

Strelica u svakoj tački prostora je (matematičko) polje. Polje je koncentrisano u oblasti gde se nalaze čestice, a amplituda polja je u vezi sa verovatnoćom da se čestice pronađu. Prema tome, stanje polja, talasna funkcija ili funkcija stanja je **oblak strelica**.

Treba zapaziti da iako takasna funkcija može da se posmatra kao određena strelica u svakoj tački prostora, talasna funkcija u celosti može da se opiše kao jedan sam vektor, ovog puta u Hilbertovom prostoru. (**Strana 183**). Za slobodne čestice, to jest čestice koje nisu pod uticajem spoljnih sila, Hilbertov prostor ima beskonačno mnogo dimenzija! Uprkos tome, nisu teška izračunavanja u takvom prostoru. Skalarni proizvod dve talasne funkcije je prostorni integral proizvoda kompleksno konjugovane prve funkcije i (nekonjugovane) druge funkcije. Pomoću ove odrednice, svi pojmovi vektora (jedinичni vektori, nulti vektori, osnovni vektori itd) mogu se smisleno primeniti na talasne funkcije. (**Izazov 67e**).

Ukratko, za nerelativističke čestice bez efekta spina, **stanje ili talasna funkcija kvantne čestice je oblak ili raspoređen talas obrtnih strelica**. Ovakav vid kvantnog oblaka je neobičan. Pošto je oblak načinjem od malih strelica, svaka tačka u oblaku opisuje lokalna gustina i lokalno usmerenje. Ova poslednja osobina ne pojavljuje se ni u jednom oblaku iz svakodnevnog života.

Tokom više decenija prećutno je pretpostavljano da talasna funkcija ne može da se vizuelno predstavi drugačije osim pomoću oblaka obrtnih strelica. Tek su poslednje godine pokazale da postoje i druge vizualizacije takvog kvantnog oblaka; jedna takva moguća vizualizacija je predstavljena u poslednjem delu ove serije knjiga. (**Vol. VI, strana 135**).

RAZVOJ STANJA – ŠREDINGEROVA JEDNAKOST

Opis stanja nerelativističke čestice sa zanemarljivim efektom spina kao oblaka obrtnih strelica u potpunosti određuje kako se talasna funkcija razvija u vremenu. Zapravo, za takve kvantne čestice razvoj sledi iz ukupne energije, zbira kinetičke energije T i potencijalne energije V , kao i osobine talasa materije:

- Lokalni stepen promene strelice stanja ψ izazvan je lokalnom ukupnom energijom, ili hamiltonijanom $H = T + V$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = H\psi \quad (32)$$

Ova čuvena jednakost je Šredingerova jednakost kretanja.¹ Ova jednakost razvoja primenjuje se na sve kvantne sisteme i jedno je od najvažnijih mesta u savremenoj fizici.

U stvari, Ervin Šredinger je pronašao ovu jednakost na dva različita načina. (**Ref. 54**). U svom prvom dokumentu on je nju zaključio iz varijacijskog načela. (**Ref. 55**). U svom drugom dokumentu, on je izveo jednakost razvoja neposredno, postavljajući jednostavno pitanje: Kako se stanje razvija? On je znao da se stanje kvantona ponaša i kao talas i kao čestica. Talas je opisan poljem, koje je on označio sa $\psi(t, x)$. Ako se stanje ψ ponaša kao talas, tada odgovarajuća talasna funkcija mora da bude amplitude W pomnožene sa $e^{ikx - i\omega t}$. Stanje prema tome može da se napiše kao

$$\psi(t, x) = W(t, x) e^{ikx - i\omega t} \quad (33)$$

Amplituda W je dužina lokalne strelice; faza je usmerenje lokalne strelice. Isto tako, amplituda je lokalna gustina oblaka, a faza je lokalno usmerenje oblaka.

Znamo da kvantni talas mora takođe da se ponaša kao čestica mase m . Posebno, nerelativistički odnos između energije i količine kretanja $E = \mathbf{p}^2/2m + V(\mathbf{x})$ – gde je $V(\mathbf{x})$ potencijal na položaju $\mathbf{x}$ – mora da bude ispunjen za ove talase. Dve relacije de Brolija (21) i (22) (**strana 62**) za talasnu dužinu materije i učestanost materije tada podrazumevaju

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(\mathbf{x})\psi \quad (34)$$

¹ Ervin Šredinger (Erwin Schrödinger, 1887. Vienna, - 1961. Vienna) bio je čuven kao fizičar boem, uvek je živio u domaćinstvu sa dve žene. Godine 1925. otkrio je jednakost koja mu je donela međunarodnu slavu, a Nobelovi nagradu 1933. godine. On je bio takođe među prvima koji je pokazao da zračenje koje je otkrio Viktor Hes (Victor Hess) u Beču dolazi ustvari iz kosmosa. Napustio je Nemačku, a zatim ponovo i Austriju, usled neslaganja sa nacionalsocijalizmom, i bio profesor u Dablinu više godina. Tamo je objavio svoju čuvenu i uticajnu knjigu *What is life?* U njoj je prišao sasvim blizu do predviđanja tada još uvek nepoznate deoksinukleinske kiseline DNK i to samo preko teorijskih uvida.

Ovo je potpun oblik Šredingerove talasne jednakosti. Ovde je ∇^2 . Lapasov operator, u suštini drugi izvod po prostoru. Ona izražava kako se talas strelice, talasna funkcija ψ pridružena čestici, razvija sa vremenom. Godine 1926. ova talasna jednakost za kompleksno polje ψ postala je čuvena odmah kada je Šredinger upotrebio, ubacivanjem potencijala koji potiče od elektrona u blizini protona, kako bi se izračunali energetske nivoi atoma vodonika. U atomu vodonika, svetlost se emituje od samog elektrona unutar ovog atoma; prema tome precizan opis kretanja elektrona u atomu vodonika omogućava nam da opišemo učestanost svetlosti koju može da emituje. (Mi ćemo izvršiti izračunavanje i poređenje sa eksperimentom u daljem tekstu.) (**Strana 140**). Pre svega, Šredingerova jednakost objašnjava da vodonik emituje samo **izolovane** boje svetlosti; osim toga, za učestanosti emitovane svetlosti nalazi se da se slažu sa predviđanjima jednakosti do petog decimalnog mesta. Ovo je bio važan rezultat, posebno ako imamo na umu da klasična fizika ne može čak ni da objasni postojanje atoma, a kamo li njegovo emitovanje svetlosti. Nasuprot tome, kvantna fizika do velike preciznosti objašnjava sve osobine atoma i njihove boje. Drugim rečima, otkriće kvanta rada dovodi opisivanje kretanja materije bo nove važne tačke.



slika 45 Ervin Šredinger (Erwin Schrödinger) 1887–1961.

Ustvari, tačan opis kvantona materije dobija se jedino kada se uzmu u obzir i **efekt spina** i **relativistički** odnos energija-količina kretanja. Mi ćemo to učiniti u daljem tekstu. (**Strana 146**). Nisu nikada nađena nikakva odstupanja između relativističkih proračuna i eksperimenata. Pa čak ni u današnje vreme predviđanja i merenja atomskog spektra ostala su precizna i pouzdana u celokupnom proučavanju prirode: u slučajevima u kojima preciznost eksperimenata to dozvoljava, izračunate vrednosti slažu se sa eksperimentalnim do 13 decimalnih mesta.

SAMOINTERFERENCIJA KVANTONA

Talasi su podložni interferenciji. (**Strana 62**) Svi eksperimenti, uključujući primere prikazane na **slici 38**, na **slici 39** i na filmu sa **slike 44**, potvrđuju da sve kvantne čestice, a posebno svi kvantoni materije, ispoljavaju interferenciju. Interferencija je neposredna posledica Šredingerove jednakosti, kao što to prikazuje film na **slici 44** (**strana 73**). Film prikazuje rešenje Šredingerove jednakosti za kvantne čestice koje prolaze kroz dvostruki prorez. Film vizuelno prikazuje kako dvostruki prorez izaziva rasipanje i interferenciju materijalnih čestica.

Pokazalo se da Šredingerova jednakost u potpunosti reprodukuje i objašnjava zapažanje interferencije materije: isto tako je interferencija kvantona materije nastala usled razvoja oblaka obrtnih strelica. I baš kao u svim pojavama interferencije, lokalna jačina uzorka interferencije ispada da je srazmerna sa kvadratom lokalne amplitude talasa $|W|^2$. A lokalna amplituda talasa posledica je faza niza talasa u interferenciji. Analogija sa interferencijom svetlosti je potpuna; čak su i obrasci jednaki.

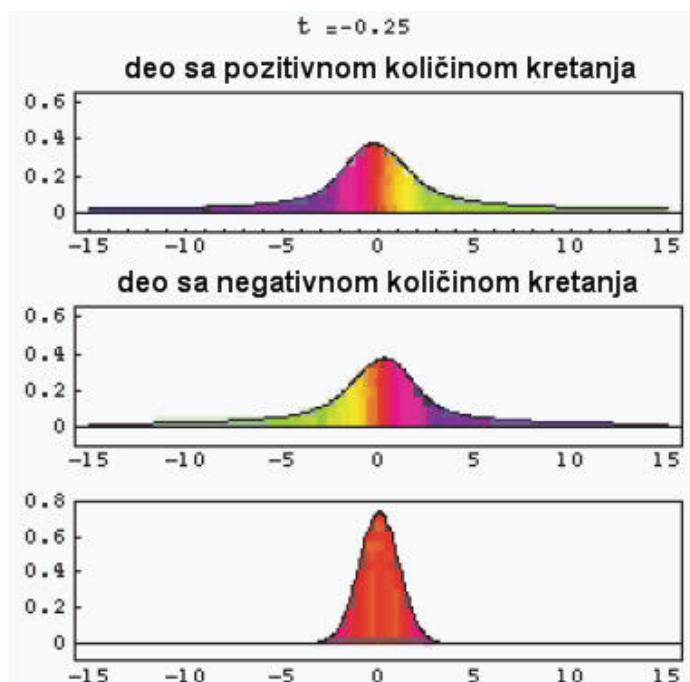
Zapažamo da se čak i talasna funkcija prostire preko celog ekrana za detekciju neposredno pre no što ona udari u ekran, ne daje samo lokalizovanu tačku na ekranu (**Strana 120**). Ova pojava, takozvano urušavanje (kolaps) talasne funkcije biće detaljno objašnjen u tekstu koji sledi.

BRZINA KVANTONA

Zadimo u detalje opisa koja daje Šredingerova jednakost (34). Jednakost izražava jednostavnu povezanost: klasična brzina čestice materije je **brzina grupe** talasne funkcije ψ . Posmatrano iz velike daljine talasna funkcija bi se kretala isto kako bi se kratala **klasična** čestica.

Ali nama je poznato iz klasične fizike da brzina grupe nije uvek tačno određena: u slučajevima u kojima se grupa razlaže na više vrhova, pojam brzine grupe nije od velike koristi. To je isto i u slučajevima u kojima je kvantno kretanje veoma različito od klasičnog kretanja, kao što ćemo otkriti uskoro (**strana 120**). Međutim u slučajevima dobrog ponašanja, kao što su slobodne ili skoro slobodne čestice, primećujemo da se talasna funkcija kreće na isti način kako to čini klasična čestica.

Šredingerova jednakost ističe još jednu tačku: brzina i položaj materije nisu nezavisne promenljive, pa se ne mogu odabrati proizvoljno. Početni uslovi sistema dati su jedino preko početne vrednosti talasne funkcije. Nikakav izvod ne mora (ili ne može) da se odredi. Zapravo, eksperimenti potvrđuju da su kvantni sistemi opisani jednakošću razvoja **prvog reda**, što je jako u suprotnosti sa klasičnim sistemima. Razlog za ovu suprotnost je kvant rada i ograničenje mogućih stanja koja mogu imati promenljive za česticu.



Slika 46 Razvoj talasne funkcije (najniža kriva) bez količine kretanja, i kretanja njenjenih delova sa pozitivnom i negativnom količinom kretanja. Lokalne faze su prikazane bojama (QuickTime film © Bernd Thaller, dostupan na veb strani vqm.uni-graz.at/pages/thaller.html)

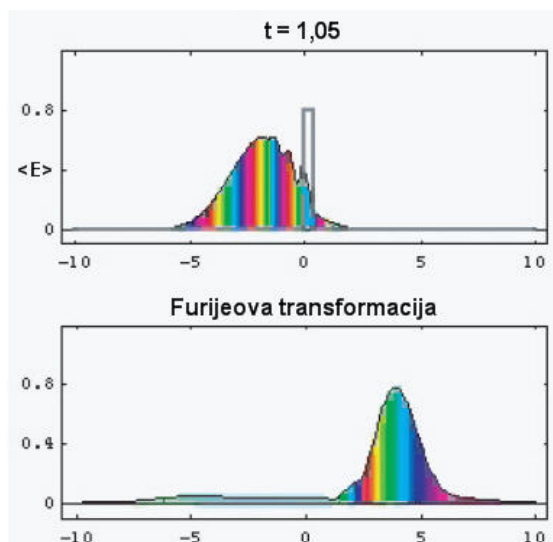
RASIPANJE KVANTONA

Za slobodne kvantne čestice Šredingerova jednakost podrazumeva **rasipanje**, kao što je prikazano na **slici 46**. Zamislamo talasnu funkciju koja je lokalizovana oko datog početnog položaja. Takva talasna funkcija opisuje kvantni sistem u stanju mirovanja. Kako vreme prolazi, ova talasna funkcija se širi po prostoru. Ustvari, Šredingerova jednakost razvoja je slična, u matematičkom smislu, jednakosti rasipanja. Na isti način kao što se kap mastila širi u vodi, tako će se širiti u prostoru stanje lokalizovane kvantne čestice. Istina je da će najverovatniji položaji ostati nepromenjeni, ali sa vremenom se povećava verovatnoća da će se čestica naći i na većoj udaljenosti od početnog položaja. Ovaj efekt širenja kvantnih čestica zaista je opažen u svim eksperimentima. Širenje je posledica talasnog oblika materije, pa prema tome kvanta rada $\hbar$. To se događa za kvantone u mirovanju, a samim tim i za kvantone u kretanju. (**Izazov 68e**). Za makroskopske objekte efekt širenja nije zapažen, međutim: automobili se često jako udalje od mesta za parkiranje. Zaista, kvantna teorija predviđa da je za makroskopske sisteme efekt širenja zanemarljivo mali. Možete li da pokažete zašto? (**Izazov 69ny**).

Ukratko, talasni oblik materije dovodi nas do širenja talasne funkcije. Talasne funkcije ispoljavaju sklonost širenju.

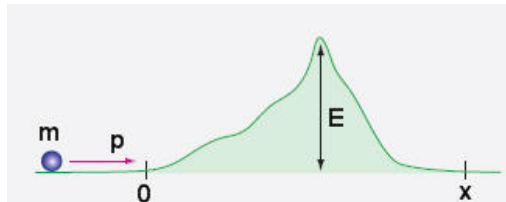
TUNELSKI EFEKT I OGRANIČENJE MEMORIJE – PRIGUŠENJE KVANTONA

“Zdrav razum” nam govori da se spora lopta ne može kotrljati preko brda. Još preciznije, klasična fizika kaže da ako je kinetička energija T manja od potencijalne energije V koju bi lopta imala na vrhu brda, lopta ne može da dospe na vrh brda. Nasuprot tome, u saglasnosti sa kvantnom teorijom, postoji pozitivna verovatnoća da se pređe preko brda uz *svaku* energiju lopte.



Slika 47 Tunelski efekt talasne funkcije kroz brdo sa potencijalom (pravougaonik): veliki deo talasne funkcije se odbija, a deo talasne funkcije prolazi na drugu stranu. Lokalne faze su prikazane bojama (QuickTime film © Bernd Thaller, dostupno na veb strani imsc.uni-graz.at/thaller)

U kvantnoj teoriji, brda i prepreke prikazuju su kao potencijalne pepreke, a predmeti kao talasna funkcija. Svaka početna talasna funkcija širiće se preko svake prepreke sa potencijalom koja ima konačnu visinu i širinu. Talasna funkcija takođe neće da nestane na lokaciji prepreke. Ukratko, svaki predmet može da pređe preko svakog brda ili prepreke, kao što je prikazano na *slici 48*. Ovaj efekt se naziva **tunelski efekt**. On je u potpunosti suprotnosti sa svakodnevnim iskustvima i sa klasičnom mehanikom.



Slika 48 Penjanje na brdo

Tunelski efekt nastaje iz novog oblika sadržanom u kvantnom opisu brda: u prirodi se svaka prepreka može savladati uz **konačni** napor. Nema prepreke koja je beskrajno teška za savladavanje. Zaista, samo za potencijal beskonačne visine talasna funkcija bi nestala i nebi se širila na drugoj strani. Ali takve prepreke postoje samo kao zamišljene; u prirodi su potencijali uvek konačne veličine.

Koliko je veliki tunelski efekt? (*Izazov 70ny*). Proračuni pokazuju da je verovatnoća prenošenja P data približno sa

$$P \approx \frac{16T(V-T)}{V^2} e^{-\frac{2w}{h}\sqrt{2m(V-T)}} \quad (35)$$

gde je w širina brda, v njegova visina a m i T masa i kinetička energija čestice. Za sistem sa velikim brojem čestica verovatnoća je (najviše) proizvod verovatnoća za različite čestice.

Uzmimo slučaj automobila u garaži i predpostavimo da se automobil sastoji od 10^{28} atoma na sobnoj temperaturi. Debljina zida garaže je tipično 0,10 m, i da visina potencijala za prolazak atoma iznosi $V = 1 \text{ keV} = 160 \text{ aJ}$. Dobijamo da je verovatnoća da se automobil nađe izvan garaže:

$$P \approx \left(10^{-(10^{12})}\right)^{(10^{28})} \approx 10^{-(10^{40})} \quad (36)$$

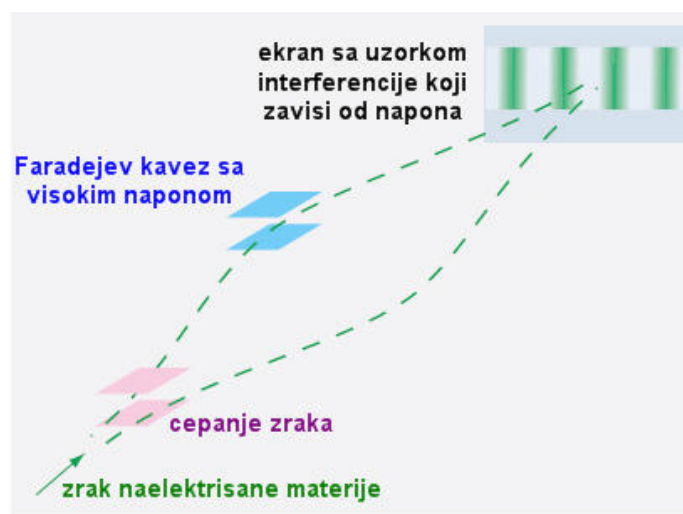
Mala veličina ove vrednosti (pokušajte samo da je napišete) (**Izazov 71e**) razlog je što policija nikada ne uzme u obzir dojavu da je auto nestao. (Zapravo, verovatnoća je je čak značajno manja. Možete li da imenujete najmanje jedan efekat koji je zaboravljen u ovom jednostavnom izračunavanju?) (**Izazov 72s**).

Očigledno je da tunelski efekat može da bude važan samo za male sisteme, sastavljene od nekoliko čestica i za tanke prepreke čija je debljina reda $\hbar/\sqrt{2m(V-T)}$. Na primer, tunelski efekat za pojedinačne atome zapažen je u čvrstim telima na visokim temperaturama, ali u svakodnevnom životu nema značaja. Za elektrone ovaj efekat je jako izražen: prepreka širine w za tunel efekat koji se može primetiti je

$$w = \frac{0,5 \text{ nm } \sqrt{aJ}}{\sqrt{V-T}} \quad (37)$$

Na sobnoj temperaturi kinetička energija T je reda 6 zJ; povećanje temperature očigledno povećava tunelski efekat. Kao rezultat toga, elektroni tunelom prolaze lako kroz prepreke koje su širine nekoliko atoma. Ustvari, svaka elektronska cev u TV aparatu koristi tunelski efekat na visokoj temperaturi da bi stvarala snop elektrona koji pravi sliku. Neophodno zagrevanje elektronske cevi je razlog zbog kojeg su u prošlosti TV aparatima bilo potrebno izvesno vreme da bi proradili.

Tunelski efekat elektrona isto tako ograničava fizičku veličinu memorije u računarima. Memorijski čipovi ne mogu da budu proizvoljno mali. Silicijumska integrisana kola od jednog terabita memorije sa direktnim pristupom (RAM - random-access memory) verovatno nikada neće postojati. Možete li da zamislite zašto? (**Izazov 73s**) Ustvari, tunelski efekat ograničava delovanje bilo koje vrste pamćenja, uključujući i onu u našem mozgu. Zapravo, kada bismo bili topliji od 37°C mi ne bismo mogli da upamtimo sve!



Slika 49 Lokalizovan električni potencijal u interferometru prouzrokuje pomeranje uzorka interferencije

Pošto je svetlost sastavljena od čestica, ona bi takođe mogla tunelskim efektom da prođe kroz prepreke potencijala. Najbolje – ili najveće – prepreke potencijala za svetlost su ogledala; ogledala imaju prepreku visine reda jednog atodžula. Tunelski efekat podrazumeva da svetlost može da bude otkrivena i iza bilo kojeg ogledala. Ovi takozvani iščezavajući talasi bili su zaista otkriveni i oni se koriste u raznim eksperimentima i uređajima visoke preciznosti.

KVANTNA FAZA

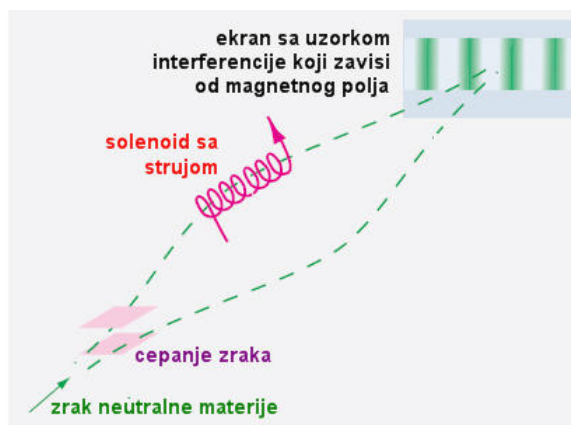
Videli smo da **amplituda** talasne funkcije, verovatnoća amplitude, podleže istim uticajima kao i svaki talas: rasipanju i prigušenju. Sada se vraćamo na **fazu** talasne funkcije i istražićemo je detaljnije.

Dok amplituda talasne funkcije može lako da se prikaže, - samo treba da se zamisli (kvadratni koren iz) gustina realnog oblaka – faza zahteva više truda. Kao što smo pomenuli, stanja talasnih funkcija su oblaci sa lokalnim fazama: one su oblaci obrtnih strelica, to jest, oblaci predmeta koji se obrću i mogu biti obrtani. U slučaju svakodnevnog kišnog oblaka lokalno obrtanje kapi nema uticaja na oblak. Nasuptot

tome, u kvantnoj teoriji, lokalno obrtanje oblaka, pa prema tome i lokalna promena njegove faze, ima uticaj koji se može izmeriti. Istražimo ovu tačku.

Faza slobodnih talasa materije ponaša se kao faza fotona (**strana 47**): ona se razvija vremenom, pa se stoga povećava duž putanje čestice koja se kreće. Faza može da se prikaže pomoću male strelice koja se obrće. Ugaona brzina kojom se faza obrće data je poznatim obrascem $\omega = E/\hbar$. Ukratko, **možemo da prikažemo talasnu funkciju slobodne kvantne čestice kao oblak strelica koji se kreće; strelice se obrću stalnom učestanošću dok se oblak istovremeno rasipa**.

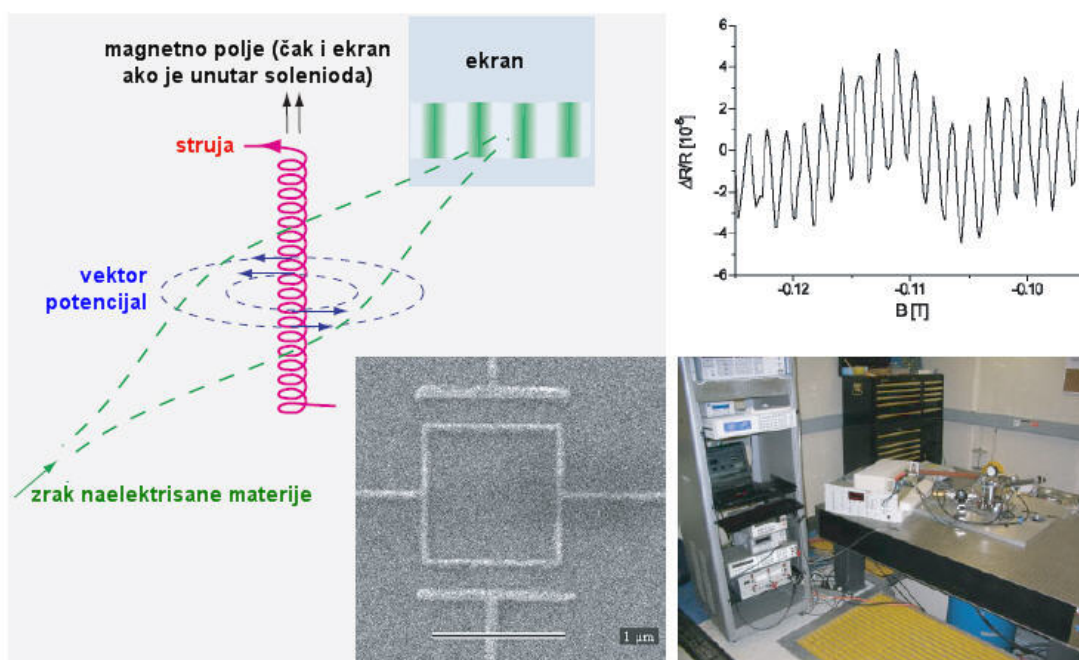
Pre svega, faza je onaj aspekt talasne funkcije koja dovodi do pojave interferencije. Kada dve delimične talasne funkcije razdvoje i ponovo spoje posle relativnih pronena faze, faza će odrediti uzorak interferencije. To je poreklo interferencije zraka elektrona posmatranog na **slici 38**. Bez faze kvanta nebi bilo ni pobuđivanja ni interferencije.



Slika 50 Magnetna polja menjaju fazu čestice sa spinom

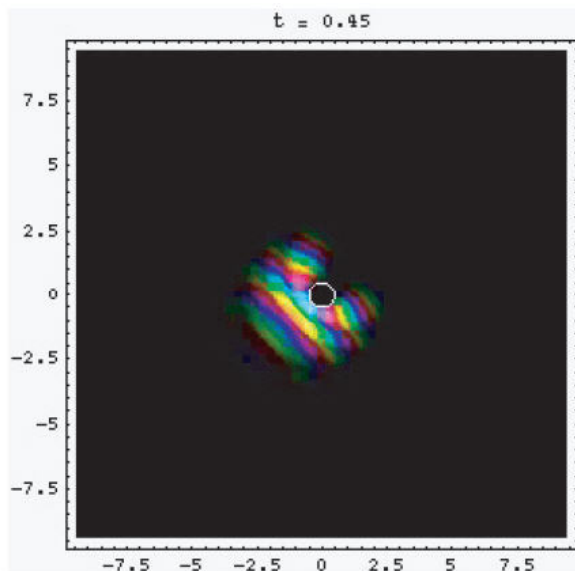
Na fazu talasne funkcije može da se utiče na mnogo načina. Najjednostavniji način je primena električnih polja. Ako se rascepi talasna funkcija naelektrisanih čestica, pa se jedan njen deo provede kroz područje sa električnim poljem, rezultat će biti promena faze. Razmeštaj je prikazan na **slici 49**. Periodična promena električnog potencijala treba da daje periodično pomeranje uzorka interferencije. Ovo je zaista i opaženo.

Drugi jednostavan slučaj upravljanja fazom prikazan je na **slici 50**: takođe i magnetno polje menja fazu upredene naelektrisane čestice, pa prema tome utiče na ponašanje interferencije.



Slika 51 Efekt Aharonov-Bom: uticaj magnetnog vektorskog potencijala na interferenciju (levo) i potvrda merenjem (desno) korišćenjen mikroskopskog uzorka koji prenosi elektrone u tankoj metalnoj žici (© Doru Cuturela).

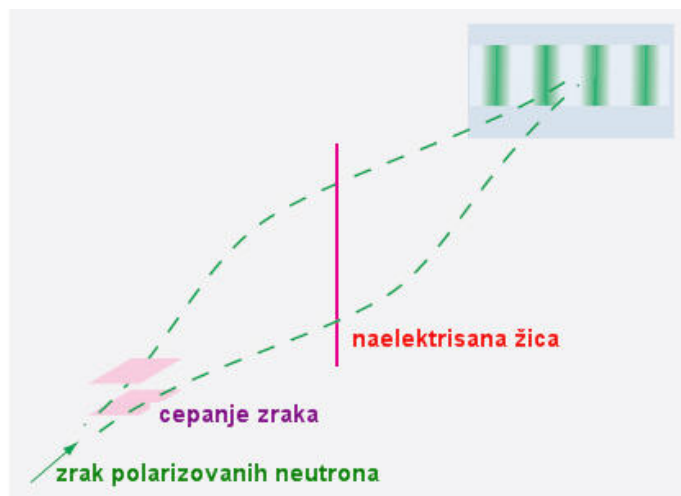
Poznat eksperiment prikazuje važnost faze na još iznenađujući način: **efekt Aharonov-Bom**. (**Ref. 56**). Uticaj je poznat iz dva razloga: on je u suprotnosti sa intuicijom a predviđen je pre no što je opažen. Pogledajte postavku prikazanu na **slidi 51**. Materijalni talas naelektrisanih čestica rascepljen je na dva pomoću cilindra – postavljenog pod pravim uglom prema putanji materije – a materijalni talas je ponovo sastavljen iza njega. Unutar cilindra postoji magnetno polje; izvan njega ne postoji. (Prost način da se načini takav cilindar je dug solenoid.) Kvantna fizika predviđa da će da se zapazi uzorak interferencije, a da će položaj pruga da zavisi od vrednosti magnetnog polja. To će se dogoditi čak i ako talas nikada ne prođe kroz područje sa poljem! Ovaj iznenađujući efekt bio je zapažen u bezbroj eksperimenata.



Slika 52 Kretanje talasne funkcije oko solenoida pokazuje efekt Aharonov-Bom. Gustina stanja prikazana je sjajnošću, a lokalna faza je prikazana bojom. (QuickTime film © Bernd Thaller, dostupan na veb strani imsc.uni-graz.at/thaller/)

Razlog za efekt Aharonom-Bom je prost: za naelektrisanu česticu faza talasne funkcije je određena vektorskim potencijalom $\mathbf{A}$, a ne jačinom magnetnog polja $\mathbf{B}$. Vektorski potencijal oko solenoida ne nestaje – kao što znamo iz odeljka o elektrodinamici (**Vol. III, strana 65**) – već kruži oko solenoida. Ovo kruženje pravi razliku između dve strane solenoida i dovodi do pomeranja faze – pošto ona zaista zavisi od vrednosti magnetnog polja – pa stoga pravi interferenciju čak i kada čestice nikada nisu u interakciji sa samim magnetnim poljem.

Sledeći primer upravljanja fazom je takozvani **efekt Aharonov-Kašer**, koji se čak ispoljava i na neutralne čestice, sve dok one imaju magnetni moment, kakav imaju neutroni. Na fazu polarizovanog neutrona utiče električno polje, tako da će postavka prikazana na **slidi 53** da pokaže uzorak interferencije koji zavisi od dovedenog električnog potencijala.



Slika 53 Efekt Aharonov-Kašer: uticaj naelektrisanja na fazu dovodi do interferencije čak i kod neutrona koji su u interferenciji

Drugi slučaj upravljanja fazom biće prikazan u daljem tekstu: isto tako i gravitacijsko polje može da se koristi za okretanje talasne funkcije. Čak i ubrzanje usled obrnog kretanja može to da prouzrokuje. Ustvari, bilo bi moguće da se izmeri obrtanje Zemlje posmatranjem promene u uzorku interferencije zraka neutrona. (*Ref. 57*).

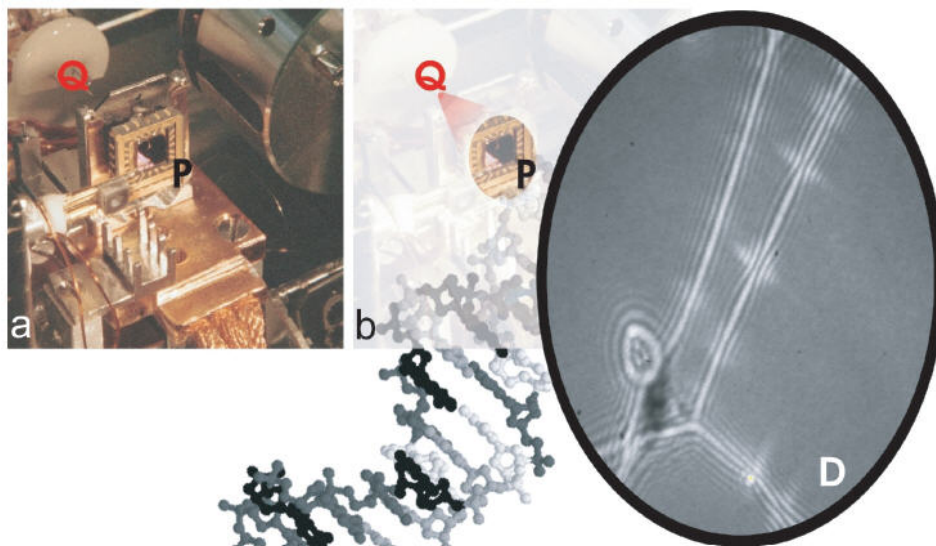
Sledeća važna klasa eksperimenata kojima se upravlja fazom talasnih funkcija moguća je i sa makroskopskim kvantnim pojavama. U superprovodnosti i u superprotoku fazom talasne funkcije u pravilu se upravlja pomoću magnetnih i električnih polja. Ova mogućnost ima mnogo tehničkih primena. Na primer, takozvani **efekt Jozefsona** koristi se za merenje razlike električnog potencijala merenjem učestanost emitovanih radiotalasa, a takozvani uređaj **superprovodne kvantne interferencije**, ili SQID (*Superconducting Quantum Interference Device*) koristi se za merenje slabih magnetnih polja.

Primećujemo da svi ovi eksperimenti potvrđuju da **apsolutna** faza talasne funkcije **ne može** da bude izmerena. Možete li to da potvrdite? (*Izazov 74e*).

Svi efekti pomeranja faze koji su upravo prikazani opaženi su u brojnim eksperimentima. Faza je suštinski vid talasne funkcije: faza dovodi do interferencije i ona je glavni razlog da se pre svega to nazove **talasna** funkcija. Kao i kod svakog talasa, faza se vremenom razvija i na nju se može uticati raznim spoljnim uticajima. Pre svega, eksperimenti pokazuju da lokalizovana kvantna čestica – dakle kada može da se zanemari širenje talasne funkcije – talasna funkcija je najbolje prikazana kao talas obrtnih strelica u svakoj tački prostora.

DA LI JE MOGUĆA INTERFERENCIJA DVA ZRAKA ELEKTRONA? POSTOJI LI KOHERENTNI ZRAK ELEKTRONA?

Da li postoje izvori koherentnih elektrona? (*Ref. 58*). Pitanje je složeno. Rezultati u literaturi, kao što je onaj prikazan na *slici 54*, kažu da je moguće da se naprave hologrami pomoću zraka elektrona.¹ Međutim, kada se zapitaju autori o značenju koherencije, oni odgovaraju da je koherencija elektrona samo poprečna, a ne uzdužna. Poprečna koherencija je određena preko moguće veličine čela talasa određene faze. Gornja granica ove veličine određena je interakcijama koje takvo stanje ima sa okruženjem. Sva ova ponašanja se očekuju i od stvarne koherencije.



Slika 54 Elektronski hologram molekula DNK (© Hans-Werner Fink/Wiley VCH).

Međutim, koncept "poprečne koherencije" je pogrešan. Sposobnost interferencije sama z sebe, kao što se podrazumeva u pojmu "poprečne koherencije" nije ispravna definicija koherencije. Poprečna koherencija, bilo ona za fotone ili čestice materije, izražava samo sličnost izvora čestica. I mala svetiljka (i laseri) mogu da prikažu interferenciju kada se zrak rascepi i ponovo spoji posle jednakih dužina putanja, pa to nije dokaz koherencije u oblasti svetlosti. Slično zaključivanje pokazuje da monohromatska materija nije isto tako dokaz za koherenciju.

¹ Godine 2002. ostvaren je prvi hologram za koji su upotrebljeni zraci neutrona. (*Ref. 59*)

Stanje se naziva **koherentnim** ako ima dobro definisanu fazu duž određenog područja prostora ili vremena. Veličina oblasti prostora ili intervala vremena određuje stepen koherentnosti. Ovakva definicija daje dužinu koherencije reda veličine izvora za male “nekoherentne” izvore, Čak i za male dužine koherencije veličina uzorka interferencije ili rastojanja d između njenog maksimuma može da bude mnogo veći od dužine koherencije l ili izvora veličine s . Ukratko, velika vrednost (ili neprekidno trajanje vremena) samog uzorka interferencije **nije** dokaz koherencije.

Podsetimo se situacije za svetlost. Izvor svetlosti je koherentan ako proizvodi približnu sinusoidu tokom određene dužine ili vremena. Usled relacije neodređenosti, u svakom koherentnom zraku svetlosti broj fotona je neodređen. (**Strana 40**). Isti zahtev se primenjuje na koherentni zrak elektrona: potreban je neodređen broj elektrona za koherenciju. To je nemoguće, pošto elektroni nose očuvan električni naboj. Koherentni zrak elektrona ne postoji.

Ukratko, iako elektron može da ima interferenciju sam sa sobom i iako je moguće da se proizvede interferencija između dva izvora svetlosti, interferencija između dva izvora elektrona nije moguća. Zapravo, niko nikada nije uspeo da napravi interferenciju između dva izvora elektrona. Ne postoji uopšteni pojam koherencije za zrak elektrona.

NAČELO NAJMANJEG RADA U KVANTNOJ FIZICI

U prirodi se kretanja događaju na način da su promene najmanje. Zapravo, u klasičnoj fizici načelo najmanjeg rada – ili načelo lenjosti svemira (**Vol. I, strana 187**) – izražava da se u prirodi kretanje čestica događa duž takvih posebnih putanja – od svih mogućih putanja sa istim krajnjim tačkama – za koje je rad najmanji. Ovo načelo kosmičke lenjosti matematički je izraženo tako da se kaže da je u prirodi promena rada δS jednaka nuli. Najmanji rad ili promena objašnjava sve klasične jednskosti razvoja. Sada ćemo ovu ideju preneti i na područje kvanta.

Za kvantne sisteme potrebno je da nanovo definišemo i pojam rada, i pojam varijacije: kao prvo, mi smo odredili opis rada koji se zasniva na operatorima; drugo, potrebno je da definišemo varijacije rada bez putanja, pošto pojam “putanja” ne postoji u kvantnim sistemima; treće, pošto u prirodi postoji najmanji rad, varijacija koja nestaje nije jasno definisan pojam, pa moramo da svladamo te prepreke. Postoje dva glavna načina da se postigne taj cilj: da se kretanje kvantnog sistema opiše kao slaganje svih mogućih putanja, ili da se opiše rad pomoću talasne funkcije.

U prvom pristupu, **formulacija integralne putanje**, kretanje kvantnih čestica, opisano je kao demokratsko slaganje duž svih mogućih putanja. (To smo to nazvali u predhodnom tekstu “model strelica”.) (**Strana 47**). Za svaku putanju određen je razvoj, a za krajnju tačku dodate su strelice sa svih putanja. Rad za svaku putanju je broj obrta koji napravi strelica duž putanje. Rezultat iz ovoga vežbanja da je obično (ali ne i uvek) najverovatnija putanja ona po kojoj strelica napravi najmanji broj obrtaja. Preciznija istraživanja pokazuju da klasični makroskopski sistemi uvek prate samo onu putanju po kojoj je rad najmanji, dok kvantni sistemi prate sve putanje,

U drugom pristupu kvantnoj fizici, rad je definisan uz pomoć talasne funkcije. U klasičnoj fizici rad (ili promenu) definisali smo kao integral lagranžijana između početne i krajnje tačke u vremenu, a sam lagranžijan je razlika između kinetičke i potencijalne energije. (**Vol. I, strana 184**). Najjednostavniju definiciju u kvantnoj fizici za kvant rada dao je Džulijan Švinger (Julian Schwinger). Nazovimo početno stanje sistema ψ_i , a krajnje stanje ψ_f . Rad S između ta dva stanja je određen sa:

$$S = \left(\psi_i \left| \int L dt \right| \psi_f \right) \quad (38)$$

gde je L lagranžijan (operator). Srednja zagrada predstavlja “množenje” stanja i operatora kao što je definisno u kvantnoj teoriji.¹ Jednostavno rečeno rad takođe i u kvantnoj teoriji – to jest promena koja se događa u sistemu – integral je lagranžijana. Lagranžov operator L definisan je kao i u klasičnoj fizici: lagranžijan $L = T - V$ je razlika između operatora kinetičke energije T i potencijalne energije V . Jedina

¹ Ovde preskačemo detalje zapisivanja i matematike; u najjednostavnijem opisu stanja su talasne funkcije, operatori deluju na te funkcije, a proizvod sadržaja iz dve različite zagrade sastavni je deo proizvoda funkcije u prostoru.

razlika je u tome što su u kvantnoj teoriji promenljive količine kretanja i položaja zamenjene odgovarajućim operatorima iz kvantne fizike.¹

Da bi se preneo pojam promene rada δS u kvantnu oblast, Džulijan Švinger je uveo lako razumljiv izraz

$$\delta S = \left(\psi_i \left| \delta \int L dt \right| \psi_f \right) \quad (39)$$

Pojam putanje nije potreban u ovom izrazu, pošto je promena rada zasnovana na različitim talasnim funkcijama umesto na različitim putanjama čestice.

Poslednji zahtev klasične fizike koji se mora preneti u kvantnu oblast je da zbog toga što je priroda lenja, promena rada mora da nestane. Međutim, u kvantnoj oblasti promena rada ne može da bude nula, pošto je najmanji zapažen rad kvant rada. Kao što je otkrio Džulijan Švinger, postoji samo jedan mogući način da se izrazi zahtevana minimalnost rada

$$\delta S = \left\langle \psi_i \left| \delta \int L dt \right| \psi_f \right\rangle = -i\hbar \delta \langle \psi_i | \psi_f \rangle \quad (40)$$

Ovo takozvano **načelo kvantnog rada** opisuje sva kretanja u kvantnoj oblasti. Klasično je desna strana jednaka nuli – pošto se uzima da je $\hbar$ jednako nuli, pa tada otkrivamo načelo najmanjeg rada $\delta S = 0$ iz klasične fizike. Ali u kvantnoj teoriji, uvek kada pokušamo da postignemo male promene, susrećemo se sa kvantom rada i promenom (relativne) faze. Ovo je izraženo na desnoj strani izraza. Desna strana je razlog što u prirodi važe jednakosti razvoja za talasnu funkciju – Šredingerova jednakost za nerelativistički slučaj bez spina, ili Dirakova jednakost za relativistički slučaj spina 1/2.

Drugim rečima, sva kvantna kretanja – to jest kvantni razvoj stanja ψ ili $|\psi\rangle$ – događaju se na takav način da je promena rada jednaka kao $-i$ puta kvant rada $\hbar$ pomnoženo sa skalarnim proizvodom početnog i krajnjeg stanja. Jednostavnim pojmovima izraženo, u stvarnom kretanju međustanja su određena zahtevom da ona moraju da vode od početnog stanja do krajnjeg stanja uz najmanji broj efektivnih obrta faze stanja. Činilac $-i$ izražava zavinost rada od obrtanja u talasnoj funkciji.

Ukratko, načelo najmanjeg rada važi takođe u kvantnoj fizici, pod uslovom da se uzme u obzir da vrednosti rada manjeg od $\hbar$ ne mogu da se nađu u eksperimentima. Načelo najmanjeg rada prema tome objašnjava, kao što ćemo videti u tekstu koji sledi, boju svih stvari, sve druge nauke o materijalima, celokupnu hemiju i biologiju.

KRETANJE KVANTONA SA SPINOM

Sve se obrće.

Anonimus

Koje je poreklo kvantne faze? U odgovoru na ovo pitanje pomaže klasična fizika. Kao i predmeti iz svakodnevnog života, tako i kvantoni mogu da se obrću oko svojih osa: govorimo o spinu čestice. (**Strana 67**). Ali ako kvantne čestice mogu da se obrću oko ose, trebalo bi da imaju moment količine kretanja. I zaista, eksperimenti potvrđuju ovaj zaključak.

Osim toga, elektroni imaju spin. Potpune detalje o spinu elektrona otkrili su 1925. godine u eksperimentu dva holandska studenta Georg Ulenbek (George Uhlenbeck) i Samjuel Goudsmit (Samuel Goudsmit) (**Ref. 60**). Njih dvojica su imala hrabrost da objave ono u šta je sumnjao Ralf Kronig (Ralph Kronig): da se elektroni obrću oko ose sa projektovanom komponentom momenta količine kretanja od $\hbar/2$. Zapravo, ova vrednost – često nazivana skraćeno spin 1/2 – vredi za **sve** elementarne čestice **materije**. (Nasuprot tome, sva poznata elementarna **zračenja** čestica imaju vrednost spina $\hbar$, ili skraćeno spin 1.

Ako čestica sa spinom ima moment količine kretanja, mora da je moguće da se promeni osa primenom momenta, da bi se zapazila presesija, da bi se promenio spin u sudarima itd. Svi ovi efekti su zaista i zapaženi; na primer, eksperiment Štern-Gerlah (**strana 67**) već je prikazao sva ova zapažanja. Jedina razlika između spina čestice i klasičnog momenta količine kretanja je u tome da je spin kvantifikovan, kao što smo zaključili u predhodnom tekstu. (**Strana 66**)

¹ Tačnije, postoji i uslov koji uređuje redosled operatora u mešovitom proizvodu, tako da se uzima u obzir nekomutativnost operatora. Ovde nećemo da istražujemo ovo pitanje.

Drugim rečima, **spin** kvantne čestice ima osobinu obrtanja oko ose. Kao posledica toga, spin će **naelektrisati** kvantnu česticu delujući kao mali magnetni dipol sa magnetom usmerenim duž ose obrtanja. Zapažena jačina magnetnog dipola, **magnetni moment**, proporcionalan je spinu, uz činilac pretvaranja koji je $-e/2m_e$, kao što se i očekivalo iz klasične fizike. Prema tome, prirodna jedinica za moment elektrona je veličina $\mu_B = e\hbar/2m_e$; naziva se **Borov magneton**. Pokazalo se da se magnetni moment μ kvantona ponaša drugačije od onog kod klasičnih čestica. Kvantni efekti spina opisani su takzvanim g-faktorom koji je čist broj:

$$\mu = g \frac{-e}{2m_e} \mathbf{L} = g \mu_B \frac{\mathbf{L}}{\hbar} \quad \text{uz} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \quad (41)$$

Iz posmatranog optičkog spektra, Ulenbek i Goudsmit su odredili g-faktor 2 za elektron (**strana 85**). Klasično se očekuje vrednost 1 za g-faktor. Ovu vrednost 2 iz eksperimenta objasnio je nekoliko meseci posle eksperimentalnog otkrića Levelin Tomas (Llewellyn Thomas) kao relativistički uticaj. (**Ref. 61**).

Od 2004. godine tehnike eksperimenata postale su toliko osetljive da se mogao otkriti magnetni efekt spina pojedinačnog elektrona vezanog za nečistoću (u inače nemagnetnom materijalu).

Godine 1927, Vofgang Pauli (Wolfgang Pauli)¹ otkrio je kako može spin 1/2 za uključiti u opis kvantne mehanike: umesto funkcije stanja opisane pomoću jednog kompleksnog broja, potrebna je funkcija stanja sa dve kompleksne komponente. Razlog za ovo proširenje je prost. Uopšteno, male strelice koje se obrću i opisuju kvantno stanje ne obrću se oko **nepromenjivih** osa, kako se pretpostavlja iz Šredingerove jedna-kosti; **ose obrtanja** moraju takođe da se odrede za svaku tačku u prostoru. Ovo zahteva da su potrebna dva dodatna parametra za svaku tačku prostora, dovodeći krajnji broj parametara na četiri realna broja ili na dva kompleksna broja. U današnje vreme Paulijeva jednakost za kvantnu mehaniku sa spinom interesantna je uglavnom pojmovno, pošto – kao i ona Šredingerova – nije u saglasnosti sa specijalnom teorijom relativnosti. Međutim, ostaje da važi ideja uključivanja lokalne ravni obrtanja. Ovu ideju je koristio Dirak kada je uveo relativistički opis elektrona, a ideja se takođe koristila u svim ostalim talasnim jednakostima za čestice sa spinom.

Ukratko, nerelativistički opis kvantona sa spinom podrazumeva korišćenje talasne funkcije koja sadrži dva kompleksna broja za svaku tačku u prostoru i vremenu.

RELATIVISTIČKE TALASNE JEDNAKOSTI

Godine 1899. Maks Plank je otkrio kvant rada. Godine 1905. Albert Ajnštajn je objavio teoriju specijalne teorije relativnosti, koja se zasniva na ideji da brzina svetlosti c ne zavisi od brzine posmatrača. Prvo pitanje koje je Plank sebi postavio je da li bi vrednost kvanta rada bila nezavisna od brzine posmatrača. To je bio je njegov interes da je zbog ovog pitanja pozvao Ajnštajna u Berlin. Ovim pozivom on je činovnika patentnog zavoda načinio da bude poznat u celom svetu.

Eksperimenti pokazuju da je kvant rada zaista nezavisan od brzine posmatrača. Svi posmatrači nalaze istu najmanju vrednost. Da bismo uključili specijalnu teoriju relativnosti u kvantnu teoriju, potrebno je stoga da nađemo tačan kvant hamiltonijana H . Obzirom na to da je klasični hamiltonijan za slobodnu česticu i antičesticu dat sa

$$H = \pm \sqrt{c^4 m^2 + c^2 \mathbf{p}^2} \quad \text{uz} \quad \mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \quad (42)$$

¹ Wolfgang Pauli (Wolfgang Ernst Pauli, 1900. Vienna - 1958 Zürich), u svojoj 21. godini napisao je jedan od najboljih tekstova o specijalnoj i opštoj teoriji relativnosti. On je bio prvi koji je proračunao energetske nivoe vodonika korišćenjem kvantne teorije, pronasavši načelo isključivosti, uvrstio je spin u kvantnu teoriju, razjasnio je odnos između spina i statistike, dokazao CPT teoremu (C - charge conjugation, P - parity transformation, T - time reversal) i predvideo postojanje neutrina. Divili su mu se zbog njegove inteligencije i bojali se zbog njegove oštre kritike, zbog koje je dobio nadimak "svest fizike". Uprkos tome, on je pomagao mnogima u njihovim istraživanjima, kao što je bio Hajzenberg sa kvantnom teorijom, a da nije tražio zasluge za sebe. (**Ref. 62**) Smatrali su ga mnogi, uključujući Ajnštajna, za najveći i najoštiji um fizike dvadesetog veka. Bio je takođe poznat zbog "efekta Pauli", to jest sposobnosti da svojim prisustvom izazove katastrofe u laboratorijama, na mašinama i okruženju. Kao što ćemo uskoro videti, može da se tvrdi da je Pauli zapravo primio Nobelovu nagradu za fiziku 1945. godine (zvanično za otkriće načela isključivosti) zbog rešenja pitanja koliko anđela može da igra na vrhu pribadače.

može da se postavi pitanje: kakav je odgovarajući Hamiltonov operator? Najprostiji odgovor dali su 1949. godine T.D. Njutn (T.D. Newton) i E.P. Vigner (E.P. Wigner), a 1950. godine L.L. Foldi (L.L. Foldy) i S.A. Voithusen (Siegfried Adolf Wouthuysen) (**Ref. 63**) Operator je skoro isti:

$$H = \beta \sqrt{c^4 m^2 + c^2 \mathbf{p}^2} \quad \text{uz} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (43)$$

Znakovi koji se pojavljuju u matričnom operatoru β prave razliku između čestica i antičestica. Brojevi +1 i -1 pojavljuju se dva puta, kako bi se vodilo računa o različita dva moguća smera spina za svaki od slučajeva.

Uz ovakav relativistički Hamiltonov operator za čestice sa spinom 1/2 – kao i za sve ostale – talasna funkcija je opisana pomoću **četiri** kompleksna broja, **dva** za čestice i **dva** za antičestice. Zašto? Videli smo da kvantna čestica sa spinom zahteva dve kompleksne komponente za svoje stanje (**strana 83**); to sledi iz potrebe da se za svaku tačku u prostoru odrede dužina strelice, njena faza i njena ravan obrtanja. Ranije smo takođe utvrdili da teorija relativnosti automatski uvodi antimateriju. (**Vol II, strana 60**). (Ovu temu detaljnije ćemo istražiti u tekstu koji sledi.) (**Strana 148**). Kako materija, tako i antimaterija deo su svakog relativističkog opisa kvantnih efekata. Talasna funkcija za česticu isključuje komponente antičestice i obrnuto. Ukupno, talasna funkcija za relativistički spin 1/2 za česticu ima prema tome četiri kompleksne komponente.

Hamiltonov operator daje operator brzine $\mathbf{v}$ preko iste jednakosti koja važi u klasičnoj fizici

$$\mathbf{v} = \frac{d}{dt} \mathbf{x} = \beta \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{c^4 m^2 + c^2 \mathbf{p}^2}} \quad (44)$$

Ovaj operator brzine pokazuje neprekidnost sopstvene vrednosti, od minus do plus brzine svetlosti. Brzina $\mathbf{v}$ je konstanta kretanja, kao što su količina kretanja $\mathbf{p}$ i energija

$$E = \sqrt{c^4 m^2 + c^2 \mathbf{p}^2} \quad (45)$$

Isto tako moment količine kretanja $\mathbf{L}$ određen je kao u klasičnoj fizici, preko

$$\mathbf{L} = \mathbf{x} \times \mathbf{p} \quad (46)$$

Moment količine kretanja $\mathbf{L}$ i spin $\boldsymbol{\sigma}$ posebne su konstante kretanja. (**Ref. 64**). Čestice (ili antičestice) sa pozitivnom (ili negativnom) komponentom momenta količine kretanja imaju talasnu funkciju sa samo jednom komponentom koja ne nestaje; ostale tri komponente nestaju.

Ali nažalost, predstavljanje relativističkog kretanja koje su dali Foldi i Voithausen nije jednostavno kada se uzme u obzir elektromagnetna interakcija. Najjednostavnija jednakost između opisa klasičnog i kvantne mehanike gubi se kada se uključi elektromagnetizam. Mi ćemo ovaj problem da rešimo u daljem tekstu, kada budemo istraživali Dirakovu jednakost razvoja za relativističke talasne funkcije. (**Strana 146**).

VEZANA KRETANJA, ILI SLOŽENI NASPRAM ELEMENTARNIH KVANTONA

Kada je predmet složen a ne elementaran? Uvek kada sadrži unutrašnja ili vezana kretanja. Kada je takav slučaj? Kvantna teorija daje nekoliko pragmatičnih odgovora. (**Ref. 65**). Prvi kriterijum za složenost je pomalo čudan: predmet je složen kada je njegov stepen žirodinamičnosti različit od onog predviđenog kvantnom elektrodinamikom. (**Strana 146**). **Stepen žirodinamičnosti** γ – ne treba ga mešati sa relativističkim činiocem izduženja – definisan je kao odnos magnetnog momenta $\mathbf{M}$ i momenta količine kretanja $\mathbf{L}$

$$\mathbf{M} = \gamma \mathbf{L} \quad (47)$$

Stepen žirodinamičnosti γ meri se u jedinici $\text{s}^{-1}\text{T}^{-1}$, odnosno C/kg, (**Izazov 75e**) a određuje nivoe energije čestica sa magnetnim spinom u magnetnom polju; on će se ponovo pojaviti kasnije u kontekstu snimanja . magnetnom rezonansom. (**Vol. V, strana 123**). Svi kandidati za elementarne čestice imaju spin 1/2. Stepem žirodinamičnosti za čestice sa spinom -1/2, magnetnim momentom $\mathbf{M}$ i masom m , može da se napiše kao

$$\gamma = \frac{M}{\hbar/2} = g \frac{e}{2m} \quad (48)$$

Kriterijum da se bude elementaran može prema tome da smanji na uslov vrednosti bezimenog broja g , takozvanog **g -činilac**. (Izraz $e\hbar/2m$ često se naziva **magneton** čestice.) Ako se g -činilac razlikuje od vrednosti koju predviđa kvantna elektrodinamika za tačkastu česticu – od oko 2,0 – predmet je složen. (**Strana 146**) Na primer, jon helijuma ${}^4\text{He}^+$ ima spin 1/2 a vrednost g $14,7 \cdot 10^3$. Zaista, poluprečnik jona helijuma je $3 \cdot 10^{-1}$ m, očigledno konačne veličine, pa je jon helijuma složen predmet. Za proton, izmeren je g -činilac od oko 5,6. Zapravo eksperimenti daju konačan poluprečnik protona od oko 0,9 fm i pokazuje da on ima nekoliko sastojaka.

Neutron, koji ima magnetni moment uprkos tome što je neutralan u električnom pogledu, mora prema tome da bude složen. Zapravo, njegov poluprečnik je približno isti kao protona. Slično tome, molekuli, planine, zvezde i ljudi moraju biti složeni. U saglasnosti sa ovim prvim kriterijumom jedino elementarne čestice su **leptoni** (to jest, elektroni, mioni, tauoni, i neutrino), **kvarkovi** i **međubozoni** (to jest, fotoni, W-bosoni, Z-bosoni i gluoni). Više detalja o ovim česticama biće ponovo pomenuti u poglavljima o atomskim jezgrima. (**Vol. V, strana 123**).

Drugi jednostavan kriterijum za složenost je upravo bio pomenut: **svaki predmet čija se veličina može izmeriti je složen**. Ovaj kriterijum daje isti popis elementarnih čestica kao i prvi. Ustvari, ova dva kriterijuma su povezana. (**Ref. 66**). Najprostiji model za složene strukture predviđa sa g -činilac mora da poštuje:

$$g - 2 = \frac{R}{\lambda_C} \quad (49)$$

gde je R poluprečnik, a $\lambda_C = h/m_C$ je Komptonova talasna dužina sistema. Ovaj izraz je iznenađujuće precizan za jone helijum-4, jone helijum-3, jone i protone tricijuma, što možda želite da proverite. (**Izazov 76e**). **Tabela 34** u **Dodatku A** u sledećem delu (**Vol. V, strana 259**) daje isti smisao. Ukratko, drugi kriterijum za složenost je jednak prvom.

Treći kriterijum za složenost je više uopšten: svaki predmet **veći od sopstvene Komptonove dužine je složen**. Dokaz je jednostavan. Predmet je složen ako se može otkriti unutrašnje kretanje, to jest kretanje nekih sastojaka. Zatim rad svakog dela sa masom m_{part} koji se kreće unutar složenog sistema veličine r poštuje

$$S_{\text{part}} < 2\pi r m_{\text{part}} c < \pi r m c \quad (50)$$

pri čemu je m masa složenog predmeta. S druge strane, prema načelu kvantne teorije, ovaj rad, da bi se mogao zapaziti, mora biti veći od $\hbar/2$. Stavljajući ovaj uslov, dobijamo da je za svaki složen predmet¹

$$r > \frac{\hbar}{2\pi m c} \quad (51)$$

Desna strana razlikuje se samo za činilac $4\pi^2$ od takozvane **Komptonove (talasne) dužine**

$$\lambda = \frac{h}{m c} \quad (52)$$

za taj predmet. Prema tome, svaki predmet koji je veći od sopstvene Komptonove talasne dužine je složen; i svaki predmet koji je manji od desne strane izraza (51) je elementaran. I ponovo, samo leptoni, kvarkovi i međubozoni prolaze ovu proveru. (Za Higsov bozon koji je otkriven 2012, ovaj test još uvek nije izvršen, ali se očekuje da će isto tako da zadovoljava.) Svi ostali predmeti su složeni. Ukratko, ovaj treći kriterijum daje isti popis kao i predhodni. Možete li da kažete zbog čega? (**Izazov 78e**).

Četvrti kriterijum za složenost je redovno navodio Stiven Vajnberg (Steven Weinberg): čestica je elementarna ako se pojavljuje u lagranžijanu standardnog modela fizike čestica, to jest u opisu osnovnih blokova prirode. (**Vol V, strana 195**). Možete li da pokažete da ovaj kriterijum sledi iz predhodnih? (**Izazov 79s**).

¹ Možete li da nađete nedostajući činilac 2? I da li je valjana pretpostavka da sastojci moraju uvek biti lakši od složenog predmeta? (**Izazov 77ny**).

Interesantno, ali mi još nismo završili ovu temu. Još čudniji iskazi o složenosti pojaviće se kada se u obzir uzme gravitacija. (**Vol. VI, strana 235**). Samo budite strpljivi: vredno je strpljenja.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O KVANTNOM KRETANJU MATERIJE

Die meisten Physiker sind sehr naiv, sie glauben immer noch an wirkliche Wellen oder Teilchen.¹

Anton Cajlinger (Anton Zeilinger)

Uzmite najoštriju oštricu noža ili vrh igle koji možete da zamislite: kvant rada podrazumeva da njihove granice nisu oštre, već nejasne, slično ivicama oblaka. Uzmite najtvrđi čvrst predmet koji možete da zamislite, kao što je dijamant ili komad volframa: kvant rada podrazumeva da je njihova površina nekako mekana. Svi eksperimenti potvrđuju ove iskaze, **Ništa u prirodi nije zaista optro ili zaista čvrsto**. Kvantna fizika se ne slaže sa mnogo ideala atomista iz stare Grčke.

* * *

Da li postoje atomi vodonika? Mnogo vrsta atoma snimljeno je pomoću mikroskopa, fotografisano pod osvetljenjem, levitirano jedan po jedan, pa čak jedan po jedan i pomerano pomoću igala, kao što prikazuje **slika 324, Vol. I**. Istraživači su čak pomerili pojedinačne atome koristeći zrak lasera da ih gura. (**Ref. 67**). Međutim, ni jedan od ovih eksperimenata nije izmerio ili snimio atom vodonika. Da li je to razlog da se dvoumimo o postojanju atoma vodonika? (**Izazov 80s**). Pokretanje ne baš tako ozbiljnog razmatranja na ozbiljan način može da bude jako zabavno.

* * *

Da li je talasna funkcija “stvarna”? Još preciznije, da li je talasna funkcija zaista oblak? Neki fizičari se još uvek dvoume oko toga. Ova grupa fizičara koja izumire, često rođenih oko polovine dvadesetog veka, slušala je često – od autoriteta pod znakom pitanja – da talasna funkcija nije stvarnost i prestali su da postavljaju pitanja i da odgovaraju na najjednostavnija pitanja. (**Izazov 81e**). Da bi se njihovo dvoumljenje razvejalo, upitajte ih da li imaju visinu različitu od nule ili da li razmišljaju da su atomi svud naokolo. Ako se slože sa tim, oni su priznali da talasna funkcija ima neku vrstu stvarnosti. Svi svakodnevni predmeti načinjeni su od elementarnih čestica koje su nemerljivo male te ih ne možemo imenovati kao tačkaste. Prema tome, veličina, površina i zapremina svih svakodневnih predmeta postoje usled talasne funkcije. Svaka dužina, površina i zapremina dokaz su da talasne funkcije imaju neku vrstu stvarnosti.

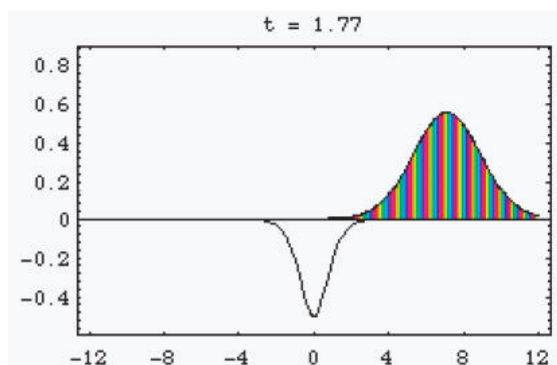
* * *

Dva opažanja mogu se zameniti iz dva različita razloga: bilo da su jako slična – kao što su koordinate x i x^2 – ili da su jako različita – kao što su koordinata x i količina kretanja p_y . Imate li za ovo objašnjenje? (**Izazov 82d**).

* * *

Zamena prebacivanja prostora i vremena. Zašto se onda uopšteno ne mogu zamenjivati operator količine kretanja i hamiltonijan? (**Izazov 83ny**).

* * *



Slika 55 Specijalni izvor potencijala koji ne ometa talasnu funkciju. Boja prikazuje fazu. (QuickTime film © Bernd Thaller, dostupan na veb strani imsc.uni-graz.at/thaller/)

¹ “Većina fizičara je vrlo naivna; oni i dalje veruju u prave talase ili prave čestice”, Anton Cajlinger (Anton Zeilinger) fizičar na Univerzitetu u Beču, bio je dobro poznat po eksperimentima iz kvantne mehanike.

Postoje specijalni potencijali koji nemaju uticaj na talasnu funkciju. **Slika 55** pokazuje primer. Ovaj potencijal ima sačinilac odbijanja jednak nuli za sve energije; rasuti talas nema odbijenog dela. Matematički razlog je začuđujući. Izvor potencijala ima oblik solitona jednakosti Kortveg-de Vris; ova jednakost se odnosi na Šredingerovu jednakost.

* * *

Svaki vezan sistem u nerelativističkom stanju bez momenta količine kretanja ispunjava jednakost (**Ref. 68**)

$$\langle r^2 \rangle \langle T \rangle \geq \frac{9\hbar^2}{8m} \quad (53)$$

gde je m redukovana masa, T kinetička energija sastojaka, a r veličina sistema. Možete li da izvedete ovaj rezultat i da ga proverite na osnovnom stanju vodonika? (**Izazov 84s**).

* * *

Kvantna teorija omogućava mnoštvo neobičnih vezanih stanja. Obično mi pomislimo na vezana stanja i stanja male energije. Međutim, postoje situacije u kojima vezana stanja nastaju usled prisiljavanja u oscilirajuće potencijale. sa ovakvom situacijom sreli smo se u klasičnoj fizici: vertikalno pokretano gore-dole klatno koje ostale vertikalno uprkos tome što je postalo nestabilno (**Vol. I, strana 232**). Slične situacije se događaju i u kvantnoj fizici. Primeri su Paulijeva klopka, atom helijuma, negativni joni, Trojanovi elektroni i ubrzivači čestica. (**Ref. 69**).

* * *

Često se može pročitati da je svemir možda rođen iz kolebanja kvanta. Možete li da objasnite zašto ova tvrdnja nema smisla? (**Izazov 85s**).

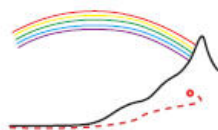
ZAKLJUČAK O KRETANJU KVANTONA MATERIJE

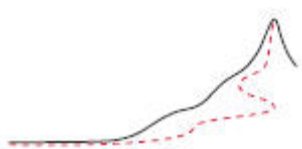
Ukratko, kretanje kvantona sa masom, to jest kvantnih materijalnih čestica, može da bude opisano na dva načina:

- Pri velikom uvećanju, kvantne materijalne čestice opisane su talasnom funkcijom koja se kreće kao oblak strelica koje napreduju, obrću se i imaju precesiju. Lokalno usmerenje oblaka, lokalna faza prati talasno kretanje. Kvadrat amplitude je verovatnoća, gustina oblaka je verovatnoća da se čestica nađe u datoj tački.
- Posmatrano izdaleka, pri malom uvećanju, kretanje kvantne čestice sa masom ponaša se kao jedna strelica koja napreduje, obrće se i ima precesiju. Detalji obrtanja i precesije strelice zavise od energije i količine kretanja čestice i potencijala kojem su podložne. Strela je amplituda verovatnoće: kvadrat dužine strele je verovatnoća opažanja čestice. Ako čestica može da dođe od početne tačke do krajnje na više načina, amplitude verovatnoće se sabiraju.

Pojedinačna strelica koja se obrće rezultat je proseka oblaka; strelica kombinuje osobine čestica i talasa. Pun obrt strele odgovara kvantu rada $\hbar$. Ova centralna osobina podrazumeva da nerelativistička čestica čiji se spin može zanemariti, prati Šredingerovu jednakost, a da relativistički elektron sledi Dirakovu jednakost. Jednakost Diraka u saglasnosti je sa svim poznatim eksperimentima. Osim toga, Dirakova jednakost opisuje sve u hemiji i biologiji, kao što ćemo naći u daljem tekstu.

Da bismo nastavili uz što veću efikasnost na putu kroz kvantnu fiziku, istražićemo tri važne teme: svojstvo neraspoznavanja čestica iste vrste, spin kvantnih čestica i značenje verovatnoće.





Poglavlje 5

PERMUTACIJA ČESTICA – DA LI SU ČESTICE KAO RUKAVICE?

Zbog čega imamo sposobnost da razlikujemo blizance međusobno? Zbog čega možemo da razlikujemo ono što je nalik na nešto, kao što je kopija originala? Većina nas je ubeđena da uvek kada uporedimo original i kopiju možemo da nađemo razliku. Ispada da bi ovo ubeđenje bilo tačno i u kvantnoj oblasti, ali zaključak nije jednostavan.

Razmislite o svakom postupku koji vam omogućava da razlikujete predmete: naći ćete da vas oni uvode u problem kada se radi o tačkastim česticama. (*Izazov 86s*). Prema tome, u kvantnoj oblasti nešto mora da se izmeni u našoj sposobnosti da razlikujemo čestice i predmete.

Možemo se raspravljati da razlike između originalnog predmeta i kopije mogu uvek za se načine takve da nestanu: trebalo bi da bude dovoljno da se koristi isti broj i ista vrsta atoma. Ustvari, kvant rada pokazuje da to nije dovoljno, čak iako su svi atomi iste vrste, zapravo je nemoguće razlikovati jednu od druge kopije! O tekstu koji sledi mi ćemo da istražimo najvažnije posledice nerazlikovanja atoma na kretanje i razlikovanje makroskopskih objekata.

RAZLIKOVANJE MAKROSKOPSKIH PREDMETA

Brojne važne osobine predmeta naglašene su u proučavanju zagonetke kombinatorike: **problem rukavica**. Postavlja se pitanje:

Koliko hirirških rukavica (za desnu ruku) je neophodno ako m doktora treba da operiše w pacijenata na higijenski način, tako da niko de dođe u dodir sa telesnim tečnostima i bilo čim drugim?

Isti problem se takođe pojavljuje i u drugim postavkama. Na primer, on se pojavljuje kod računara, interfejsa i računarskih virusa ili kod kondoma, muškaraca i žena – i onda se naziva **problem kondoma**. (*Ref. 70*). Da bi bilo jasno, optimalni broj rukavica nije proizvod mw . Ustvari, problem ima tri podslučaja.

- Najprostiji slučaj $m = w = 2$ već obezbeđuje najvažniju potrebnu ideju. Jeste li sposobni da nađete optimalno rešenje i postupak? (*Izazov 87s*).
- U slučaju da je $w = 1$, a m paran broj, rešenje je $(m + 1)/2$ rukavica. Odgovarajući izraz važi i za slučaj $m = 1$, a w paran broj. To je optimalno rešenje, što i sami možete da proverite. (*Izazov 88e*).
- Rešenje uz prost postupak za sve ostale slučajeve dato je sa $\lceil 2w/3 + m/2 \rceil$ rukavica, gde $\lceil x \rceil$ označava najmanji ceo broj veći ili jednak sa x . (*Ref. 71*). Na primer, za dva doktora i tri pacijenta daje rešenje samo tri rukavice. (Međutim, ovaj izraz ne daje uvek optimalno rešenje; bolja vrednost postoji u nekim podslučajevima.) (*Izazov 89e*).

Zabavljajte se radeći na zagonetki. Naći ćete da tri osnovne osobine rukavice određuju rešeje. Prvo, rukavice imaju dve strane. unutrašnju i spoljnu koje mogu da razlikuju jedna od druge. Drugo, rukavice koje se preokrenu unutrašnjost napolje menjaju se u levu ili desnu i zato mogu da se razlikuju od rukavica koje nisu preokrenute. Treće, rukavice mogu da se razlikuju međusobno.

Sada se vraćamo na naš početni cilj: da li su tri osnovne osobine rukavica primenljive na kvantne čestice. Mi ćemo da istražimo pitanje dva lica kvantnih čestica u poslednjem delu uspona na planinu (*Vol. VI, strana 92*). Pitanje da li čestice mogu da se preokrenu spolja na unutra biće začajno za njihov opis i za njihovo kretanje. Isto tako ćemo proučiti razliku između levih i desnih čestica, mada tek u sledećem delu naše pustolovine. (*Vol. V, strana 183*). U ovom poglavlju mi ćemo se usmeriti na treće pitanje, naime da li se predmeti i čestice mogu uvek razlikovati od kopija. Otkrićemo da se **elementarne** čestice ne ponašaju kao rukavice – već na više iznenađujući način.

U svakodnevnom životu razlikovanje makroskopskih predmeta postiže se na dva načina. S jedne strane, sposobni smo da razlikujemo predmete – ili ljude – jedne od drugih pošto su oni različiti po svojim **suštinskim osobinama**, kao što su njihova masa, boja, veličina ili oblik. S druge strane, mi smo sposobni da razlikujemo predmete čak i kada imaju iste suštinske osobine. Svaka igra bilijara pokazuje nam da praćenjem putanje svake lopte možemo nju da razlikujemo od ostalih lopti. Ukratko, možemo da razlikujemo predmete istih osobina koristeći njihovo **stanje**.

Stanje bilijarske lopte određeno je njenim položajem, njenom količinom kretanja i momentom količine kretanja. Možemo da razlikujemo dve identične bilijarske lopte pošto je greška u merenju položaja svake lopte mnogo manja od same lopte. Međutim, u mikroskopskom području ovo nije moguće! Uzmimo dva atoma iste vrste. Takva dva atoma imaju potpuno iste suštinske osobine. Da bismo ih razlikovali prilikom sudara, mi bismo trebali da pratimo trag njihovog kretanja. Ali zbog kvanta rada i posledica relacije neodređenosti, ne postoji mogućnost da to postignemo. Ustvari, jednostavan eksperiment iz devetnaestog veka pokazao je da čak ni sama priroda nije sposobna da to učini. Ovaj dalekosežan rezultat otkriven je proučavanjem sistema koji uključuje veliki broj sudara atoma iste vrste: **gasova**.

RAZLIKOVANJE ATOMA

Šta je entropija gasa? (**Vol. I, strana 287**). Izračunavanje entropije S prostog gasa, sastavljenog od N prostih čestica¹ mase m koje se kreću u zapremini V , daje

$$\frac{S}{kN} = \ln \left[\frac{V}{\Lambda^3} \right] + \frac{3}{2} + \frac{\ln \alpha}{N} \quad (54)$$

Ovde je k Bolcmanova konstanta, $\ln$ je prirodni logaritam, T je temperature i $\Lambda = \sqrt{2\pi\hbar/mkT}$ je toplotna talasna dužina (približno de Brogljijeva talasna dužina čestice od kojih je sastavljen gas). U ovom rezultatu bezimeni broj α jednak je 1 ako se čestice mogu razlikovati slično loptama za bilijar, ili je jednak $1/N!$ ako se uopšte ne mogu razlikovati. (**Izazov 90e**). Merenje entropije prostog gasa prema tome omogućava da se odredi α , pa prema tome da se eksperimentom proveriti da li čestice mogu da se razlikuju.



Slika 56 Džosaja Vilard Gibbs (Josiah Willard Gibbs)

Pokazalo se da je priroda opisana samo u drugom slučaju, za $\alpha = 1/N!$ Možemo jednostavno da proverimo a da ne izvršimo merenje: samo u drugom slučaju **sabira se** entropija dve zapremine identičnog gasa². (**Izazov 91e**). Rezultat, često nazivan **Gibsov paradoks**³, prema tome dokazuje da se mikroskopski sastojci

¹ Čestice su proste ako su opisane u potpunosti njihovom količinom kretanja i položajem; atomi su proste čestice. Molekuli nisu proste čestice pošto njih opisuje takođe njihovo usmerenje.

² Zaista, vrednosti entropija zapaženih u eksperimentu, za jednoatomski gas, date su u takozvanom Zakur-Tetrode obrascu (**Izazov 92d**)

$$\frac{S}{kN} = \ln \left[\frac{V}{N\Lambda^3} \right] + \frac{5}{2} \quad (55)$$

koji se dobija za $\alpha = 1/N!$ uneto u obrazac entropije. To su zaključili nezavisno nemački fizičar Oto Zakur (Otto Sackur, 1880. – 1914. i holandski fizičar Ugo Tetrode (Hugo Tetrode, 1895. – 1931.) Treba primetiti da je suštinski parametar odnos između V/N , klasična zapremina po čestici, a Λ^3 je de Brogljijeva zapremina kvantne čestice.

³ Džosaja Vilard Gibbs (Josiah Willard Gibbs, 1839. – 1903.), američki fizičar koji je bio uz Maksvela i Planka jedan od tri osnivača statističke mehanike i termodinamike; on je uveo pojam **celina** i termin **termodinamička faza**.

materije **ne mogu razlikovati**: u sistemu od kvantnih čestica – bilo da su elektroni, protoni, atomi ili mali molekuli – ne postoji način da se odredi o kojoj čestici se radi. (*Ref. 72*).

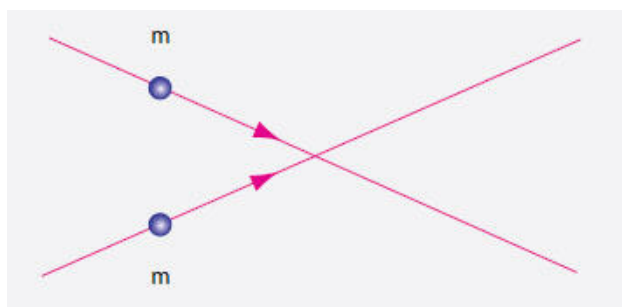
Nerazlikovanje čestica je stoga eksperimentalna osobina prirode. Ona važi bez izuzeraka. Na primer, kada je otkrivena radioaktivnost, ljudi su mislili da je u suprotnosti sa nerazlikovanjem atoma, jer je izgledalo da se raspad određenih atoma razlikuje u odnosu na druge. Ali kvantna teorija je potom pokazala da to nije slučaj i da se ne mogu razlikovati čak i atomi i molekuli.

Pošto se $\hbar$ pojavljuje u izrazu za entropiju, nerazlikovanje je kvantni efekt. Zaista, nerazlikovanje nema nikakav značaj ako su kvantni efekti zanemarljivi, kao u slučaju lopti bilijara. Uprkos tome, nerazlikovanje je bitno u svakodnevnom životu. Saznaćemo da bi bez nerazlikovanja osobine svakodnevnih materija – plazme, gasova, tečnosti i čvrstih tela – bile u potpunosti drugačije. Na primer, otkrićemo da bez nje noževi i sablje nebi mogli da seku. Osim toga, zemlja nebi mogla da nas nosi; mi bismo propali kroz nju. Da bismo rasvetlili ova pitanja, istražićemo sledeće pitanje.

ZAŠTO SE U PRIRODI JAVLJA NERAZLIKOVANJE

Uzmite dve kvantne čestice istih masa, istog sastava i istog oblika, kao što su dva atoma iste vrste. Zamislite da se njihove putanje seku i da su se oni približili na malo odstojanje od mesta presecanja, kao što je prikazano na *slici 57*. U gasu su primeri kako sudar atoma, tako i blizak promašaj. Svi eksperimenti izvedeni bilo kada pokazali su da na malim rastojanjima nije moguće reći da li su dva kvantona zamenili uloge ili ne.

- **Nemoguće** je u gasu da se prate kvantne čestice koje se kreću unaokolo, i da se odredi o kojoj čestici se radi. Praćenje kvantona koji se sudaraju nije moguće.



Slika 57 Identični predmeti na putanjama koje se seku

Nemogućnost da se načini razlika između bliskih čestica direktna je posledica kvanta rada $\hbar$. Za putanju koja dovodi dve čestice da se jako približavaju jedna drugoj, promena uloge zahteva samo malu količinu promene, to jest, samo mali rad. Međutim, poznato nam je da postoji u prirodi najmanja zapažena vrednost rada. Prateći trag svake kvantne čestice na malom rastojanju zahtevala bi se vrednost rada **manja** od opažene najmanje vrednosti rada u prirodi. Postojanje najmanje vrednosti rada prema tome onemogućava da se prati trag kvantnih čestica kada se one dođu u blizinu jedna drugoj. Svaki opis sistema sa više kvantona mora uzeti u obzir da posle bliskih susreta nije moguće da se kaže o kojem kvantonu se radi.

Ako pamtimo da kvantna teorija opisuje kvantone kao oblak, nerazlikovanje postaje čak i prirodnije. Uvek kada se dva oblaka sretnu i ponovo razdvoje, nije moguće da se odredi o kojem oblaku se radi. S druge strane, ako se dve čestice drže na dovoljnoj udaljenosti, postoji se efektivno razlikovanje; nerazlikovanje prema tome nastaje samo kada se čestice približe.

Ukratko, nerazlikovanje je prirodna, nezaobilazna posledica postojanja vrednosti najmanjeg rada u prirodi. Ovaj rezultat nas dovodi neposredno do sledećeg pitanja.

MOGU LI KVANTNE ČESTICE DA SE PREBROJE?

U svakodnevnom životu možemo da prebrojimo predmete pošto ih razlikujemo. Pošto kvantne čestice ne možemo uvek da razlikujemo, potreban nam je oprez pri određivanju kako da ih prebrojimo. Prvi korak pri brojanju čestica jeste da odredimo šta znači situacija bez ijedne čestice. Ovo izgleda kao stvar koja se lako izvodi, ali kasnije ćemo da se sretne sa situacijom u kojoj nas već ovaj korak uvodi u teškoće. U svakom slučaju, prvi korak u prebrojavanju je prema tome specificiranje vakuuma. Svaka metoda prebrojavanja zahteva da se jasno razdvoji situacija bez čestica od situacije sa česticama.

Drugi korak potreban za prebrojavanje je specifikacija opažanja koje se koriste za određivanje broja kvantnih čestica. Najlakši način je da se odabere jedan od onih očuvanih kvantnih brojeva koji se sabiraju pri sastavljanju, kao što je električni naboj. Samo prebrojavanje se tada izvodi merenjem ukupnog naelektrisanja i deljenjem sa jediničnim nabojem.

U svakodnevnom životu kao zapažanje obično se koriste težina ili masa. Međutim, one se uopšteno ne mogu koristiti u kvantnom području, osim u posebnim slučajevima. Za veliki broj čestica grešku bi unosila energija interakcije. Za vrlo veliki broj čestica energija gravitacijskih veza učinila bi isto. Ali pre svega, za prelazne pojave, nestabilne čestice ili kratkih vremena za merenje, merenje mase dostiže svoju granicu. Ukratko, iako je prebrojavanje stabilnih atoma preko merenja mase moguće u svakodnevnom životu, metoda nije primenljiva u opštem slučaju; posebno se ona ne može primenjivati pri velikim energijama čestica.

Prebrojavanje pomoću očuvanih kvantnih brojeva ima više prednosti. Pre svega, ono je moguće i pri prelaznim pojavama, nestabilnim česticama ili kratkim vremenima merenja. Drugo, nije važno da li su čestice prepoznatljive ili nisu, prebrojavanje jr uvek moguće. Treće, virtualne čestice (**Vol. II, strana 60**) se ne broje. Ovo je dobrodošlo stanje stvari, kao što ćemo videti u daljem tekstu (**Vol. V, strana 97**), pošto za virtualne čestice za koje važi $E \neq p^2c^2 + m^2c^4$ ne postoji način da se bilo kako odredi broj čestica. Upotreba očuvane veličine zaista je najbolji moguć postupak za prebrojavanje čestica.

Sporedni efekt prebrojavanja uz pomoć kvantnih brojeva je da se antičestice broje kao negativne! Isto tako ova posledica rezultat je kvanta rada. Videli smo u predhodnom tekstu da kvant rada podrazumeva da se čak i u vakuumu par čestica-antičestica apsorbuju pri dovoljno velikim energijama. Kao rezultat toga, antičestica mora da se broji kao jedna čestica minus. Drugim rečima, svaki način prebrojavanja kvantnih čestica može da unese grešku usled ovog efekta. U svakodnevnom životu ovo ograničenje nema nikakav značaj, pošto oko nas ne postoji antimaterija. Međutim, na velikim energijama ovo pitanje ima bitan značaj. Pokazalo se da ne postoji nekakav opšti način da se posebno izbroji tačan broj čestica i antičestica; može da se odredi samo zbirno. Ukratko, kvantna teorija pokazuje da se čestice nikada precizno ne mogu da prebroje.

Ukratko, priroda pruža mogućnost prebrojavanja kvantnih čestica čak i ako se ne mogu razlikovati, mada samo pri svakodnevnim uslovima male energije; zbog kvanta rada antičestice se računaju kao negativne. Antičestice prema tome određuju granicu prebrojavanja čestica velike energije, kada postaje važna jednakost masa-energija.

ŠTA JE SIMETRIJA PERMUTACIJE

Pošto su kvantne čestice prebrojive ali nerazpoznatljive, postoji simetrija prirode za sisteme sastavljene od više identičnih kvantona. **Simetrija permutacije**, takođe pod nazivom i **simetrija razmene**, svojstvo je prirode da se posmatranja ne menjaju pri promeni identičnih čestica. Simetrija permutacije oblikuje jedan od četiri stuba kvantne teorije, zajedno uz simetriju prostor-vreme, simetrijom merenja i sa još neotkrivenom simetrijom ponovne normalizacije. Simetrija permutacije osobina je složenih sistema, to jest, sistema koji su sastavljeni od više (identičnih) podsistema. Jedino za takve sisteme nerazlikovanje ima značaj.

Drugim rečima “nerazlikovanje” nije isto što “identično”. Dve kvantne čestice iste vrste nisu jednake; one su više nego verne kopije jedna druge. S druge strane, iskustvo iz svakodnevnog života pokazuje nam da uvek može da se načini razlika između dve kopije pri temeljnom istraživanju, tako da termin “kopija” nije prikladan u potpunosti.

- Kvantoni, kvantne čestice mogu se prebrojati i potpuno su nerazličite.¹ Kvantne čestice su **savršene kopije** jedne drugih

Budući da su verne kopije, čak ni priroda ne može da razlikuje čestice; kao posledica toga nastaje simetrija permutacije.

U sledećem poglavlju mi ćemo otkriti da je permutacija delimično obrtanje. Simetrija permutacije stoga je simetričnost pri delimičnom obrtanju. Možete li da odredite zašto (**Izazov 93e**).

¹ Reč “nerazličite” je isuviše duga (u engleskom jeziku *indistinguishable*), pa mnogi fizičari ipak površno koriste reč “identične” čestice. Vodite računa!

NERAZLIKOVANJE I SIMETRIJA TALASNE FUNKCIJE

Nerazlikovanje kvantnih čestica dovodi do važnog zaključka o opisivanju njihovog stanja kretanja. To se događa pošto nije moguće da se formiliše opis kretanja koji uključuje nerazlikovanje odmah od početka. (Da li ste sposobni i da to potvrdite?) (*Izazov 94s*). Potrebno je da opišemo stanje n -čestice uz pomoć stanja $\psi_{1...i...j...n}$ koje predpostavlja da je razlikovanje moguće, kako je izraženo u redosledu indeksa u zapisu, pa da naknadno uvedemo nerazlikovanje.

Nerazlikovanje, ili simetrija permutacije, znači da zamena bilo koje dve kvantne čestice kao rezultat ima isto fizičko opažanje.¹ Zatim, dva kvantna stanja imaju iste fizičke osobine ako se razlikuju uglavnom za činilac faze; nerazlikovanje prema tome zahteva:

$$\psi_{1...i...j...n} = e^{j\alpha} \psi_{1...j...i...n} \quad (56)$$

za neki nepoznat ugao α . Primenom ovog izraza dva puta, uz menjanje istog para indeksa, dopušta nam da zaključimo da je $e^{2j\alpha} = 1$. To podrazumeva da je

$$\psi_{1...i...j...n} = \pm \psi_{1...j...i...n} \quad (57)$$

ili drugim rečima, talasna funkcija je ili *simetrična* ili *nesimetrična* pri zameni indeksa. (Isto tako možemo da kažemo da je karakteristična vrednost operatora zamene ili +1 ili -1)

- Kvantna teorija prema tome predviđa da kvantne čestice mogu da se ne razlikuju na jedan od dva moguća načina.²
- Čestice koje odovaraju *simetričnim* talasnim funkcijama – onima koje se pretvaraju pri zameni čestica uz znak “+” u jednakosti (57) – nazivaju se **bozoni**.³
- Čestice koje odovaraju *nesimetričnim* talasnim funkcijama – onima koje se pretvaraju pri zameni čestica uz znak “-” u jednakosti (57) – nazivaju se **fermioni**.⁴

Eksperimenti pokazuju da ponašanja posle zamene zavise od vrste čestice. Nađeno je da se fotoni ponašaju kao bozoni. S druge strane, elektroni, protoni i neutroni ponašaju se kao fermioni. Isto tako je utvrđeno da se polovina atoma ponaša kao bozoni (pri srednjim vrednostima energije), ostali kao fermioni. Da bi se utvrdio kojoj vrsti atom pripada, potrebno je da se uzme u obzir spin elektrona i spin jezgra.

Ustvari, pokazalo se da sastav od *parnog* broja fermiona (pri srednjim vrednostima energije) – ili bilo kojeg broja bozona (na svim vrednostima energije) – ponaša se kao bozon; sastav od neparnog broja fermiona je (uvek) fermion. Na primer, ${}^4\text{He}$ je bozon, a ${}^3\text{He}$ je fermion. Isto tako prirodni izotopi ${}^{23}\text{Na}$, ${}^{41}\text{K}$, ${}^{85}\text{Rb}$, ${}^{87}\text{Rb}$ i ${}^{133}\text{Cs}$ su bozoni, pošto imaju parne brojeve elektrona i jezgra; nasuprot njima ${}^{40}\text{K}$ i ${}^{134}\text{Cs}$ su fermioni (i u tom slučaju takođe radioaktivni)

Kojoj klasi čestica pripadaju teniske lopte, ljudi, drveće, planine i ostali makroskopski predmeti? (*Izazov 95s*).

¹ Prema tome, imamo istu situaciju sa kojom smo se susreli više puta: *predimenzionisanost matematičkog opisa*, ovde prikazan redosled indeksa *podrazumeva simetriju ovog opisa*, što je u našem slučaju simetrija pri zameni indeksa, to jest, pri zameni čestica.

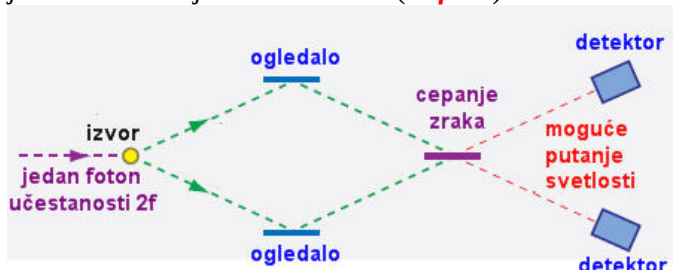
² Ovaj zaključak se primenjuje za trodimenzionalni prostor. U prostoru sa dve dimenzije ima više mogućnosti. Takve mogućnosti su bile i još uvek su tema istraživanja.

³ Bozoni su ime dobili po fizičaru Satjenra Nat Boze (Satyenra Nath Bose, 1894. Calcutta – 1974. Calcutta) koji je prvi opisao statističke karakteristike fotona. (*Ref. 73*). Rad je kasnije proširio Albert Ajnštajn, tako da se radi o Boze-Ajnštajn statistici.

⁴ Termin “fermion” izveden je od imena fizičara i dobitnika Nobelove nagrade Enrika Fermija (Enrico Fermi, 1901. Rome – 1954. Chicago) poznatog po njegovoj sveobuhvatnoj genijalnosti u teorijskoj i eksperimentalnoj fizici. Uglavnom je radio na na fizici jezgra i elementarnih čestica, na spinovima i statistici. Zbog svojih radova na eksperimentima zvali su ga “kvantni inženjer”. Bio je poznat i po svojim predavanjima, koja se još uvek objavljuju u njegovom rukopisu i njegovim pristupima problemima u fizici. Uprkos tome, njegova Nobelova nagrada koju je itekako zaslužio bila je jedna od malog broja slučajeva u kojima je nagrada dodeljena za dostignuća za koja se pokazalo da su netačna. Napustio je Italiju gde je njegova supruga patila zbog lošeg postupanja, jer je bila Jevrejka, i emigrirao je u SAD. Fermi je radio na projektu Menhetn kojim je izrađena prva atomska bomba. Posle II Svetskog rata organizovao je na Univerzitetu Čikaga katedru za fiziku, najbolju na svetu, gde je bio cenjen od svih koji su radili sa njim.

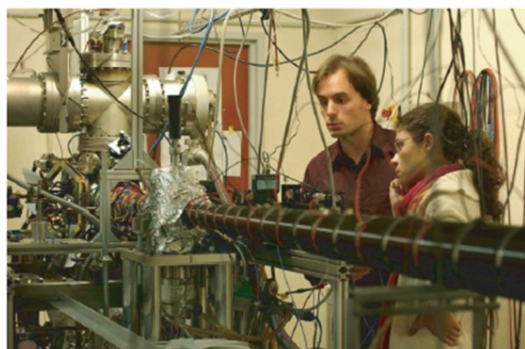
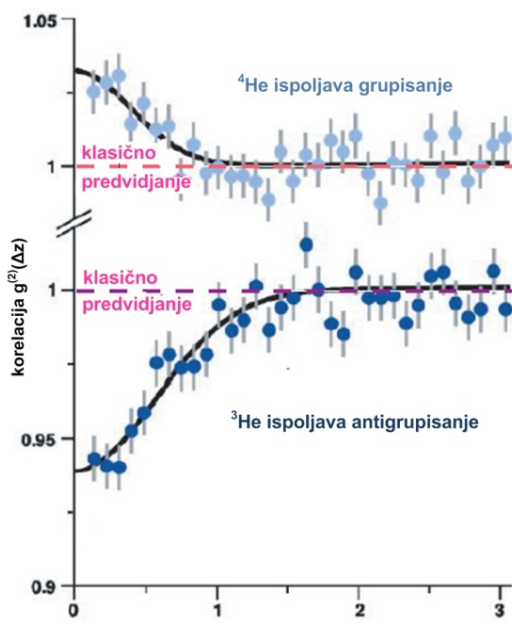
PONAŠANJE FOTONA

Jednostavan eksperiment, prikazan na [slici 58](#), omogućava posmatranje važnog vida ponašanja fotona. Uzme se izvor koji istovremeno emituje dva nerazličita fotona, to jest dva fotona jednake učestanosti i polarizacije. Par fotona je prema tome u zapetljanom stanju. U laboratoriji se takav izvor može ostvariti pomoću silaznog pretvarača, materijala koji pretvara foton učestanosti $2f$ u dva fotona učestanosti f . Dva zapetljana fotona, pošto pređu tačno jednaka rastojanja, učini se da uđu na dve strane uređaja za idealno cepanje zraka (na primer poluposrebrano ogledalo). Dva detektora su postavljena na dva izlaza uređaja za cepanje zraka. Eksperimenti pokazuju da se oba fotona uvek detektuju na istoj strani, a nikada razdvojeni na suprotnim stranama. ([Ref. 74](#)). Ovo se dešava pošto se dve opcije u kojima se jedan foton prenosi, a drugi se ogleda, poništavaju interferencijom. (Razmatranje izneto u predhodnom tekstu, na [strani 49](#), primenljivo je i ovde: uprkos tome što učestvuju dva fotona, takođe i u ovom slučaju, kada se istraže detalji, samo jedan foton je u interferenciji sam sa sobom. ([Ref. 75](#)).



Slika 58 Emisija dva fotona i interferencija: dva fotona koje se ne mogu razlikovati uvek dolaze zajedno do istog detektora

Eksperiment pokazuje da se fotoni ponašaju kao **bozoni**. U stvari, u istom eksperimentu, fermioni se ponašaju tačno na suprotan način, dva fermiona uvek se detektuju posebno na **suprotnim** stranama, a nikada zajedno na istoj strani.



Slika 59 Grupisanje ^4He i antigrupisanje ^3He atoma helijuma:rezultati merenja, detektor i eksperiment (iz atomoptic.iota.u-psud.fr/research/helium/helium.html, foto © Denis Boiron, Jerome Chatin).

GRUPISANJE I ANTIGRUPISANJE

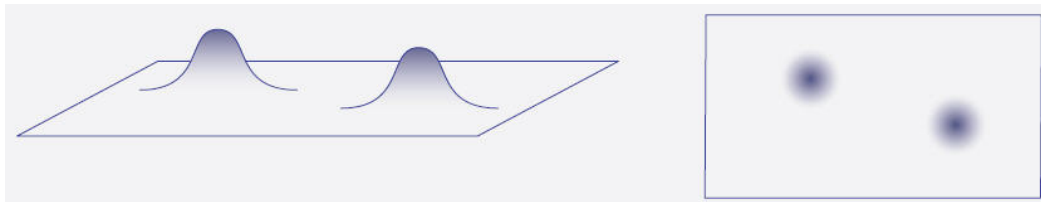
Drugi način da se ispita osobina razmene čestica je eksperiment Hanberi Braun-Tvis (Hanbury Brown–Twiss) koji je opisan ranije ([strana 44](#)). Pre svega, ovaj lep eksperiment pokazuje da se kvantne čestice ponašaju drugačije no klasične čestice. Osim toga, u poređenju sa klasičnim česticama, fermioni ispoljavaju antigrupisanje – zbog Paulijevog načela isključivosti – dok bozoni pokazuju grupisanje. Hanberi Braun i Tvis izveli su eksperiment sa fotonima koji su bozoni.

Godine 2005., istraživači iz saradnje Francuska-Holandija izveli su eksperiment sa atomima. (*Ref. 76*). Korišćenjem izuzetno hladnog gasa helijuma na 500 nK i uz mudro odabran postupak detekcije, oni su bili u stanju da izmere krive korelacije tipične za efekt. Rezultati, prikazani na *sllici 59*, potvrđuju da je ^3He fermion, a $^4\text{Helijum}$ je bozon, kao što je i predpostavljano iz pravila slaganja kvantnih čestica.

ZAVISNOST ENERGIJE OD SIMETRIJE PERMUTACIJE

Ako nas eksperimenti primoraju za zaključimo kako niko, pa čak ni priroda ne može da napravi razliku između dve čestice iste vrste, zaključujemo da one ne oblikuju dva zasebna subjekta, već neku vrstu jedinstva. Naš naivan, klasičan osećaj za čestice kao zasebne subjekte od ostatka sveta, prema tome je netačan opis pojave “čestica”. Ustvari, nijedan eksperiment ne može da prati čestice koje imaju iste sopstvene osobine, na takav način da se one mogu razlikovati sa sigurnošću. Ova nemogućnost je proverena eksperimentalno sa svim elementarnim česticama, sa jezgrima, sa atomima i sa brojnim molekulima.

Kako se to uklapa u svakodnevni život, to jest u klasičnu fiziku? Fotoni mas ovde toliko ne brinu. Hajde da pažnju usmerimo na materijalne čestice. Znamo da smo sposobni da razlikujemo elektrone tako što ukazujemo na provodnik kroz koji teku i da možemo da razlikujemo naš frižider od komšijinog. Dok kvant rada čini razlikovanje nemogućim, svakodnevni život to omogućava.



Slika 60 Prikazivanje čestica kao lokalne pobuđenosti (levo) ili kao oblaka (desno)

Najjednostavnije objašnjenje za oba zapažanja je da se zamisli mikroskopska čestica, posebno ona elementarna, kao izbočina, to jest lokalna pobuđenost vakuuma, ili kao tanak oblak. *Slika 60* prikazuje takve dve izbočine i dva oblaka koji predstavljaju čestice. Jasno je da ako su čestice isuviše blizu jedna drugoj, nema smisla praviti razliku; ne možemo da odredimo o kojoj čestici se radi.

Slika sa izbočinama pokazuje da čak i kada su čestice ili na velikim rastojanjima ili kada ih razdvajaju zidovi velikog potencijala, razlikovanje identičnih čestica postaje moguće. U takvoj situaciji postoji merenje koje nam omogućava da pratimo nezavisno čestice – kao što znamo iz svakodnevnog života. Drugim rečima, možemo da odredimo graničnu energiju pri kojoj postaje bitna simetrija permutacije predmeta ili čestica na rastojanju d . Ona je određena sa

$$E = \frac{c\hbar}{d} \quad (58)$$

Jeste li sposobni da potvrdite izraz? (*Izazov 96e*). Na primer, na svakodnevnim temperaturama možemo da međusobno razlikujemo atome unutar čvrstih tela, pošto je tako izračunata energija mnogo veća od toplotne energije atoma. Za zabavu, vi ćete možda poželeti da odredite na kojoj energiji dva zaista identična blizanca više ne mogu da se razlikuju. (*Izazov 97e*). Procenite na kojoj energiji statistički karakteri drveća ili frižidera postaju očigledni.

Da zaključimo, u svakodnevnom životu mi smo u stanju da razlikujemo predmete i prema tome ljude iz dva razloga: zbog toga što su načinjene od **mnogo** delova, i zbog toga što živimo u okruženju sa **malom energijom**. Slika ispućenja čestica obezbeđuje nam ideju da pravljenje razlike postoji za predmete u svakodnevnom životu, ali ne i za čestice u mikroskopskom području.

Pitanje energije odmah dodaje novu temu za razmatranje. Kako možemo da opišemo fermione i bozone u prisustvu virtualnih čestica i antičestica?

NERAZLIKOVANJE U KVANTNOJ TEORIJI POLJA

Kvantna teorija polja, kako ćemo uskoro da vidimo, jednostavno postavlja ideju izbočine oblaka sa *slike 60* u jezik matematike. Situacija bez izbočina se naziva **stanje vakuuma**. Kvantna teorija polja opisuje sve čestice date vrste kao **pobuđenost** pojedinačnog osnovnog polja. Čestice ne mogu da se razlikuju pošto je svaka čestica pobuđenost istog osnovnog supstrata, a svaka pobuđenost ima iste osobine. Situacija sa jednom česticom onda je opisana stanjem vakuuma koje deluje na **operator stvaranja**. Dodavanje druge

čestice opisano je dodavanjem drugog operatora stvaranja, a oduzimanje čestice dodavanjem **operatora uništavanja**; pokazalo se da je ovaj poslednji povezan sa prvim.

Kvantna teorija polja proučava kako stvaranje i uništavanje moraju da se ponašaju da bi se opisalo posmatranje.¹ Tako se stiže do sledećih zaključaka:

- Operatori polja za čestice sa spinom polovine celog broja su fermioni i podrazumevaju (lokalnu) antikomutaciju.
- Polja sa spinom celog broja su bozoni i podrazumevju (lokalnu) komutaciju.
- Za sve operatore polja za razdvajanja slična prostoru nestaju komutator, respektivno antikomutator.
- Antičestice fermiona su fermioni i antičestice bozona su bozoni.
- Virtualne čestice ponašaju se pri promeni kao njihovi realni duplikati.

Ove povezanosti predstavljaju osnovu kvantne teorije polja. One opisuju kako su čestice identične, još preciznije kako se one ponašaju pri permutaciji.

Ali zašto su kvantne čestice identične? Zašto su svi elektroni identični? Kvantna teorija polja opisuje elektrone kao identične pobuđenosti vakuuma i kao takvi oni su identični po konstrukciji. Naravno, ovaj odgovor je zadovoljavajući samo delimično. Naći ćemo bolje tek u poslednjem delu našeg uspona na planinu.

KOLIKO POUZDANO JE POTVRĐENA SIMETRIJA PERMUTACIJE?

Da li su elektroni savršeni fermioni? Godine 1990. Ramberg i Snov izvršili su jednostavan ali efektivan eksperiment, proveravajući ponašanje njihovih fermiona. (**Ref. 77**). Oni su propuštali tokom jednog meseca električnu struju jačine 30 A kroz bakarni provodnik i tražili emisiju X-zraka. Nisu je uopšte našli. Zaključili su da su elektroni uvek u nesimetričnom stanju, sa simetričnom komponentom manjom od

$$2 \cdot 10^{-26} \quad (61)$$

ukupnog stanja. Ukratko, elektroni su uvek u nesimetričnom stanju: oni su fermioni.

Zaključak posle ovog elegantnog eksperimenta je sledeći. Ako elektroni nebi uvek bili fermioni, tu i tamo bi elektron mogao da padne na niži energetski nivo atoma bakra, što bi dovelo do emisije X-zraka. Odsustvo zakvog X-zračenja podrazumeva da su elektroni fermioni uz vrlo veliku pouzdanost. X-zraci bi mogli da budu emitovani jedino ako bi oni bili bozoni, makar tokom kratkog vremena. Zaista, dva elektrona, budući da su fermioni, ne mogu da budu u istom kvantnom stanju: ovo ograničenje se naziva **Paulijevo načelo isključivosti**. Ono se primenjuje na sve fermione i ono je tema sledećeg poglavlja.

KOPIJE, KLONOVI I RUKAVICE

Mogu li klasični sistemi da budu nerazpoznatljivi? Mogu: veliki molekuli su primer – pod uslovom da su načinjeni od tačno istih izotopa. Mogu li **veliki** klasični sistemi, načinjeni od mola ili više čestica da budu nerazpoznatljivi? Ovo jednostavno pitanje ustvari pita da li je **savršena** kopija, ili (fizički) **klon** moguć u fizičkom sistemu. Moglo bi da se tvrdi da li bilo koja fabrika za masovnu proizvodnju dobara, kao što je ona koja proizvodi dugmad za košulje ili spajalice za papir, dokazuje da su kopije moguće. Ali izgled obmanjuje. Pod mikroskopom obično postoje nale razlike. Da li je to uvek slučaj? Godine 1982., holanski fizičar Denis Diks (Dennis Dieks) i nezavisno od njega američki fizičari Vuters (Wootters) i Zurek (Zurek), objavili su prost dokaz da nisu moguće kopije kvantnih sistema. (**Ref. 78**). To je poznata teorema **nekloniranja**.

Aparat za kopiranje je takva mašina koja uzme original, očita sve njegove osobine i napravi kopiju, pri čemu original ostavi neizmenjen. Ova odrednica izgleda jednostavno. Međutim, mi znamo da ako

¹ Uvek kada

$$[b, b^\dagger] = bb^\dagger - b^\dagger b = 1 \quad (59)$$

sadrži između operatora stvaranja $b^\dagger$ i operatora uništenja b , operatori opisuju **bozon**. Bodež (†) može tada da se posmatra kao da opisuje operaciju dodavanja; dvostruki bodež ($^\dagger^\dagger$) je kao da bodeža nema. Ako su operatori stvaranja i uništenja za čestice antikomutativni

$$\{d, d^\dagger\} = dd^\dagger + d^\dagger d = 1 \quad (60)$$

oni opisuju **fermion**. Tako definisane zagrade nazivaju se **antikomutativne zagrade**.

izdvojimo informacije iz originala, mi smo u interakciji sa njim. Kao rezultat toga sistem će se promeniti najmanje za kvant rada. Prema tome očekujemo da usled kvantne teorije kopije i originali nikada ne mogu da budu identični.¹

Kvantna teorija zaista pokazuje da su mašine za kopiranje nemoguće. Mašina za kopiranje je opisana operatorom koji koji preslikava stanje originalnog sistema u stanje kopije. Drugim rečima, mašina za kopiranje je linearna. Ova linearnost donosi probleme. Prosto rečeno, ako je mašina za kopiranje bila sposobna da kopira original u stanje $|A\rangle$ ili u stanje $|B\rangle$, ona nebi mogla da radi ako bi stanje originala bilo zbir $|A+B\rangle$. Hajde da vidimo zbog čega.

Mašina za kopiranje je uređaj opisan operatorom U koji menja početno stanje kopije $|s\rangle_c$ na sledeći način:

- Ako je original u stanju $|A\rangle$, mašina za kopiranje deluje na kopiju $|s\rangle_c$ kao

$$U|A\rangle|s\rangle_c = |A\rangle|A\rangle_c \quad (62)$$

- Ako je original u stanju $|B\rangle$, mašina za kopiranje deluje na kopiju $|s\rangle_c$ kao

$$U|B\rangle|s\rangle_c = |B\rangle|B\rangle_c \quad (63)$$

Kao rezultat ova dva zahteva, original koji je u stanju $|A+B\rangle$, mašina za kopiranje tretira ga kao

$$U|A+B\rangle|s\rangle_c = |A\rangle|A\rangle_c + |B\rangle|B\rangle_c \quad (64)$$

Ovo je u suprotnosti od onoga što želimo, što bi bilo

$$U_{\text{wanted}}|A+B\rangle|s\rangle_c = (|A\rangle + |B\rangle)(|A\rangle_c + |B\rangle_c) \quad (65)$$

Drugim rečima, mašina za kopiranje ne može da kopira stanje u potpunosti.² To je takozvana **teorema nekloniranja**.

Nemogućnost da se kopira svojstvena je kvantnoj teoriji. Ako bismo bili u stanju da kloniramo sisteme mogli bismo da izmerimo promenljive u sistemu, a druge promenljive u kopiji. Prema tome bili bismo u stanju da pobedimo relaciju neodređenosti u obe kopije. To je nemoguće. Ukratko, kopije su uvek nesavršene.

Nepostojanje mašine za kopiranje sa kvantnom mehanikom je razočaranje. Takva mašina iz naučne fantastike mogla bi da se snabde sa dva različita ulazna podatka, kao što su lav i koza, pa da proizvede sabiranjem: himeru³. Kvantna teorija pokazuje da ne mogu da se ostvare sva takva zamišljena bića ili situacije.

Ostali istraživači su tada istraživali koliko kopija može da bude što bliža savršenoj, posebno u klasičnim sistemima. (**Ref. 80**). Da se skрати dugačka priča, ova istraživanja su pokazala da je takođe nemoguće kopiranje ili kloniranje makroskopskih sistema. Jednostavno rečeno, **mašine za kopiranje ne postoje**. Kopija uvek može da se prepozna u odnosu na original ako je posmatranje izvršeno uz dovoljno pažnje. Posebno je to slučaj za biološke klonove; biološki klonovi su identični bliznaci rođeni posle odvojenih trudnoća. Oni se razlikuju po otiscima prstiju, skeniranju dužice oka, fizičkom i emotivnom pamćenju, strukturi mozga i mnogim drugim pogledima. (Možete li da nabrojite još nekoliko?) (**Izazov 99s**). Ukratko, biološki klonovi, slično identičnim blizancima, nisu kopije jedne drugih.

¹ Ovo izgleda da obezbeđuje rešenje u vezi falsifikovanja novčanica. Ustvari, Stiven Visner (Stephen Wiesner) predložio je primenu kvantne teorije još 1970. godine; on je zamislio da se koriste polarizacije ubačenih fotona kao bitova u serijske brojeve. (**Ref. 79**). Možete li da objasnite zbog čega to ne deluje? (**Izazov 98s**).

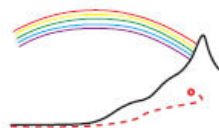
² Teorema nekloniranja postavlja mnoga ograničenja u kvantne računare, pošto je izračunavanjima često potreban međurezultat. Teorema takođe pokazuje da je komunikacija brža od svetlosti nemoguća u EPR (*Einstein–Podolsky–Rosen* paradoks) eksperimentima. Kao nadoknada, **kvantna kriptografija** postaje moguća – makar u laboratoriji. Ustvari, teorema nekloniranja pokazuje da niko ne može da kopira kvantnu poruku a da ne bude primećen. Specifični načini da se koristi ovaj rezultat u kriptografiji je Benet-Brasar (Bennett-Brassard) protokol iz 1984. godine i Ekert protokol iz 1991. godine.

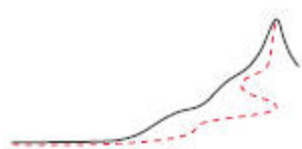
³ U grčkoj mitologiji himera je bila čudovište koje bljuje vatru, sastavljeno od delova koze, lava i zmije.

Ukratko, za predmete iz svakodnevnog života, kao što su fotokopije, lopte bilijara ili blizanci, uvek može da se napravi razlika. Postoje dva razloga: prvi, kvantni efekti nemaju značaj u svakodnevnom životu, tako da nema opasnosti od neopaženih promena; drugo, savršeni klonovi klasičnih sistema inače ne postoje, tako da uvek postoji mala različitost između bilo koja dva objekta, iako oni izgledaju na prvi pogled da su identični. Za rukavice, budući da su one klasični sistemi, uvek može da se napravi razlika.

ZAKLJUČAK

Kao posledica kvanta rada $\hbar$, za kvantne čestice se **ne može uočiti razlika**. To se događa na dva načina: one su ili bozoni ili fermioni. Čak ni priroda nije sposobna da napravi razliku među identičnim kvantnim česticama. Međutim, uprkos nerazlikovanju kvantona, stanje fizičkog sistema ne može da se iskopira u drugi sistem koji sadrži isti broj čestica. Prema tome, savršeni klonovi ne postoje u prirodi.





Poglavlje 6

OBRTANJE I STATISIKA – PREDSTAVLJANJE SPINA

Spin je opažanje da materijalni zrak može da se polarizuje; zraci mogu da se obrću. Spin prema tome opisuje kako se čestice ponašaju pri obrtanju. Čestice zato nisu samo tačkase kvantne čestice: kvantne čestice mogu da se obrću oko svojih osa. (**Strana 83**). Ovo svojstvo obrtanja naziva se spin; kao i makroskopsko obrtanje i ono je opisano momentom količine kretanja. U tekstu koji sledi mi ćemo se podsetiti da je spin kvantona vrednovan u jedinicama od $\hbar/2$. Zatim ćemo pokazati dublju posledicu: vrednost spina određuje da li je kvantna čestica, kao i svaki opšti kvantni sistem, bozon ili fermion.

KVANTNE ČESTICE I SIMETRIJA

Opstu podlogu za pojavu spina razjasnio je Judžin Vigner (Eugen Wigner) 1939. godine.¹ (**Ref. 81**). Počeo je od zaključka da svaka kvantna čestica, ako je **elementarna**, mora da se ponaša kao **nesvodljiv prikaz** skupa svih promena tačaka posmatranja. Skup promena tačaka posmatranja obrazuje grupu simetrije ravnog prostor-vremena, takozvanu **nehomogenu Lorencovu grupu**. Zašto?

Videli smo u odeljku o simetriji u prvom delu ove avanture (**Vol. I, strana 197**) da simetrija bilo kojeg složenog sistema dovodi do izvesnih zahteva u pogledu sastavnih delova sistema. Ukoliko sastavni delovi ne slede ove zahteve, oni ne mogu da izgrade simetriju složenog sistema.

Iz svakodnevnog života i preciznih eksperimenata znamo da su svi fizički sistemi simetrični pri pomeranju u vremenu i prostoru, pri obrtanju, pri pojačavanju i – u mnogim slučajevima – pri odbijanju u ogledalu, promeni materija-antimaterija i dvosmernom kretanju. Ove simetrije znamo iz svakodnevnog života; na primer, korist od onoga što nazivamo “iskustvo” u svakodnevnom životu jednostavno je posledica simetrije pomeranja u vremenu. Skup svih ovih zajedničkih simetrija, ili preciznije svih ovih pretvaranja simetrija naziva se **nehomogena Lorencova grupa**.

Ove **simetrije**, to jest ove promene tačaka posmatranja, dovode do izvesnih zahteva za sastavne delove fizičkih sistema, to jest za elementarne kvantne čestice. U matematičkom jeziku, zahtev je izražen tako što se kaže da **elementarne čestice** moraju da budu **nesvodljivi prikazi** grupe simetrije. (**Vol. I, strana 197**).

Svaki udžbenik iz kvantne teorije iznosi ovo obrazloženje u sistematskim detaljima. Počevši od Lorencove grupe, dobija se popis svih mogućih nesvodljivih predstavnika, drugačije rečeno, popis svih mogućih načina na koje mogu da se ponašaju elementarne čestice.² Unošenjem u katalog svih mogućnosti, nalazi se pre svega da je svaka elementarna čestica opisana sa **4-količinom kretanja** – nije novost do sada – unutrašnjom količinom kretanja, spinom i skupom **pariteta**.

- 4-količina kretanja rezultat je prenosa simetrije prirode. Vrednost količine kretanja opisuje kako se čestica ponaša pri pomeranju, to jest promeni položaja i vremena tačke posmatranja. Veličina 4-količine kretanja je invarijantno svojstvo, koje određuje masu, pri čemu je njeno usmerenje slobodno u prostor-vremenu.
- Spin je posledica usled simetrije obrtanja u prirodi. Vrednost spina opisuje kako se predmet ponaša pri obrtanju u tri dimenzije, to jest pri promeni usmerenja tačke posmatranja.³ Veličina spina je invarijantno svojstvo, a njegovo usmerenje ima različite mogućnosti, u zavisnosti od smera kretanja.

¹ Judžin Vigner (Eugene Wigner, 1902. Budapest – 1995. Princeton), teoretski fizičar, dobio je Nobelovu nagradu za fiziku 1963. godine. Napisao je preko 500 radova, većinom o različitim vidovima simetrije u prirodi. Takođe je bio poznat po tome što je bio najučtiviji fizičar na svetu.

² Da bi bili fizički relevantni za kvantnu teoriju, prikazi moraju biti **jedinstveni**. Potpuna lista **nesvodljivih** i **jedinstvenih prikaza** promena tačaka posmatranja tako pruža raspon mogućnosti za bilo koju česticu koja želi da bude elementarna.

³ Grupa fizičkog obrtanja naziva se takođe $SO(3)$, pošto je matematički opisana grupom Special Orthogonal 3, sa 3 matrice

Osim toga, spin kvantnih čestica sa masom ponaša se različito od onog kojeg imaju kvantne čestice bez mase.

Za kvantne čestice **sa masom** nehomogena Lorencova grupa podrazumeva da je invarijantna veličina spina $\sqrt{J(J+1)} \hbar$, što se često piše, radi skraćivanja kao J . Zato je uobičajeno da se piše “spin J ” umesto glomaznog “spin $\sqrt{J(J+1)} \hbar$ ”. Pošto vrednost kvantnog broja J određuje vrednost momenta količine kretanja, ona daje predstavu o obrtanju posmatrane vrste čestice. Istraživanja pokazuju da kvantni broj spina J može da bude svaki umnožak $1/2$, to jest da ima vrednosti $0, 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2$ itd. Kao što je sabrano u **Tabeli 4**, eksperimenti pokazuju da elektroni, protoni i neutroni imaju spin $1/2$, čestice W i Z imaju spin 1 , a atom helijuma ima spin 0 . Osim toga, predstavljanje spina J ima $2J + 1$ dimenziju, što znači da prostorno usmerenje spina ima $2J + 1$ mogućih vrednosti. Za elektrone, koji imaju $J = 1/2$, postoje prema tome dve mogućnosti, a one se uobičajeno nazivju “gore” i “dole”. Spin prema tome ima samo **diskretne** vrednosti. To je u suprotnosti od linearne količine kretanja, čije je predstavljanje u beskonačno dimenzija i čije moguće vrednosti daju **neprekidno** područje.

Isto tako kvantne čestice bez mase opisane su preko vrednosti njihovog spina. On može da ima iste vrednosti kao u slučaju čestica sa masom. Na primer, fotoni u gluoni imaju spin 1 . Za čestice bez mase predstavljanje je jednodimenzionalno, tako da su čestice bez mase potpuno opisane njihovom **helikoidom**, određenom kao projekcija spina na smer kretanja. Čestice bez mase mogu imati pozitivnu ili negativnu helicoidu, često imenovanom kao leva ili desna polarizacija. Ne postoji druga sloboda za orijentaciju spina u slučaju čestice bez mase.

- Da bi se upotrebio popis svojstava čestica, mora biti uvrštena i preostala diskretna simetrija nehomogene Lorencove grupe. Pošto su pariteti **dvosmerno kretanje**, **prostorni paritet** i **izmena naelektrisanja**, svaka elementarna čestica mora da bude opisana dodatnim brojevima, nazvanim T, P i C, od kojih svaki može da ima vrednost $+1$ ili -1 . Budući da su pariteti, ovi brojevi moraju biti **umnošci** kako bi dali vrednost za složeni sistem.

VRSTE KVANTNIH ČESTICA

Vrednosti spina opažene za sve kvantne čestice u prirodi date su u **Tabeli 4**. Pariteti i sva poznata sopstvena svojstva elementarnih čestica navedena su u **Tabeli 5**. Spin i pariteti, uzeti zajedno, nazivaju se **kvantni brojevi**. sva druga sopstvena svojstva kvantona, kao što su masa, električni naboj ili izospin, povezane su sa interakcijama. Njih ćemo objasniti u narednom poglavlju. (**Vol. V, strana 123**).

TABELA 4 Spinovi čestica kao predstavljanje grupe obrtanja

Spin ($\hbar$)	Sistem ostaje nepromenjen posle obrtanja za	Primeri sa masom...		... i bez mase
		elementarne	složene	elementarne
0	svaki ugao	Higsov bozon	mezoni, jezgra atomi	nema ^a
1/2	2 obrta	$e, \mu, \tau, q, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	jezgra, atomi, molekuli radikali	nema, pošto elektroni imaju malu masu
1	1 obrt	W, Z	mezoni, jezgra, molekuli, tosteri	foton γ , gluon g
3/2	2/3 obrta	nema ^a	barioni, jezgra, atomi	nema ^a
2	1/2 obrta	nema	jezgra	“gravition” ^b
5/2	2/5 obrta	nema	jezgra	nema
3	1/3 obrta	nema	jezgra	nema
itd ^c	itd ^c	itd ^c	itd ^c	nije moguće

a – supersimetrija pretpostavljena u dvadesetom veku, predviđena za elementarne čestice u ovom i drugim poljima tabele

b – gravition još uvek nije zapažen

c – postoje jezgra sa spinom do najmanje $101/2$ i 52 (u jedinicama $\hbar$) (**Ref. 82**).

Ukratko, simetrije u prirodi dovode do klasifikacije svih elementarnih kvantnih čestica prema njihovoj masi, njihovoj količini kretanja, njihovom spinu i njihovom paritetu P, C i T.

TABELA 5 Svojstva elementarnih čestica

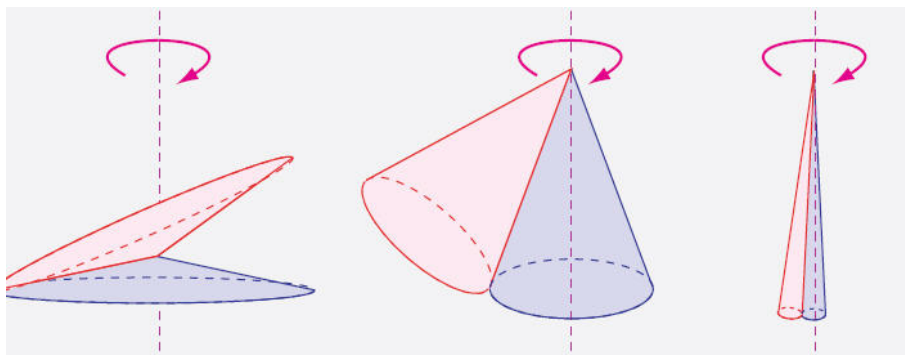
Čestica	Masa m^a	Trajanje τ ili širina energije, ^b način glavnog raspada	Izospin I , spin J , ^c paritet P , paritet naboja C	Naboj, izospin, neobičnost, ^c šarm, lepota, ^d topnost (QISCBT) ^g	Broj lepton & barion ^e LB
Elementarno zračenje (bozoni)					
foton γ	0 ($<10^{-33}$ kg)	stabilan	$I(J^{PC}) = 0,1(1^-)$	000000	0,0
$W^\pm$	80,398(25) GeV/c ²	2,124(41) GeV 67,60(27) % hadroni, 32,12(36) % l^+ , ν	$J = 1$	± 100000	0,0
Z	91,1876(21) GeV/c ²	$2,65(2) \cdot 10^{-25}$ s ili 2,4952(23) GeV/s ² 69,91(6) % hadroni 10,0974(69) % l^+ , l^-	$J = 1$	000000	0,0
gluon	0	stabilan	$I(J^P) = 0(1^-)$	000000	0,0
Elementarna materija (fermioni): leptoni					
elektron e	$9,10938215(45) \cdot 10^{-31}$ kg = 81,8710438(41) pJ/c ² = 0,510998910(13) MeV/c ² = 0,00054857990943(23) u žiromagnetni odnos μ_e/μ_B = -1,0011596521811(7)	$> 13 \cdot 10^{30}$ s	$J = \frac{1}{2}$	-100000	1,0
mion μ	0,188353130(11) yg = 105,6583668(38) MeV/c ² = 0,1134289256(29) u žiromagnetni odnos $\mu_\mu/(e\hbar/2m_\mu) =$ 1,0011659208(6)	2,19703(4) μ s 99 % $e^- \nu_e \nu_\mu^-$	$J = \frac{1}{2}$	-100000	1,0
tau τ	1,77684(17) GeV/c ²	290,6(1,0) fs	$J = \frac{1}{2}$	-10000	1,0
elek.neutrino ν_e	< 2 eV/c ²		$J = \frac{1}{2}$		1,0
mion neutrino ν_μ	< 2 eV/c ²		$J = \frac{1}{2}$		1,0
tau neutrino ν_τ	< 2 eV/c ²		$J = \frac{1}{2}$		1,0
Elementarna materija (fermioni); kvarkovi^f					
gore u	1,5 do 3,3 MeV/c ²	kao proton	$I(J^P) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	$+\frac{2}{3} + \frac{1}{2} 0000$	$0, \frac{1}{3}$
dole d	3,5 do 6 MeV/c ²	kao proton	$I(J^P) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	$-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} 0000$	$0, \frac{1}{3}$
čudan s	70 do 130 MeV/c ²		$I(J^P) = 0 \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	$-\frac{1}{3} 0 - 1000$	$0, \frac{1}{3}$
šarmantan c	1,27 (11) GeV/c ²		$I(J^P) = 0 \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	$+\frac{2}{3} 00100$	$0, \frac{1}{3}$
donji b	4,20 (17) GeV/c ²	$\tau = 1,33(11)$ ps	$I(J^P) = 0 \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	$+\frac{2}{3} 000-10$	
gornji t	171 (2,1) GeV/c ²		$I(J^P) = 0 \left(\frac{1}{2}^+ \right)$	$+\frac{2}{3} 0000+1$	
Opaženi elementarni bozoni					
Higsov bozon	126 GeV/c ²		$J = 0$		

Primedbe:

- Pogledati tabelu prefiksa na **strani 160**. U vezi jedinice za masu ev/c^2 videti na **strani 163**.
- Širina energije Γ čestice u vezi je sa njenim trajanjem τ preko odnosa neodređenosti $\Gamma \cdot \tau = \hbar$. Postoji razlika između **vremena poluraspada** $\tau_{1/2}$ i trajanja τ čestice: oni su povezani preko jednakosti $\tau_{1/2} = \tau \ln 2$, gde je $\ln 2 = 0,69314718$; vreme poluraspada je prema tome kraće od trajanja. **Jedinstvena atomska masa** u definisana je kao 1/12 mase atoma ugljenika 12 u stanju mirovanja i u njegovom osnovnom stanju. Takođe je $1u = 1,6605402(10)$ yg
- Da bi se tabela skratila, u njenom zaglavlju nije izričito navedena **boja**, što je električni naboj u jakoj interakciji. Ona mora da se doda u popis osnovnih svojstava predmeta. Kvantni broj koji sadrži reč “paritet” je multiplikativan (množi se); svi ostali su aditivni (sabiraju se). Paritet vremena T (nije isto što i topnost T), bolje je pod nazivom paritet inverzije kretanja, jednak je sa CP kod svih poznatih čestica. Izospin I (ili I_z) definisan je samo za gornje i donje kvarkove i njihove sastave, kao što su protoni i neutroni. U Bibliografiji se takođe viđaju upućivanja na takozvani G-paritet, koji je definisan kao $G = (-1)^{IC}$.
U zaglavlju tabele isto tako nije pomenut **slab naboj** čestice. Detalji o slabom naboju g , ili preciznije, o slabom izospinu, kvantnom broju pridruženom levom fermionu (i desnom antifermionu), ali ne i desnom fermionu (i ne levom antifermionu), dat je odeljku poslednjeg dela (**Vol. VI, strana 183**) u opisu slabih interakcija.
- “Lepota” (“beauty”) sada se uobičajeno naziva **dno** (bottomness); slično tome, “istina” (truth) naziva se uobičajeno **topnost** (topness). Predznaci kvantnih brojeva S, I, C, B, T mogu da se odele na različite načine. U standardnom pridruživanju, koji je prikazan u tabeli, predznak svakog kvantnog broja koji ne nestaje određen je predznakom električnog naboja odgovarajućeg kvarka.
- Ukoliko postoji supersimetrija, R-paritet bi trebalo da bude dodan u tu kolonu. R-paritet je multiplikativni broj, koji je u vezi sa brojem leptona L , brojem bariona B i spinom J , preko definicije $R = (-1)^{3B+L+2J}$. Sve čestice iz standardnog modela su **R-parne**, dok su njihove predpostavljene supersimetrične partnerske čestice **R-neparne**.
- Za preciznu definiciju i značenje mase kvarka, videti u **Vol. V, strana 173**.
- Izraz u zagradi (QISCBT) predstavlja početna slova fizičkih oznaka ili engleskih reči za: **Q** – naboj **I** – izospin, **Strange** – neobičnost, **Charme** – šarm, **Beauty** – lepotu i **Topness** – topnost.

SPIN 1/2 I VEZANI OBJEKTI

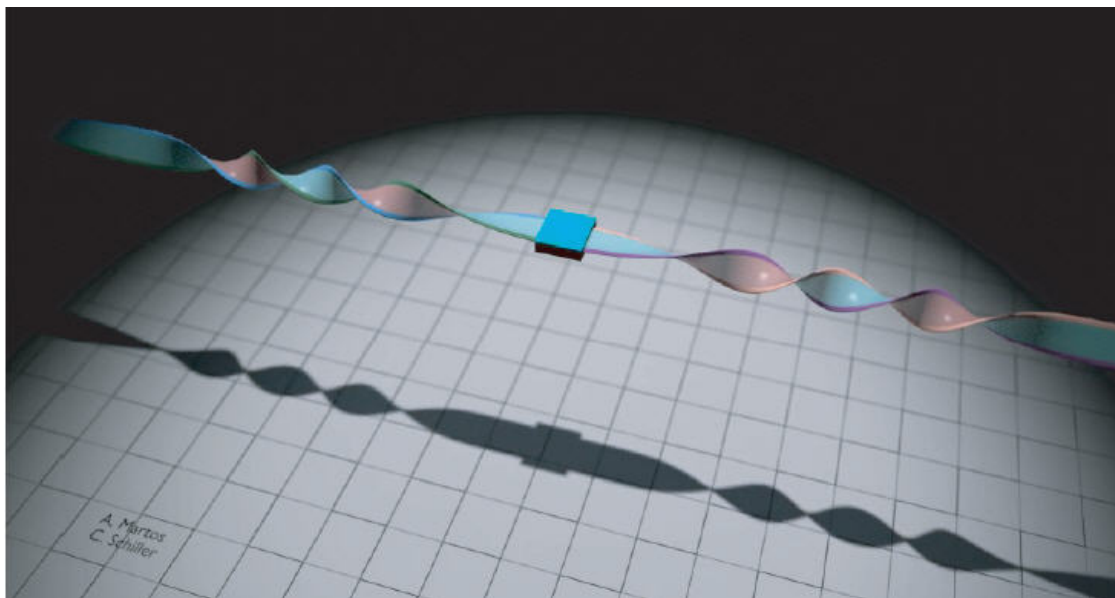
Glavni rezultat kvantne teorije je da spin 1/2 predstavlja mogućnost u prirodi, čak iako se ova vrednost ne javlja u svakodnevnom životu. Za sistem koji ima spin 1/2 znači da za takav sistem samo **dva obrtaja** je jednako kao da obrtanja nema, dok za **jedan obrtaj** to ne važi. U svakodnevnom životu ne postoji takav **prost** sistem sa ovim svojstvom: elektroni, neutrina, atomi srebra i radikali molekula imaju spin 1/2. **Tabela 4** daje prošireniji pregled.



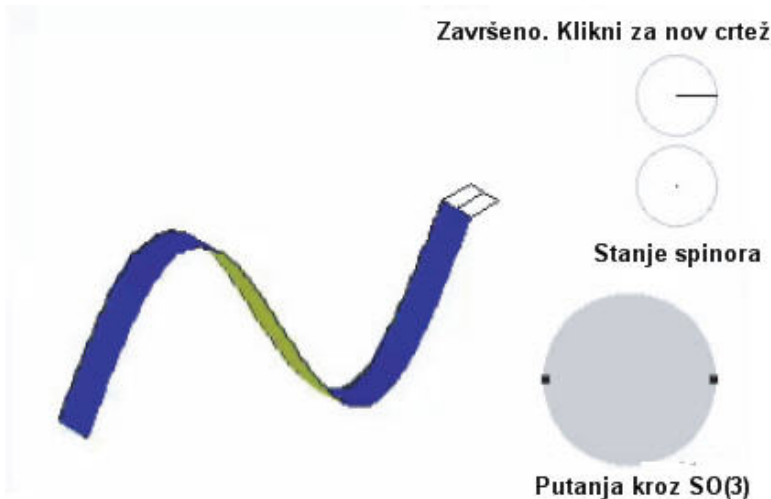
Slika 61 Postavka koja pokazuje da je obrtanje za 4π isto kao da nije bilo obrtanja (videti tekst)

Matematičar Herman Vajl (Hermann Weyl) koristio je jednostavnu sliku da bi objasnio povezanost spina 1/2 sa invarijantom pri obrtanju za 4π . (**Vol. I, strana 44**). Uzeo je dve kupe koje se dodiruju na njihovom vrhu i duž izvodnice, kao što je prikazano na **slici 61**. Jednu kupu je držao a drugu kotrljao oko nje. Kada je kupa koja se kotrljala, posle punog kruga oko nepomične kupe, to jest, oko svoje vertikalne ose, došla ponovo u svoj početni položaj, ona se obrtala za izvesan ugao. Ako su kupe bile široke, kao što je

prikazano na levoj strani slike, ugao obrtanja je mali. Ako su kupe veoma tanke, slično iglama, kupa koja se kretala obrnula se za (skoro) 720 stepeni. Ako bismo zamislili da se ugao kupe neprekidno menja, ova vizualizacija pokazuje da se obrtanje od 0 stepeni može neprekidno da se promeni u obrtanje od 720 stepeni. Nasuprot tome, obrtanje od 360 stepeni ne može da se “poništi” na takav način. (*Izazov 100e*).



Slika 62 Zamislite da je opasač nevidljiv, ali da se predmet u obliku kvadrata vidi i da predstavlja česticu. Animacija tada pokazuje da takva čestice (predmet u obliku kvadrata) može da se vrati u početni položaj posle obrtanja za 4π (ne posle 2π). Takva “opasačka” čestica prema tome ispunjava definisano svojstvo čestice sa spinom $1/2$, obrtanje za 4π isto je kao da obrtanja nije ni bilo. Opasač stoga predstavlja **spinor** talasne funkcije; na primer, obrtanje za 2π dovodi do uvijanja; to znači promenu znaka talasne funkcije. Obrtanje za 4π nema uticaja na talasnu funkciju. Ovaj trik možete ponoviti kod kuće pomoću trake papira. To je isto prikazano ovde sa dva spojena opasča, ali trik uspeva i sa bilo kojim parnim brojem opasča. (QuickTime film © Antonio Martos, pogledati na veb strani [youtube.com/watch?v=ICEIgznuHmg](https://www.youtube.com/watch?v=ICEIgznuHmg))

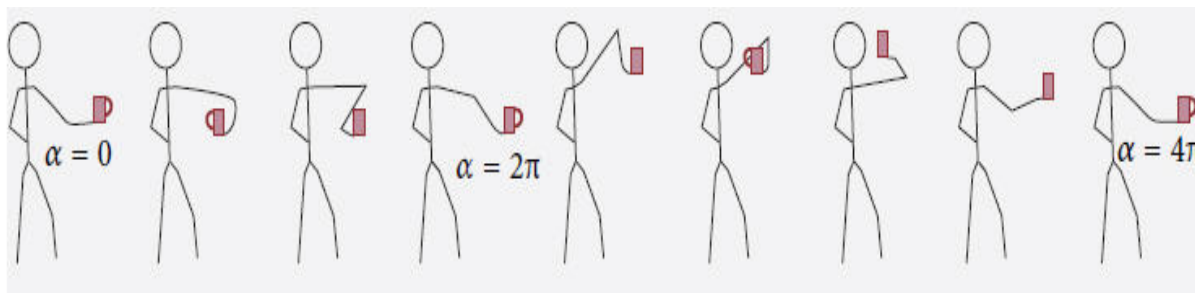


Slika 63 Trik sa jednim opasačem: dvostruko obrtanje kopče opasača isto je kao da nije bilo obrtanja (QuickTime film © Greg Egan, pogledati na veb strani [youtube.com/watch?v=Vfh21o-JW9Q](https://www.youtube.com/watch?v=Vfh21o-JW9Q))

Postoje sistemi u svakodnevnom životu koji se ponašaju kao da su sa spinom $1/2$, ali svi takvi sistemi su vezani. Najpoznatiji sistem je opasač. *Slika 62* i *slika 63* pokazuju da je obrtanje kopče opasača za 4π isto kao da obrtanja nije ni bilo: to se lako postiže ako se opasač okreće oko sebe. Možda želite da ponovite proces sami, koristeći stvarni opasač ili traku papira, kako biste dobili osećaj za to. (*Izazov 101e*). Proces rasplitanja se često naziva **trik sa opasačem**, ali isto tako i **trik sa makazama**, **trik sa pločom**, **trik sa konopcem**, **filipinski vinski ples** ili **svadbeni ples sa Balija**. Ovo se vrlo često, ali netačno, pripisuje Diraku, pošto je on to jako koristio u svojim predavanjima.

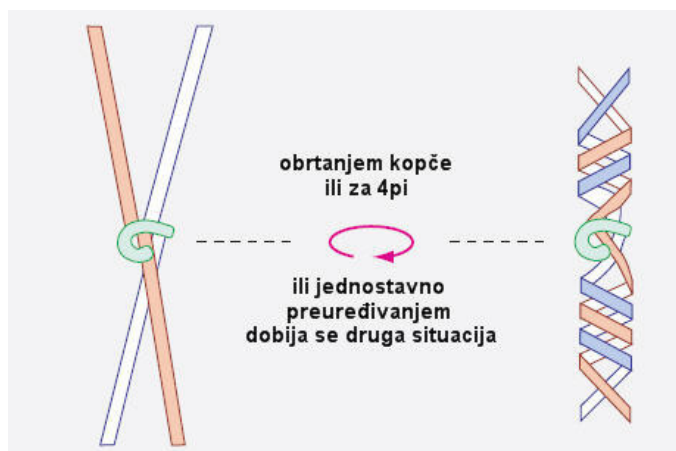
Ljudsko telo ima isti takav ugrađen opasač: **ruka**. Koristite vaše ruku, stavite i nju neki predmet za pojašnjenje, kao što je šolja, i obrnite ruku i predmet za 2π , okretanjem ruke. Posle drugog obrtanja ceo sistem će biti ponovo raspeljtan, kao što je prikazano na **slici 64**. Trik je još upečatljiviji ako se koristi više ruku. Možete staviti svoje dve ruke (ako odaberete tačan početni položaj) ispod šolje ili možete uzeti jednog ili dva prijatelja od kojih svaki, zajedno s vama, drži ruku prislonjenu za šolju. (**Izazov 102e**). Trik sa opasačem može i dalje da se izvodi, a ceo sistem se raspeljta posle dva puna obrtaja. (**Izazov 103e**).

To nas dovodi do još opštijeg načina da pokažemo povezanost vezivanja i spina $1/2$. Samo zalepite bilo koji broj repova, opasača ili cevi, recimo pola metra dugačkih, na neki predmet. kao što je prikazano na **slici 65**. (Sa više takvih repova više nije prikladno da se to naziva kopča opasača.)



Slika 64 Ljudska ruka kao model spin $1/2$ (videti na [youtube.com/watch?v=ay3gNFpB6wM](https://www.youtube.com/watch?v=ay3gNFpB6wM))

Predpostavlja se da se svaka traka proteže do beskonačnosti u prostoru i da se tamo pričvršćena. Umesto da je pričvršćen u beskonačnosti prostora, isto tako se može zamisliti da su opasači pričvršćeni za daleki stalan predmet, kao što je ruka pričvršćena za ljudsko telo. Ako se predmet koji predstavlja česticu obrne za 2π , pojaviće se uvrtnja na njegovim repovima. Ako se predmet obrne za još jedan dodatni obrt, do ukupno 4π , može da se postigne da nestanu sva uvrtnja i zapleti, a da se predmet ne pokrene ili obrne. Da biste u to poverovali, potrebno je da to doživite. A proces zaista radi sa **svakim** brojem traka pričvršćenim za predmet. Sa veb strane evl.uic.edu/hypercomplex/html/dirac.html može da se učita lep ptikaz animacije (dirac.mpg) koji prikazuje ovaj proces sa četiri pričvršćena opasača.



Slika 65 Uopšten trik sa opasačem, koji je model ponašanja čestice sa spin $1/2$ pri obrtanju. Nezavisno od broja traka ili cevi ili kanapa, dve situacije se mogu pretvoriti jedna u drugu, ili obrtanjem centralnog predmeta za 4π ili zadržati nepokretnim centralni predmet, i okretati trake oko njega.

Ukratko, sve ove animacije pokazuju da se kopča opasača, a ustvari i svi (dovoljno) vezani sistemi, vraćaju u početno stanje posle obrtanja za 4π , a ne posle obrtanja samo za 2π . **Vezani objekti se ponašaju kao čestica sa spinom $1/2$** . Ustvari, vezani objekti, kao što je kopča opasača, jedini su sistemi koji mogu da predstavljaju svojstva spina $1/2$. (**Izazov 104e**). U poslednjem delu naše avanture otkrićemo dubok osnovni razlog za jednakost spina $1/2$ čestice i vezanih sistema.

Istraživanjem simetrija talasnih funkcija kvantna teorija pokazuje da obrtanje **zahteva** postojanje spina za sve kvantne čestice. Ispitivanje talasne funkcije pokazuje da se talasne funkcije elementarnih materijalnih čestica ponašaju prilikom obrtanja kao vezani objekti. Na primer, talasna funkcija čiji je vezani ekvivalent uvrnut dobija negativan predznak.

Ukratko, kvantna teorija podrazumeva postojanje vrednosti spina $1/2$, što je suprotno intuiciji. Naročito, ona se javlja za elementarne materijalne čestice.

PROŠIRENJE TRIKA SA OPASAČEM

Zbog čega eksperimenti pokazuju da svi fermioni imaju spin polovine celog broja, a da svi bozoni imaju celobrojni spin? Naročito, zašto elektroni poštuju Paulijevo načelo isključivosti? (**Strana 106**). Na prvi pogled nije jasno kako vrednost spina ima veze sa statističkim svojstvima čestice. Zapravo, postoji više načina da se pokaže da su obrtanje i statistika povezani. Prvi dokaz, od Volfganga Paulija, (**Ref. 85**) koristi detalje kvantne teorije polja i bila je tako komplikovana da je njen suštinski sadržaj bio sakriven. Bilo je potrebno kekoliko dekada da se svi uvere kako je dalje zapažanje sa opasačima bilo centralni deo dokaza. (**Ref. 86**).

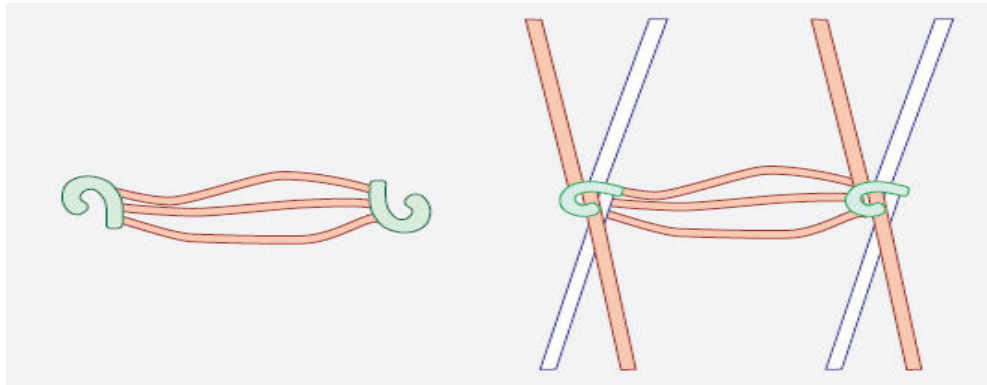
Počevši od modela kvantnih čestica kao izbočina, prikazanog na **slici 60**, (**strana 95**) možemo da zamislimo cevčicu koja spaja dve čestice, slično kao što opasač spaja dve kopče opasača, kao što je prikazano na **slici 66**. Kopče predstavljaju čestice. Cevčica prati njihovu relativnu orijentaciju. Ako se jedna čestica/kopča obrne za 2π oko bilo koje ose, u opasač se unese uvrtnanje. Kao što je upravo prikazano, ako se ista kopča obrne za drugih 2π , dovodeći do 4π , nastalo dvostruko uvrtnanje može da se poništi bez kretanja ili obrtanja kopče.



Slika 66 Dve kopče opasača spojene opasačem, jedan od načina vizualizacije čestice sa spinom $1/2$

Sada poledajmo ponovo **sliku 66**. Ako uzmemo obe kopče i jednostavno zamenimo njihove položaje, u opasač se unosi uvrtnanje. Ako im zamenimo mesta ponovo, uvrtnanje nestaje. Ukratko, dve spojene kopče opasača vraćaju se u početno stanje samo posle dvostruke zamene mesta, a ne posle jedne.

Drugim rečima, ako uzmemo da svaka kopča predstavlja česticu, a da razmena znači činilac -1 , opasač tačno opisuje ponašanje faze talasne funkcije za spin $1/2$, kako pri **obrtanju** tako i pri **razmeni**. Osim toga, vidimo da su obrtanje i razmena povezani.



Slika 67 Prošireni model sa opasačem za dve čestice sa spinom $1/2$

Slično tome, i sam trik sa opasačem može biti produžen za razmenu. Uzmimo dve kopče koje su spojene pomoću više traka ili niti, kao što su na **slici 67** ili **slici 68**. Traka može da spoji dve čestice ili da ide do beskonačnosti u prostoru ili oboje. Zamena mesta dve kopče napraviće prilično neugodno zaplitanje, Ali je skoro neverovatno da će sledeća zamena mesta dovesti ponovo do početne situacije, ukoliko su opasači pravilno preraspoređeni. Možda ćete poželeti da proverite sebe da je ponašanje važeće ako se doda još čestica, sve dok vi uvek premeštate iste dve čestice. (**Izazov 105e**).

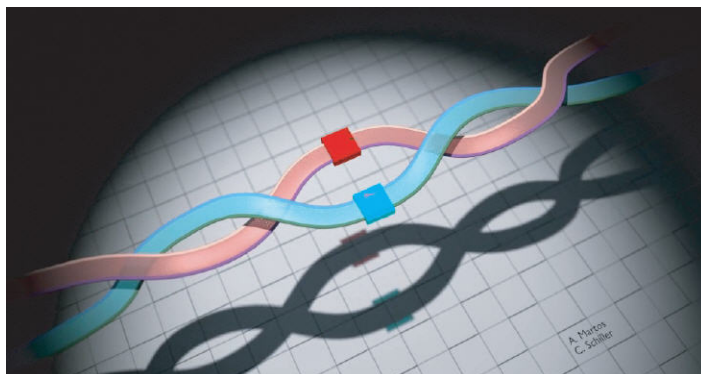
Zaključujemo da se vezani objekti ponašaju pri razmeni kao fermioni. Ova zapažanja zajedno čine teoremu spin-statistika za čestice sa spinom $1/2$: **spin i ponašanje pri razmeni su povezani**. Ustvari, ovaj skoro “eksperimentalni” dokaz može da se smesti u tačni matematički jezik preko proučavanja ponašanja konfiguracije prostora čestica. (**Ref. 87**). Ova istraživanja imaju posledice u sledećim iskazima:

- Predmeti sa spinom $1/2$ su fermioni.¹

¹ Matematičko zapažanje koje se ponaša kao čestica sa spinom $1/2$ nije ni vektor ni tenzor, što možda želite da proverite. (**Izazov 106e**). Potreban nam je nov pojam; takvo opažanje se naziva **spinor**. Sa njim ćemo se upoznati detaljnije u tekstu koji sledi (**strana 148**).

- Razmena i obrtanje čestice sa spinom $1/2$ predstavljaju slične procese.

Ukratko, objekti koji se ponašaju kao čestice sa spinom $1/2$ pri obrtanju takođe se pri razmeni ponašaju kao fermioni. I obrnuto. Ponašanje čestice pri razmeni određuje njena statistička svojstva; ponašanje pri obrtanju određuju njen spin. Proširenjem trika sa opasačem na više kopči, svakom sa više opasača, prema tome vizualiziramo teoremu spin-statistika za fermione.



Slika 68 Predpostavimo da opasači ne mogu da se zapaze, ali da kvadratni objekti mogu i da oni predstavljaju čestice. Poznato nam je iz predhodnog da se kopče opasača ponašaju kao čestice sa spinom $1/2$. Animacija prikazuje da se takve dve čestice vraćaju u početnu situaciju ako razmene položaj dvputa (ali ne i jednom). Takve čestice ispunjavaju definisano svojstvo **fermiona**. (U suprotnom slučaju, onom za bozone, jednostruka razmena dovela bi do identične situacije.) Ovaj trik možete ponoviti kod kuće korišćenjem traka papira. Jednakost je ovde prikazana sa dva opasača po čestici, ali trik radi sa bilo kojim pozitivnim brojem opasača pričvršćenih za svaku kopču. Ova animacija je suštinski deo dokaza da su čestice sa spinom $1/2$ fermioni. To se naziva **teorema spin-statistika**. (QuickTime film © Antonio Martos, dostupan na veb strani vimeo.com/62143283)

Primećujemo da svi ovi dokazi zahtevaju trodimenzionalni prostor, pošto ne postoje zapletnjavanja (ili čvorovi) u manje ili više dimenzija.¹ U stvari, spin postoji samo u trodimenzionalnom prostoru.

Trik sa opasačem dovodi do interesantne zagonetke. Videli smo da predmet sa spinom $1/2$ može da se predstavi modelom ako se zamisli da se opasač proteže do beskonačnosti u prostoru i da je tamo pričvršćen. Ako želimo da modeliramo ponašanje spina sa pričvršćenom jednodimenzionalnom niti umesto trake, koliki najmanji broj niti nam je potreban? (**Izazov 107s**). Još teža je sledeća zagonetka: Može li trik sa opasačem da se izvede ako je kopča zalepljena za dušek, dakle sa dušekom koji služi kao “beskrajno mnogo” opasača? (**Izazov 108d**).

ANĐELI, PAULIJEVO NAČELO ISKLJUČIVOSTI I ČVRSTOĆA MATERIJE

Zbog čega možemo da kucamo na vrata? Zašto kamen ne leti kroz stabla drveća? Zašto nas planina nosi dok hodamo? Zbog čega ne možemo da prođemo kroz zid? U klasičnoj fizici ova pitanja izbegavamo, tako što prihvatamo čvrstoću kao određeno svojstvo materije. Međutim, to više ne možemo da radimo: videli smo da se materija sastoji uglavnom od oblaka elektrona male gustine. Kvant rada nas prisiljava da **objasnimo** kvantnu materiju. Objašnjenje neprobojnosti tela toliko je bitno da je ono dovelo do Nobelove nagrade za fiziku. Prodiranje u tela je nemogućim je načinilo **Paulijevo načelo isključivosti** među elektrolima unutar atoma. Paulijevo načelo isključivosti glasi:

- Dva fermiona ne mogu da zauzmu isto kvantno stanje.

Svi eksperimenti su potvrdili ovaj iskaz

Zbog čega se elektroni i drugi fermioni pridržavaju Paulijevog načela isključivosti? Odgovor može da dobije uz lep jednostavan dokaz. (**Ref. 88**). Znamo da razmena mesta dva fermiona izaziva predznak minus u ukupnoj talasnoj funkciji. Zamislamo da su ta dva fermiona bila, kako bi rekli klasični fizičari, na istom mestu, ili kako bi to rekli kvantni fizičari, u istom stanju. Kada bi to bilo moguće, razmena nebi ništa

¹ Naravno, čvorovi i zapletnjavanja postoje i u većem broju dimenzija. Umesto da se posmatraju jednodimenzionalne linije, mogu da se posmatraju učvorene ravni ili učvorene hiper-dimenzionalne hiper-ravni. Na primer, ravan koja može da se izobličava može da se veže u čvor u četiri dimenzije, a u prostoru od tri dimenzije u pet dimenzija? Međutim, stvarnih dimenzija u kojima se pravi čvor je uvek tri.

promenila u sistemu. Međutim, razmena mesta fermiona mora da izazove minus predznak za ukupno stanje. Obe mogućnosti – nikakva promena uopšte i minus predznak – ne mogu istovremeno da se postignu. Postoji samo jedan izlaz: dva fermiona moraju uvek da izbegavaju da budu u istom stanju. To je Paulijevo načelo isključivosti.

Načelo isključivosti je razlog što dva dela materije u svakodnevnom životu ne mogu da prodru jedno u drugo, već moraju da odbijaju jedno drugog. Na primer, uzmimo zvono. Zvono nebi moglo da zvoni ako bi delovi koji se sudaraju i proizvode zvuk prodirali jedno i drugo. Ali u mnogim primerima za dva dela koja prodiru, elektroni iz različitih atoma mogli bi da budu u istoj tački: oni bi morali da budu u istom stanju. To nije moguće. Paulijevo načelo isključivosti zabranjuje prodiranja materije. Zvono zvoni jedino zbog načela isključivosti.

Zbog čega mi ne propadnemo kroz pod iako nas gravitacija vuče naniže, već ostajemo na njegovoj površini? Ponovo iz razloga Paulijevog načela isključivosti. Zašto i sam pod ne propadne? On ne propada pošto se ne može da proдре u materiju Zemlje i što atomi ne mogu da se približe jedan drugom no što je izvesno najmanje rastojanje. Drugim rečima, Paulijev princip isključivosti podrazumeva da materija sastavljena od atoma ne može beskonačno da se sabija. Na izvesnom stepenu počinje da deluje **Paulijev pritisak**, tako da se postiže granica sabijanja. Iz ovog razloga, na primer, planete načinjene od atomske materije – ili neutronske zvezde načinjene od neutrona, koji takođe imaju spin $1/2$ i stoga su podvrgnute načelu isključivosti – ne mogu da dožive urušavanje (kolaps) usled svoje sopstvene gravitacije,

Načelo isključivosti razlog je da su atomi prošireni oblak elektrona i da različiti atomi imaju različite veličine. Ustvari, načelo isključivosti primorava elektrone u atomu da formiraju **ljuske**. Kada se elektroni dodaju oko jezgra i kada se jedna ljuska popuni, počinje stvaranje nove ljuske. To je poreklo periodičnog sistema elemenata. Veličina svakog atoma je veličina njegove poslednje ljuske. Bez načela isključivosti atomi bi bili mali, kao što je atom vodonika. Ustvari, većina atoma je znatno veća. Isti dokaz odnosi se i na jezgra: njihova veličina je određena poslednjom ljuskom jezgra. Bez načela isključivosti ona bi bila mala kao jedns proton. Ustvari, ona su obično oko 100.000 puta veća.

Načelo isključivosti takođe postavlja jedno staro pitanje: Koliko anđela može sa igrati na vrhu pribadače? (Imajte na umu da anđeli, uopšte, moraju biti načinjeni od fermiona, kao što biste mogli da zaključite iz informacija poznatih o njima, a da je vrh pribadače jedna tačka u prostoru.) Kako teoretski tako i eksperimentalni dokaz je u Srednjem veku Toma Akvinski (Thomas Aquinas) (**Ref. 89**): samo **jedan** anđeo. (**Izazov 109s**). Načelo isključivosti fermiona moglo bi da se nazove “načelo isključivosti anđela”. Da ostanemo na temi, načelo takođe pokazuje da **duhovi** ne mogu da budu predmeti, pošto se za duhove pretpostavlja da su sposobni da prođu kroz zid.

Hajde da zaključimo. Pomalo uprošćeno, načelo isključivosti drži oblike predmeta oko nas. Bez načela isključivosti nebi bilo trodimenzionalnih objekata. Samo načelo isključivosti određuje prečnik oblaka atoma, sprečava ove oblake da se spajaju i drži ih razdvojene. Ovo odbijanje je poreklo veličine sapuna, planeta i neutronske zvezde. Svi oblici čvrstih tela i tečnosti neposredna su posledica načela isključivosti. Drugim rečima, kada kucamo o sto ili na vrata, mi eksperimentalno dokazujemo da su ti objekti i naša ruka sastavljeni od fermiona.

Do sada smo samo razmatrali fermione sa spinom $1/2$. Nećemo mnogo da govorimo o česticama sa neparnim spinom veće vrednosti, kao što je $3/2$ ili $5/2$. Takve čestice mogu da se posmatraju kao da su sastavljene od objekata sa spinom $1/2$. Možete li to da potvrdite? (**Izazov 110e**).

Isto tako nismo govorili o spinu manjem od $1/2$. Poznata teorema izražava da su spinovi čija je vrednost između 0 i $1/2$ nemogući u prostoru sa tri dimenzije. (**Ref. 81**). Manji spinovi su nemogući pošto najveći ugao obrtanja koji može da bude razlikovan i da se izmeri u tri dimenzije je 4π . Ne postoji način da se izmeri veći ugao; kvant rada to onemogućava. Stoga u prirodi ne može da postoji bilo koji spin čija je vrednost između 0 i $1/2$

DA LI JE SPIN OBRRTANJE OKO OSE?

Spin čestice eksperimentalno se ponaša kao sopstven moment količine kretanja, sabira se kao moment količine kretanja, očuvan je kao deo momenta količine kretanja, opisan je kao moment količine kretanja, i ima sinonim imena sa momentom količine kretanja. Uprkos svemu tome, tokom više decenija čudan i pogrešan mit bio je raširen u mnogim programima nastave fizike i u udžbenicima širom sveta, “Spin $1/2$, uprkos nazivu, nije obrtanje oko ose.” Sada je vreme da se okonča ovaj primer pogrešnog razmišljanja.

Elektroni imaju spin $1/2$ i naelektrisani su. Elektroni i sve ostale naelektrisane čestice sa spinom $1/2$ imaju magnetni moment.¹ Magnetni moment se očekuje kod svake čestice koja se obrće. Drugim rečima, spin $1/2$ zaista se ponaša kao obrtanje. Međutim, pod pretpostavkom da se čestica sastoji od ravnomerne raspodele naelektrisanja dobijala se pogrešna vrednost za magnetni moment u obrtnom kretanju. U ranim danima dvadesetog veka, kada su fizičari još uvek razmišljali u klasičnim terminima, zaključili su da prema tome naelektrisana čestica sa spinom $1/2$ ne može da bude obrtna. Ovaj mit je bio preživeo u mnogim udžbenicima. Međutim, ispravno zaključivanje je da je pretpostavka ravnomerne raspodele naelektrisanja pogrešna. Ustvari, naelektrisanje je kvantifikovano: niko ne očekuje da su elementarno naelektrisanje bude ravnomerno rašireno u prostoru, pošto bi to bilo u suprotnosti sa kvantifikacijom.

Drugi razlog za pogrešan mit je samo obrtanje. Mit je zasnovan na klasičnom mišljenju i tvrđenju da svaki objekt koji se obrće mora da ima **celobrojni** vrednost spina. Pošto spin sa polovinom celog broja nije moguć u klasičnoj fizici, tvrdilo se da takav spin nije nastao iz obrtanja. Međutim, podsetimo se šta je to obrtanje. Kako trik sa opasačem za spin $1/2$, tako takođe i slučaj celobrojnog spina podsećaju nas; obrtanje nekog tela oko drugog je ili razlomak ili umnožak promene. Ono što u svakodnevnom životu nazivamo obrtnim telom to je telo koje neprestano zamenjuje položaje njegovih delova – i obrnuto.

➤ Obrtanje i razmena isti su procesi.

Sada smo samo utvrdili da je spin razmena ponašanja. Pošto je obrtanje razmena, a spin je razmena, sledi da je

➤ Spin **jeste** obrtanje.

Pošto smo izveli spin, kao Vigner, iz invarijante obrtanja, ovaj zaključak nije iznenađenje. Osim toga, model sa opasačem za česticu sa spinom $1/2$ govori nam da takva čestica može da se obrće neprestano, bez ikakvih smetnji. (**Strana 104**). Isto tako magnetni moment tada dobija svoju ispravnu vrednost. Ukratko, dopušteno nam je da tvrdimo da je spin obrtanje oko ose, bez ikakvih suprotnosti u posmatranjima, čak i za spin $1/2$.

Ukratko, model sa opasačem pokazuje da je spin $1/2$ obrtanje, sve dok pretpostavljamo da se može opažati samo kopča, ali ne i opasač(i) i da elementarno naelektrisanje nije ravnomerno raspoređeno u prostoru.² (**Ref. 90**).

Pošto su svojstva razmene i svojstva spina fermiona tako dobro objašnjene modelom opasača, moglo bi nas da dovede do zaključka da ove svojstva mogu biti stvarno posledice takvih sličnih-opasaču veza između čestica i spoljašnjeg sveta.

OBRTANJE ZAHTEVA ANTIČESTICE

Povezanost između obrtanja i antičestica možda je najzačudjujući zaključak iz eksperijenata koji pokazuju postojanje spina. Videli smo do sada da obrtanje zahteva postojanje spina, da spin nastaje kada se teorija relativnosti uvrsti u kvantnu teoriju, a da relativnost zahteva antimateriju. (**Vol. II, strana 60**). Uzimajući sva tri iskaza zajedno, zaključak iz naslova više nije iznenađujući: obrtanje zahteva antičestice. Zanimljivo je da postoji jednostavan dokaz kojim se dolazi do iste tačke kao sa modelom opasača, ako se proširi samo sa prostora na kompletno **prostor-vreme**.

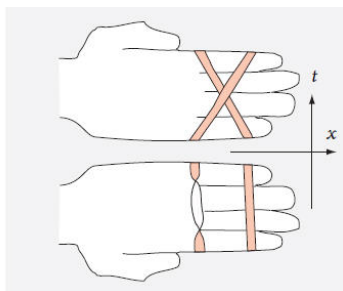
Da bismo naučili kako da razmišljamo u prostor-vremenu, uzmimo česticu i smanjimo je na dva kratka repa, tako da je čestica kratka linijska duž. Kada se krećemo u prostor-vremenu sa $2+1$ dimenzijom, čestica je opisana kao traka. (**Izazov 112ny**). Igranje sa trakama u prostor-vremenu, umesto sa opasačima u prostoru, dovodi do mnogo zanimljivih zaključaka. Na primer, **slika 69** prikazuje da omotana gumena traka oko prstiju može da pokaže, ponovo, da obrtanje tela za 2π u prisustvu drugog tela isto je kao promena mesta ta dva tela.³ Obe strane ruke pretvaraju isto početno stanje, na jednoj ivici ruke, do istog

¹ Magnetni moment može jednostavno da se izmeri eksperimentalno; međutim ne i onaj tipa Štern-Gerlah. Zašto ne? (**Izazov 111ny**).

² Očigledno, na ovom mestu tačan sastav elektrona još uvek ostaje nejasan. Svaki moment količine kretanja S određen je klasično, sa $S = \Theta\omega$, međutim u ovom trenutku nisu poznati niti moment inercije Θ , koji je povezan sa poluprečnikom obrtanja i masom elektrona, niti ugaona brzina ω . Moramo još dosta da čekamo, sve do poslednjeg dela naše pustolovine, kako bismo saznali više.

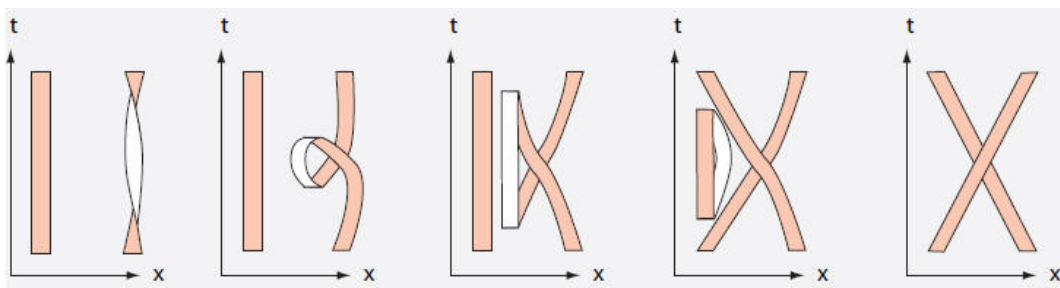
³ Očigledno je da bi za potpunu postavku bilo potrebno da se proveri pun model spina $1/2$ sa **slike 65** u prostoru sa 4 dimenzije. (**Izazov 113ny**). Međutim, da se to uradi težak je zadatak, zasada ne postoji dobra vizualizacija.

završnog stanja na drugoj ivici. Prema tome, mi smo uspešno proširili poznati rezultat iz prostora u prostor-vreme: obrtanje i razmena su jedno te isto.



Slika 69 Jednakost razmene i obrtanja u prostor-vremenu.

Ako mislite da **slika 69** nije zadovoljavajuće objašnjenje, vi ste u pravu. Objašnjenje koje je bi više zadovoljavalo mora sa uključiti postepen redosled koraka u prikazivanju jednakosti između obrtanja i razmene. Ono je prikazano na **slici 70**. Predpostavljamo da je svaka čestica opisana odsečkom trake; na slici obe trake leže horizontalno. Slika na sasvim levoj strani prikazuje dve čestice: jednu koja je u stanju mirovanja i drugu koja je bila obrnuta za 2π . Deformacija traka pokazuje da je ovaj proces jednak razmeni mesta dve čestice, što je prikazano na slici sasvim na desnoj strani.



Slika 70 Opasači u prostor-vremenu: obrtanje i antičestice.

Međutim, suštinski smisao daju slike između krajnjih slika. Zapažamo da odsecci koji pokazuju jednakost između razmene i obrtanja zahtevaju upotrebu petlje. Međutim, takva petlja u prostor-vremenu opisuje prisustvo para čestica-antičestica! Drugim rečima, bez antičestice je neodrživa jednakost između obrtanja i razmene. Ukratko, obrtanje u prostor-vremenu zahteva postojanje antičestica.

ZBOG ČEGA JE NEMOGUĆA OGRADA OD LASERSKIH ZRAKA?

Kada nam se mač opasno približava, možemo ga zaustaviti drugim mačem. Mnogo starijih filmova koristi takve scene. Kada nam se laserski zrak približava, nije moguće da se od njega odbranimo drugim zrakom lasera, iako to prikazuju u filmovima naučne fantastike. Međusobno sudaranje dva zraka lasera je nemoguće. U predhodnom tekstu objašnjenje teoreme spin-statistika pokazuje zbog čega.

Elektroni u mačevima su fermioni i poštuju Paulijevo načelo isključivosti. Fermioni čine da je materija neprobojna. S druge strane, fotoni u zraku laseta su bozoni. Dva bozona mogu da budu u istom stanju; bozoni dopuštaju prodiranje. Materija je neprobojna pošto je na osnovnom nivou načinjena od fermiona. Zračenje se sastoji od bozona; svetlosni zraci mogu da prođu jedan kroz drugog. Razlikovanje između fermiona i bozona prema tome objašnjava zašto predmeti mogu da se dodirnu, a slike ne mogu. I prvom delu našeg uspona na planinu (**Vol. I, strana 81**) počeli smo sa zapažanjem ove razlike; sada znamo i njeno poreklo.

SPIN, STATISTIKA I SLOŽENOST

Pri obrtanju, čestice sa celobrojnim spinom ponašaju se drugačije od čestica sa spinom polovine celog broja. Čestice sa celobrojnim spinom ne pokazuju čudne osobine pri obrtanju za 2π . U slikama sa opasačima česticama sa celobrojnim spinom nisu potrebne pričvršćene kopče. Posebno čestice sa spinom 0 odgovaraju lopti. Modeli ostalih važnih vrednosti spinova prikazani su na **slici 71**. Objašnjavanjem njihovih svojstava na isti način kao u predhodnom tekstu dolazimo do potpune **teoreme spin-statistika**:

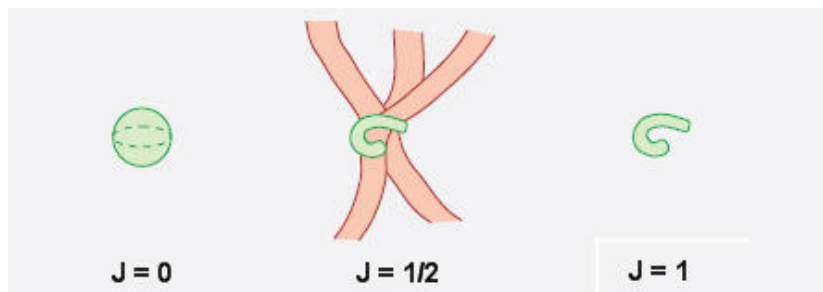
- Razmena mesta i obrtanje predmeta predstavljaju slične procese.

- Predmeti sa spinom polovine celog broja su fermioni. Oni se pridržavaju Paulijevog načela isključivosti.
- Objekti sa celobrojnim spinom su bozoni.

Možete sami da proverite da je ovo dovoljno da se pokaže sledeće pravilo: (**Izazov 114e**).

- Sastavi bozona, kao i sastavi od parnog broja fermiona (na malim energijama) su bozoni, sastavi od neparnog broja fermiona su fermioni.¹

Ove povezanosti izražavaju osnovne karakteristike trodimenzionalnog sveta u kojem živimo.



Slika 71 Neke vizualizacije prikaza spinova

VELIČINA I GUSTINA MATERIJJE

Tri dimenzije u prostoru imaju brojne posledice u fizičkim sistemima. Znamo da su sve materije sastavljene od fermiona, kao što su elektroni, protoni i neutroni. Načelo isključivosti ima zanimljivu posledicu u sistemima koji su sastavljeni od N **identičnih** fermiona; takvi sistemi se povinuju sledećem izrazu za količinu kretanja p i veličinu l :

$$\Delta p \Delta l \geq N^{\frac{1}{3}} \hbar \quad (66)$$

Možete li da ga izvedete? (**Izazov 116e**). Ova **proširena relacija neodređenosti** daje jednostavan način da se proceni prostorna veličina materijalnih sistema. (**Ref. 91**). Osim toga, ova proširena relacija neodređenosti podrazumeva da prosečna energija po kvantonu raste da gustinom kvantona. Možete li to da pokažete? (**Izazov 117e**).

Proširena relacija neodređenosti podrazumeva da materijalni sistemi čije je proširenje zbog elektrona – prema tome svi sistemi sa kondenzovanom materijom – u suštini imaju slične gustine materije i energije. Proširena relacija neodređenosti isto tako podrazumeva da sva jezgra, koja su sastavljena od protona i neutrona, imaju u suštini istu gustinu materije. Za bozone, sastavne delove zračenja, ne postoji proširena relacija neodređenosti, pošto broj sastojaka N u posebnom kvantnom stanju nema nikakav učinak ili granicu. Relacija neodređenosti zato ne postavlja granicu za gustinu snage svetlosti lasera, te zaista, gustina snage zraka lasera varira mnogo više nego li gustina materije čvrstih tela.

Relacija neodređenosti naglašava sledeću razliku između materije i zračenja. Kao što smo videli u predhodnom tekstu (**strana 40**) sistem od N idetičnih bozona, kao što je zrak lasera, poštuje nedređenost između broja i faze što se lako izvodi iz relacije neodređenosti energija-vreme. Odnos brojnost-faza lako se izvodi, približno kao

$$\Delta N \Delta \varphi \geq 1 \quad (67)$$

Ovo je važno prilikom upotrebe lasera u preciznim eksperimentima. Izraz ograničava koliko blizu sistem može da se približi čistom sinusnom talasu; u stvari, za čist sinusni talas proizvod neodređenosti bio bi nula.

Za fermione, gde je maksimalan broj istog stanja 1, relacija neodređenosti brojnost-faza smanjuje se na potpunu neodređenost faze. Drugim rečima, nalazimo – ponovo – da ne možemo da imamo zrak fermiona

¹ Ovo pravilo podrazumeva da spin 1 i veći može takođe da se postigne sa repovima; možete li da nađete takvo predstavljanje. (**Izazov 115s**). Zapazite da sastavi od fermiona mogu da budu bozoni samo do one energije na kojoj se sastav raspada. U suprotnom, pakovanjem fermiona u bozone, mogli bismo da imamo fermione u istom stanju.

koji se ponaša kao talas. (**Strana 81**). Ne postoje u prirodi klasični talasi fermiona, ne postoje ni koherentni talasi fermiona

ZAKLJUČAK O SPINU I NERAZLIKOVANJU

Kvant rada podrazumeva da su fizički sistemi načinjeni od dve vrste kvantnih čestica koje ne mogu da se razlikuju međusobno; **bozona** i **fermiona**. Dva moguća ponašanja razmene odnose se na vrednost spina čestice, pošto je razmena povezana sa obrtanjem. Veza između spina i obrtanja podrazumeva da postoje antičestice. To isto tako podrazumeva da je spin svojstvena trodimenzionalna pojava.

Eksperimenti pokazuju da je zračenje sastavljeno od elementarnih čestica koje se ponašaju kao bozoni. Bozoni imaju celobrojnu vrednost spina. Dva ili više bozona, kao što su fotoni, **moгу da dele** isto stanje. Ovo deljenje stanja čini da je moguća svetlost lasera.

Eksperimenti pokazuju da je materija načinjena od materijalnih čestica koje se ponašaju kao fermioni. Fermioni imaju spin polovine celog broja. Oni poštuju Paulijevo načelo isključivosti: dva fermiona **ne mogu da budu** u istom stanju. Načelo isključivosti između elektrona objašnjava sastav i (delimično) veličinu atoma, kao i hemijska ponašanja atoma, što ćemo otkriti kasnije. Zajedno sa elektrostatičkim odbijanjem elektrona, načelo isključivosti objašnjava nestišljivost materije i nemogućnost prodiranja. Fermioni čine materiju “tvrdom”, bozoni omogućavaju da se zraci svetlosti presecaju.

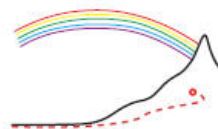
GRANICE I OTVORENA PITANJA IZ KVANTNE STATISTIKE

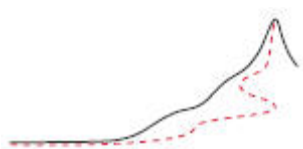
Tema statistike kvantnih čestica ostaje polje istraživanja u teorijskoj i eksperimentalnoj fizici. Istraživači su naročito tražili i još uvek traže uopštavanje ponašanja moguće razmene čestica.

U prostoru sa dve dimenzije rezultat razmene čestice je neprekidna faza, nasuprot prosroru sa tri dimenzije gde je rezultat promena predznaka. (**Strana 107**). Dvodimenzionalni kvantni objekti prema tome nazivaju se **anioni** pošto oni mogu da imaju bilo koji spin (engl. any = bilo koji, svaki). Anioni se pojavljuju kao kvazi-čestice u raznim eksperimentima u fizici čvrstih tela, pošto je postavka često zaista dvodimenzionalna. Razlomljeni kvantni Halov efekt, verovatno najzanimljivije otkriće savremene eksperimentalne fizike, postavio je anione na scenu savremenih istraživanja. (**Vol. V, strana 82**).

Drugi teoretičari uopštavaju pojam fermiona na drugi način, uvodeći parafermione, parabozone, plektone i druge hipotetičke pojmove. (**Ref. 92**). Oskar Grinberg (Oscar Greenberg) utrošio je većinu svog profesionalnog života na ovom pitanju. Njegov zaključak je da u 3+1 dimenziji prostor-vremena postoje samo fermioni i bozoni. (Možete li da pokažete da to podrazumeva da ne postoje duhovi koji se pojavljuju u škotskim pričama?) (**Izazov 118s**).

Sa različitih tačaka posmatranja, model opasača za spin 1/2 počiva na proučavanju ponašanja pletenica, otvorenih petlji i čvorova. (U matematici su pletenice i otvorene petlje načinjene od struna koje se protežu do beskonačnosti.) Ovaj zadivljujući deo matematičke fizike postao je važan u savremenoj teoriji objedinjavanja, koja izražava da čestice, naročito na velikim energijama, nisu tačkasti, već prošireni objekti. Istraživanje je da se shvati šta se dešava pri razmeni simetrije u jedinstvenoj teoriji prirode. Uvid u teškoće pojavljuje se već u predhodnom tekstu: kako mogu da se uporede i da se kombinuju **slika 60, slika 65 i slika 70**? Ovo pitanje biće rešeno u poslednjem delu našeg uspona na planinu. (**Vol. VI, strana 89**).





Poglavlje 7

SUPERPOZICIJA I VEROVATNOĆA – KVANTNA TEORIJA BEZ IDEOLOGIJE

Činjenica da je odgovarajuća filozofska prezentacija, toliko dugo odlagana nesumnjivo je uzrokovana činjenicom što je Nils Bor isprao mozak čitavoj generaciji teoretičara da misli kako je posao završen pre pedeset godina. (Ref. 93)

Mari Gel-Man (Murray Gell-Mann)

Zašto je ovo poznato pitanje iz fizike pokrenulo toliko jakih emocija? Posebno, kome je mozak ispran, Gel-Manu, čoveku koji je otkrio kvarkove, ili većini fizičara u svetu koji su radili na kvantnoj teoriji i pratili mišljenja Nilsa Bora? U dvadesetom veku kvantna mehanika je mnoge bacila u rastrojstvo. Kvantna mehanika je neshvatljiva iz dva razloga: ona dopušta **superpozicije** i ona dovodi do **verovatnoće**. Istražimo i razjasnimo ova dva pitanja.

Superpozicija i verovatnoća pojavljuju se usled toga što kvant rada iz korena menja dva osnovna pojma iz klasične fizike: stanje i sistem. **Stanje** više nije opisano posebnim vrednostima dobijenih iz položaja i količine kretanja, već preko talasne funkcije “dobijene” iz operatora položaja i količine kretanja.¹ Osim toga, u klasičnoj fizici sistem je opisan kao skup nepromenljivih aspekata prirode; nepromenljivost je određena kao zanemarljiva interakcija sa okolinom. Kvantna mehanika pokazuje da ova odrednica isto tako mora da se menja.

Suština je objašnjenje pojave superpozicije, porekla verovatnoće i pojmova stanja i sistema. Isto tako ćemo da razumemo pojam **merenja** sa više detalja. Ova objašnjenja pomoći će nam da se ne izgubimo na našem putu ka vrhu Planine Kretanja, kao što se dogodilo znatnom broju ljudi posle pojave kvantne teorije, uključujući i Gel-Mana.

ZAŠTO SU LJUDI ILI ŽIVI ILI MRTVI

Jednakost razvoja u kvantnoj mehanici je linearna u talasnoj funkciji; linearnost ukazuje na postojanje superpozicija. Prema tome, možemo da zamislamo i da pokušamo da konstruišemo sisteme kod kojih je stanje ψ superpozicija dve iz korena različite situacije, kao što su one za uginulu i za živu mačku. Ova poznata izmišljena životinja naziva se **Šredingerova mačka** prema prapronalazaču primera. Da li je moguće da se ostvari? I kako ona može da se razvija u vremenu? Možemo da postavimo ista dva pitanja u drugoj situaciji. Na primer, da li možemo da napravimo superpoziciju stanja u kojem je automobil unutar zatvorene garaže sa stanjem u kojem je automobil izvan garaže? Šta se događa u tom slučaju.

Takve čudne situacije obično se ne viđaju u svakodnevnom životu. Razlog da je to retkost važan je vid onoga što nazivamo “prikazivanje” u kvantnoj mehanici. Ustvari, takve čudne situacije jesu moguće, a superpozicija makroskopski različitih stanja stvarno može da se zapaža u nekim slučajevima, premda ne i za mačke, ljude i automobile. Da bismo dobili predstavu o ograničenjima, detaljno ćemo navesti situaciju.²

¹ Isto to, ali možda pojmovno jasnije, je da se kaže da je stanje opisano kompletnim skupom komutativnih operatora. Ustvari, razmatranje je ponekad pojednostavljeno u Hajzenbergovom opisu. Međutim, ovde proučavamo pitanja iz Šredingerovog opisa, koristeći talasne funkcije.

² Većinu onoga što može da se kaže o ovoj temi izrekla su dva čoveka: Džon fon Nojman (John von Neumann), koji je tridesetih godina prošlog veka naglasio razliku između razvoja i dekoherencije (Ref. 94) i Hajnc Diter Ce (Heinz Dieter Zeh) koji je sedamdesetih godina prošlog veka naglasio važnost kupatila i okoline u dekoherenciji. (Ref. 95).

Svaki takav "umetnički utisak" je pogrešan.
Zašto?

Slika 72 Umetnički utisak makroskopske superpozicije je nemoguć. (*Izazov 119s*)

MAKROSKOPSKE SUPERPOZICIJE. KOHERENCIJA I NEKOHERENCIJA

Predmet razmatranja su linearne superpozicije tipa $\psi = a\psi_a + b\psi_b$, gde su ψ_a i ψ_b makroskopska stanja koja se mogu razlikovati u sistemima koja se posmatraju, a a i b su neki kompleksni činioci. Stanja se nazivaju **makroskopski različitim** ako svako stanje odgovara različitoj makroskopskoj situaciji, to jest, ako se stanja mogu razlikovati korišćenjem postupaka merenja u klasičnoj fizici. To posebno znači da je potreban neki rad u fizičkom smislu mnogo veći od kvanta rada $\hbar$ da jedno pređe u drugo. Na primer, dva različita položaja tela sastavljenih od velikog broja molekula makroskopski su različita.

“Čudna” situacija je prema tome superpozicija makroskopski različitih stanja. Razradimo šuštinu takvih makroskopskih superpozicija. S obzirom na dva makroskopski različita stanja ψ_a i ψ_b , superpozicija tipa $\psi = a\psi_a + b\psi_b$ naziva se **čisto stanje**. Pošto stanja ψ_a i ψ_b mogu da interferiraju, može takođe da se govori o (*faznoj*) **koherentnoj superpoziciji**. U slučaju superpozicije makroskopski različitih stanja, skalarni proizvod $\psi_a^\dagger \psi_b$ očigledno nestaje. U slučaju koherentne superpozicije proizvod činilaca $a \cdot b$ različit je od nule. Ova činjenica može isto tako da se izrazi uz pomoć **matrice gustine** ρ sistema, koja je određena kao $\rho = \psi \otimes \psi^\dagger$. U datom slučaju to je dato kao

$$\begin{aligned} \rho_{\text{pure}} &= \psi \otimes \psi^\dagger = |a|^2 \psi_a \otimes \psi_a^\dagger + |b|^2 \psi_b \otimes \psi_b^\dagger + a b^* \psi_a \otimes \psi_b^\dagger + a^* b \psi_b \otimes \psi_a^\dagger = \\ &= (\psi_a, \psi_b) \begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^* b & |b|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_a^\dagger \\ \psi_b^\dagger \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (68)$$

Možemo stoga da kažemo da uvek kada je sistem u čistom, ili koherentnom stanju, tada njegova matrica gustine ili **funkcija gustine**, sadrži izraze izvan glavne dijagonale istog reda veličine kao i dijagonalnih izraza.¹ Takva matrica gustine odgovara pomenutoj čudnoj situaciji koju nikada nećemo da sretnemo u svakodnevnom životu.

Sada možemo da pogledamo obrnutu situaciju, matricu gustine da makroskopski različita stanja sa nedijagonalnim elementima koji nestaju. Za dva stanja, primer

$$\rho_{\text{mixed}} = |a|^2 \psi_a \otimes \psi_a^\dagger + |b|^2 \psi_b \otimes \psi_b^\dagger = (\psi_a, \psi_b) \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 \\ 0 & |b|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_a^\dagger \\ \psi_b^\dagger \end{pmatrix} \quad (70)$$

opisuje sistem koji uopšte **ne** poseduje koherenciju faza. (Ovde $\otimes$ označava nekomutativni dijadski proizvod tenzora ili proizvod tenzora koji daje tenzor ili matricu polazeći od dva vektora.) Takva dijagonalna matrica gustine ne može da bude ona za čisto stanje; matrica gustine opisuje sistem koji je u stanju ψ_a sa verovatnoćom $|a|^2$ i koji je u stanju ψ_b sa verovatnoćom $|b|^2$. Za takav sistem se kaže da je u **mešovitom stanju**, pošto njegovo stanje nije poznato, ili jednako tome, da je u (*faznoj*) **nekoherentnoj superpoziciji**, pošto u takvoj situaciji ne može da se zapazi uticaj interferencije. Sistem opisan mešovitim stanjem uvek je ili u stanju ψ_a ili u stanju ψ_b . Drugim rečima, dijagonalna matrica gustine za makroskopski različita stanja nije u suprotnosti, već je saglasnosti sa svakodnevnim iskustvima. U izgledu matrice gustine elementi izvan glavne dijagonale sadrže razliku između normalnih, to jest, nekoherentnih i uobičajenih, to jest, koherentnih superpozicija.

¹ Koristeći matricu gustine, možemo ponovo da napišemo jednakost razvoja kvantnog sistema

$$\dot{\psi} = -iH\psi \quad \text{postaje} \quad \frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] \quad (69)$$

Oba izraza su u potpunosti jednaka (Novi izraz se ponekad takođe naziva **fon Nojmanova jednakost**.) Mi ovde ustvari nećemo vršiti bilo kakva izračunavanja. Izraz je dat tako da ćete ga prepoznati kada ga susretne bilo gde.

Eksperimentalna situacija je jasna: za makroskopski različita stanja, u svakodnevnom životu se zapažaju (skoro) samo dijagonalne matrice gustine. Skoro svi sistemi u koherentnoj makroskopskoj superpoziciji na neki način gube elemente matrice u sporednoj dijagonali. Na koji način se događa ovaj proces dekoherencije?¹ Sama matrica gustine ukazuje na način.

DEKOHERENCIJA JE ZBOG KUPATILA

U termodinamici matrica gustine za veike sisteme (**Ref. 96**) koristi se za određivanje entropije i svih ostalih termodinamičkih veličina. (**Izazov 120ny**). Proučavanja su pokazala da

$$S = -k \operatorname{tr}(\rho \ln \rho) \quad (71)$$

gde tr označava **trasu**, to jest zbir svih elemenata u glavnoj dijagonali matrice. Isto tako se sećamo da se sistem sa velikom i stalnom entropijom naziva **kupatilo**. Jednostavnim fizičkim terminima rečeno, kupatilo je sistem kome može da se pridruži temperatura. Još preciznije, (**fizičko**) **kupatilo**, ili (**termodinamički**) **rezervoar**, je svaki sistem za koji može da se odredi pojam ravnoteže. Eksperimenti pokazuju da je u praksi to jednako stanju u kojem se kupatilo sastoji od mnogo podsistema koji su u interakciji. Iz tog razloga sve makroskopske veličine koje opisuju stanje kupatila pokazuju mala, nepravilna kolebanja, svojstvo koje će ubrzo dobiti centralnu važnost.

Svakodnevno kupatilo je takođe i fizičko kupatilo: ustvari, termodinamičko kupatilo je sasvim slično izuzetno velikom kupatilu sa vrelom vodom, čija se temperatura ne menja čak i kada se u njega doda nešto hladne ili vrele vode. Primeri fizičkog kupatila su jako magnetno polje, velika količina gasa ili veliko čvrsto telo. (Značenje “jako” i “veliko”, naravno, zavisi od sistema koji se proučava.) Fizički pojam kupatila prema tome je apstrakcija i uopštavanje svakodnevnog pojma kupatilo. Lako je videti iz odrednice entropije (71) da odsustvo elemenata van glavne dijagonale odgovara povećanju entropije. (**Izazov 121s**). Takođe je poznato da svako povećanje entropije u dvosmernim sistemima, kao kada je u pitanju sistem kvantne mehanike, nastaje usled interakcije sa kupatilom.

Ukratko, **dekoherencija nastaje usled interakcije sa kupatilom**. Pokazaćemo sad sa su kupatila svuda, da se dekoherencija događa svuda i sve vreme, i da prema tome, makroskopske superpozicije (skoro) nikada nisu opažene.

KAKO KUPATILA DOVODE DO DEKOHERENCIJE – RASIPANJE

Gde su kupatila u interakciji sa tipičnim sistemom? Kupatilo mora da bude izvan sistema o kome govorimo, to jest u njegovoj okolini. Ustvari, znamo iz eksperimenata da je tipična okolina velika i da je okarakterisana temperaturom. Neki primeri su navedeni u **Tabeli 6**. Prema tome

- Svaka okolina je kupatilo.

Možemo čak da odemo i dalje: za svaku situaciju u eksperimentu postoji kupatilo koje je u interakciji sa sistemom koji se proučava. Zapravo, svaki sistem koji može da se opaža nije izolovan, pošto je on očigledno u interakciji bar sa posmatračem; i svaki posmatrač po odrednici sadrži kupatilo, što ćemo ubrzo detaljnije da objasnimo. Obično međutim, najvažnija kupatila koja moramo uzeti u obzir su atmosfera oko sistema, zračenje ili elektromagnetna polja koja su u interakciji sa sistemom, ili, ako je sam sistem dovoljno veliki da ima temperaturu, oni stepeni slobode sistema koji nisu uključeni u superpoziciju koja se ispituje.

Pošto je svaki sistem u kontaktu sa kupatilom, svaka matrica gustine makroskopske superpozicije na kraju će da izgubi elemente u dijagonali. Na prvi pogled, ovaj pravac razmišljanja nije ubedljiv. Interakcije sistema sa njihovim okolinama mogu da se načine izuzetno malim ako se koriste mudro odabrane postavke eksperimenta; to bi uticalo da vreme dekoherencije može da se načini izuzetno velikim. Prema tome, potrebno je da ispitamo koliko je vremena potrebno superpoziciji stanja da se izvrši dekoherencija. Pokazalo se da postoje dva standardna načina da se odredi **vreme dekoherencije**: ili modeliranjem kupatila od velikog broja čestica u sudaranju, ili modeliranjem kupatila kao neprekinutog polja.

Ako je kupatilo opisano kao skup čestica koje nasumično pogađaju mikroskopski sistem, on je najbolje okarakterisan efektivnom talasnom dužinom λ_{eff} čestica i srednjim vremenskim intervalom t_{hit} između dva

¹ U nekim okolnostima dekoherencija se naziva **raspetljavanje**, kao što ćemo videti kasnije.

sudara. (**Izazov 122ny**). Jednostavno izračunavanje pokazuje da je vreme dekoherencije t_d u svakom slučaju manje od ovog vremenskog intervala, tako da je

$$t_d \leq t_{\text{hit}} = \frac{1}{\varphi\sigma} \quad (72)$$

gde je φ tok čestica a σ poprečni presek za pogodak.¹ Tipične vrednosti navedene su u **Tabeli 6**. Obično primećujemo da je vreme dekoherencije za makroskopske objekte veoma malo. (Isto tako primećujemo da nuklearni i gravitacijski efekti dovode do velikih vremena dekoherencije i stoga se ne mogu zanemariti.) **Rasipanje dovodi do brze dekoherencije makroskopskih sistema.** Meditirajmo, za atome ili male sisteme, situacija je drugačija, kao što se i očekivalo. Zapažamo da se kvant rada $\hbar$ pojavljuje u izrazu za vreme dekoherencije, kao što se pojavljuje i u površini σ . Dekoherencija je kvantni proces.

TABELA 6 Uobičajena i manje uobičajena kupatila sa njihovim glavnim svojstvima

Tip kupatila	Temper.	Talasna. dužina	Tok čestica	popr. presek (atom)	Vreme udara 1/φσ za	
	T	λ _{eff}	φ	σ	atom ^a	lopta ^a
materijalno kupatilo						
čvrsto telo, tečnost	300 K	10 pm	10 ³¹ /m ² s	10 ⁻¹⁹ m ²	10 ⁻¹² s	10 ⁻²⁵ s
vazduh	300 K	10 pm	10 ²⁸ /m ² s	10 ⁻¹⁹ m ²	10 ⁻⁹ s	10 ⁻²² s
laboratorijski vakuum	50 mK	10 pm	10 ¹⁸ /m ² s	10 ⁻¹⁹ m ²	10 s	10 ⁻¹² s
fotonsko kupatilo						
sunčeva svetlost	5800 K	900 nm	10 ²³ /m ² s		10 ⁻⁴ s	10 ⁻¹⁷ s
“tama”	300 K	20 μm	10 ¹¹ /m ² s		10 ⁻² s	10 ⁻¹⁵ s
kosmički mikrotalasi	2,7 K	2 mm	10 ¹⁷ /m ² s		10 ² s	10 ⁻¹¹ s
zemaljski radio talasi						
Kazimirov efekt					veoma veliko	
Unru zračenje Zemlje	40 zK				veoma veliko	
kupatilo nuklearnog zračenja						
radioaktivnost		10 fm	1 /m ² s	10 ⁻²⁵ m ²	10 ²⁵ s	10 ¹² s
kosmičko zračenje	> 1000 K	10 fm	10 ⁻² /m ² s	10 ⁻²⁵ m ²	10 ²⁷ s	10 ¹⁴ s
neutrino sa Sunca	≈ 10 MK	10 fm	10 ¹¹ /m ² s	10 ⁻⁴⁷ m ²	10 ³⁶ s	10 ¹⁵ s
neutrino iz kosmosa	2,0 K	3 mm	10 ¹⁷ /m ² s	10 ⁻⁶² m ²	10 ⁴⁵ s	10 ²⁴ s
gravitacijsko kupatilo						
gravitacijsko zračenje	5·10 ³¹ K	10 ⁻³⁵ m			veoma veliko	

^a Vrednosti su grubo procenjene. Predpostavljeno je da makroskopska lopta ima veličinu 1 mm

KAKO KUPATILA DOVODE DO DEKOHERENCIJE – OPUŠTANJE

Druga metoda da se odredi vreme dekoherencije takođe je uobičajena. Svaka interakcija sistema sa kupatilom opisana je vremenom opuštanja (relaksacije) t_r . Pojam **opuštanje** određuje svaki proces koji dovodi do povratka u ravnotežno stanje. Takođe se koriste i pojmovi **prigušenje** ili **trenje**. U datom slučaju, vreme opuštanja opisuje povratak u ravnotežno stanje kombinacije kupatila i sistema. Opuštanje je primer nepovratnog razvoja. Proces se naziva nepovratnim ukoliko je veoma mala verovatnoća povratnog

¹ Vreme dekoherencije izvedeno je iz proučavanja razvoja matrice gustine $\rho(x, x')$ objekata koji se nalaze u dve tačke x i x' . Nalazi se da elementi izvan glavne dijagonale slede

$$\rho(x, x', t) = \rho(x, x', 0) e^{-\Lambda t (x-x')^2} \quad \text{pri čemu je} \quad \Lambda = k^2 \varphi \sigma_{\text{eff}} \quad (73)$$

gde je k talasni broj, φ tok i σ_{eff} poprečni presek pogodaka, to jest obično veličina makroskopskog predmeta. (**Ref. 97**). Isto tako se nalazi i iznenađujući rezultat da sistem sa energijom čestice E_{hit} sruši matricu gustine do približno de Broglijeve (ili toplotne de Broglijeve) talasne dužine čestice koja pogađa. (**Ref. 98**). Oba rezultata uzeta zajedno daju gornju jednakost.

procesa, u kojem se svaki sasavni deo kreće u suprotnom smeru¹. Na primer, to je obično kada se čaša vina usutog u bokal vode oboji ukupnu vodu; veoma retko se može zapaziti da se voda i vino ponovo razdvoje, pošto je veoma retka verovatnoća da molekuli vode i vina istovremeno zajedno promene smer, stanje stvari koje usrećuje proizvođače vina i izaziva očajanje kod potrošača vina.

Hajde da sada uprostimo opis kupatila. Mi ćemo ga pretpostaviti jednim, nespecificiranim skalarnim poljem koje je u interakciji sa kvantnim sistemom. Usled neprekidnosti prostora, ovakvo polje ima beskonačan broj stepena slobode. Ono se uzima za oblikovanje mnogo stepena slobode kupatila. Predpostavlja se da polje u početnom stanju u kome je njegov stepen slobode pobuđen na način opisan temperaturom T . Interakcija sistema sa kupatilom, što je poreklo procesa opuštanja, može da se opiše pomoću uzastopnih prenosa male količine energije E_{hit} sve do završetka procesa opuštanja.

Objekti koji nas zanimaju u ovom razmatranju, kao što su pomenuta mačka, ljudi ili automobil, opisani su masom m . Njihovo glavno svojstvo je najveća energija E_r koja može da se prenese sa sistema u okolinu. Ova energija opisuje interakciju između sistema i okoline. Superpozicije makroskopskih stanja koje nas zanimaju rešenja su razvoja hamiltonijana ovih sistema.

Početna koherencija superpozicije, tako uznemirujuće suprotna sa našim svakodnevnim doživljavanjima, eksponencijalno nestaje tokom vremena dekoherencije t_d određenog sa (**Ref. 99**)²

$$t_d = t_r \frac{E_{\text{hit}}}{E_r} \frac{e^{\frac{E_{\text{hit}}}{kT}} - 1}{e^{\frac{E_{\text{hit}}}{kT}} + 1} \quad (76)$$

gde je k **Bolcmanova konstanta**, a E_r kao i gore je najveća vrednost energije koja može da se prenese iz sistema u okolinu. Treba zapaziti da je uvek $t_d \leq t_r$. Posle isteka vremena dekoherencije t_d , sistem se razvio iz koherentnih do nekoherentnih stanja superpozicije, ili, drugim rečima, u matrici gustine nestali su elementi izvan glavne dijagonale. Takođe se kaže da je uništena fazna koherencija sistema. Prema tome, posle vremena t_d sistem će se naći ili u stanju ψ_a ili u stanju ψ_b , respektivno, uz verovatnoće $|a|^2$ ili $|b|^2$, i nikada više u koherentnoj superpoziciji koja je toliko u suprotnosti sa našim svakodnevnim iskustvima. Koje krajnje stanje je odabrano zavisi od preciznog stanja kupatila, čiji su detalji izbačeni iz računanja uzimajući prosek za stanja njegovih mikroskopskih sastavnih delova.

Važan rezultat za sve makroskopske objekte, vreme dekoherencije t_d , je izuzetno malo. Da bismo to sagledali još jasnije, možemo da proučimo poseban pojednostavljen slučaj. Makroskopski objekt mase m kao što je mačka ili automobil, predpostavlja se da je istovremeno na dva mesta, razdvojena rastojanjem l , to jest, u superpoziciji dva odgovarajuća stanja. Osim toga, predpostavljamo da je superpozicija nastala usled kretanja predmeta kao kvantnog mehaničkog oscilatora učestanosti ω između dva različita položaja. Energija predmeta tada je određena sa $E_r = m\omega^2 l^2$, a najmanji prenos energije je $E_{\text{hit}} = \hbar\omega$ je razlika između nivoa oscilatora.. U makroskopskoj situaciji, ova poslednja energija je mnogo manja od kT , tako da iz predhodnog izraza dobijamo (**Ref. 101**)

$$t_d = t_r \frac{E_{\text{hit}}^2}{2E_r kT} = t_r \frac{\hbar^2}{2mktl^2} = t_r \frac{\lambda_T^2}{l^2} \quad (77)$$

¹ Čuvajte se drugih odrednica koje pokušavaju da načine nešta dublje od pojma nepovratno, kao što je tvrdnja da „nepovratno“ znači da povratni proces **uopšte nije** moguć. Većina takozvanih „protivrečnosti“ između nepovratnosti procesa i nepovratnosti razvoja nastaje usled takvog pogrešnog poimanja pojma „nepovratno“.

² Ovaj rezultat dobijen je kao u predhodnom slučaju. Sistem koji je u interakciji sa kupatilom uvek ima razvoj određen u opštem obliku (**Ref. 100**).

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] - \frac{1}{2t_0} \sum_j [V_j \rho, V_j^\dagger] + [V_j, \rho V_j^\dagger] \quad (74)$$

gde je ρ matrica gustine, H je hamiltonijan, V je interakcija, a t_0 karakteristično vreme interakcije. Da li možete da vidite zašto? (**Izazov 123ny**). Rešavanjem ove jednakosti nalaze se elementi dijagonale $\rho(t) = \rho_0 e^{-t/t_0}$. Drugim rečima, oni nestaju u karakterističnom vremenu t_0 . U većini slučajeva dobija se relacija u obliku

$$t_0 = t_r \frac{E_{\text{hit}}}{E_r} = t_{\text{hit}} \quad (75)$$

ili neka njena varijanta, kao u gornjem primeru.

u kojem je učestanost ω nestala. Veličina $\lambda_T = \hbar/\sqrt{2mkT}$ naziva se **de Brolijjeva toplotna talasna dužina** čestice.

Primećujemo da se kvant $\hbar$ pojavljuje u izrazu za vreme dekoherencije. Dekoherencija je zato kvantni proces.

Veoma je jednostavno da se vidi da je za praktično sve makroskopske predmete tipično vreme dekoherencije veoma kratko. Na primer, ako se stavi da je $m = 1$ g, $l = 1$ mm i $T = 300$ K, dobija se $t_d/t_r = 1,3 \cdot 10^{-39}$ s. Čak i kada bi interakcija između sistema i okoline bila toliko slaba da bi sistem imao vreme opuštanja kolika je i starost svemira, koja iznosi oko $4 \cdot 10^{17}$ s, vreme t_d bi bilo još uvek kraće od $5 \cdot 10^{-22}$ s, što je preko milion puta brže od vremena oscilovanja zraka svetlosti (oko 2 fs za zelenu svetlost). Za Šredingerovu mačku vreme dekoherencije bi bilo još kraće. Ova vremena su toliko kratka da se čak ne možemo ni nadati da pripremimo početnu koherentnu superpoziciju, a kamo li da posmatramo njen raspad ili da izmerimo vreme trajanja.

Međutim, za mikroskopske sisteme situacija je drugačija. Na primer, za elektron u čvrstom telu, rashlađenom u tečnom helijumu, imamo $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, tipične veličine $l = 1$ nm i $T = 4$ K, dobijamo da je $t_r \approx t_d$ i prema tome sistem može da ostane u koherentnoj superpoziciji sve do opuštanja, što potvrđuje da za ovakav učinak može zaista da se zapazi ako sistem ostane izolovan. Tipičan primer je ponašanje elektrona u superprovodnim materijalima. (Ref. 102) Više o tome ćemo pomenuti u daljem tekstu.

Godine 1966. prvo stvarno merenje vremena dekoherencije objavio je tim iz Pariza pod rukovodstvom Serža Haroša (Serge Haroche). (Ref. 103). On je potvrdio odnos između vremena dekoherencije i vremena opuštanja, pokazujući prema tome da u mikroskopskoj razmeri mora da se pravi razlika između ova dva procesa. U međuvremenu su ostali eksperimenti potvrdili proces dekoherencije u jednakosti razvoja, kako da male, tako i za elike vrednosti t_d/t_r . (Ref. 104). Posebno lep eksperiment je izveden 2004. godine gde je opaženo nestajanje interferencije sa dva proreza za molekul C_{70} kada je kupatilo bilo u interakciji sa njim. (Ref. 105).

ZAKLJUČAK O DEKOHERENCIJI, ŽIVOT ILI SMRT

Naše istraživanje pokazuje da je **dekoherencija posledica spajanja sa kupatilom u okolini**. Dekoherencija je statistički, termodinamički efekt. Dekoherencija sledi iz kvantne teorije i bila je potvrđena u eksperimentima.

Određivanje vremena dekoherencije u svakodnevnom životu govori nam da i pripremu i opstanak superpozicije makroskopski različitih stanja onemogućava interakcija sa bilo kojim kupatilom koje se nalazi u okolini. Ovo je slučaj čak i kada je veoma malo uobičajeno merenje ove interakcije određene trenjem kretanja sistema. Čak i kada je makroskopski sistem predmet sa izuzetno malim trenjem, što dovodi do vrlo velikih vremena opuštanja, njegovo vreme dekoherencije je zamemarljivo kratko. Samo brižljivo osmišljeni i skupi laboratorijski sistemi mogu da dostignu značajnija vremena dekoherencije.

Naša svakodnevna okolina prepuna je kupatila. Prema tome, **koherentna superpozicija makroskopski različitih stanja nikada se ne pojavljuje u svakodnevnom životu**. Automobili ne može istovremeno da budu i garaži i zvan nje. I mi ne možemo istovremeno da budemo i živi i mrtvi. U saglasnosti sa ovim objašnjenjem, koherentna superpozicija makroskopskih stanja pojavljuje se samo u nekim situacijama u laboratorijama. (Strana 122).

ŠTA JE SISTEM? ŠTA JE PREDMET?

U klasičnoj fizici sistem je deo prirode koji može da se izoluje od njegove okoline. Međutim, kvantna mehanika nam govori da ne postoje izolovani sistemi, pošto ne može da se postigne da interakcije budu izuzetno male. Ova suprotnost može da se reši uz pomoć gore iznetih rezultata: oni nam omogućavaju da odredimo pojam sistema uz mnogo veću pouzdanost.

- **Sistem** je svaki deo prirode čija je interakcija **nekoherentna** sa njegovom okolinom.

Ovo podrazumeva

- **Objekt** je deo prirode koji je u interakciji sa svojom okolinom samo preko kupatila.

Osim toga, dobija se:

- Sistem koji se naziva **mikroskopski** ili **kvantno mehanički** i može da se opiše talasnom funkcijom ψ uvek kada je:
 - skoro izolovan, sa $t_{\text{evol}} = \hbar/\Delta E < t_r$
 - u **inkohherentnoj** interakciji sa svojom okolinom (**Ref. 106**)

Ukratko, mikroskopski ili kvantno-mehanički sistem može da se opiše pomoću talasne funkcije samo kada je u nekoherentnoj i slaboj interakciji sa svojom okolinom. (Za takav sistem neodređenost energije ΔE je veća od energije opuštanja.) Nasuprot tome, kupatilo nikada nije izolovano u pomenutom smislu, pošto je vreme razvoja kupatila uvek mnogo veće nego njegovo vreme opuštanja. Pošto su sva makroskopska tela u dodiru sa kupatilom – ili ga čak i sadrže – ona se ne mogu opisati talasnom funkcijom. Naročito je nemoguće da opiše bilo koji uređaj za merenje pomoću talasne funkcije. Stoga zaključujemo:

- **Makroskopski sistem** je sistem sa vremenom dekoherencije mnogo kraćim od bilo kojeg vremena razvoja njegovih sastavnih delova.

Očigledno, makroskopski sistemi takođe su u nekoherentnoj interakciji sa svojom okolinom. Prema tome, mačke, automobili i voditelji TV emisija sve su to makroskopski sistemi.

Jedna mogućnost je preostala iz ove dve odrednice: šta se događa u situaciji kada je interakcija sa okolinom koherentna? Mi ćemo se uskoro sresti sa nekim primerima. Iz odrednice sledi da oni nisu ni mikroskopski ni makroskopski sistemi.

- “Sistem” u kojem je interakcija sa okolinom koherentna naziva se **upleteni** sistem.

Takvi “sistemi” nisu opisani talasnom funkcijom, i striktno govoreći, radi se o **upletenosti**. Na primer, kaže se da su čestica ili skup čestica **upleteni** sa svojom okolinom.

Upletene sistemi sa koherentnom interakcijom mogu da se podele, ali moraju da se raspletu kada se to čini. Čin podele dovodi do odvojenih subjekata; odvojeni subjekti su u nekoherentnoj interakciji. Kvantna teorija pokazuje da priroda nije načinjena od odvojenih subjekata, ali je načinjena od razdvojitivih subjekata. U kvantnoj teoriji kriterijum za razdvajanje je nekoherentnost interakcije. Koherentna superpozicija podrazumeva iznenađujuću posledicu da postoje sistemi koji izgledaju kao da su sačinjeni od razdvojenih delova, ali nisu. Upetenost postavlja granicu razdvajanja. Sva začuđujuća svojstva kvantne mehanike, kao što je Šredingerova mačka, posledica su klasičnih predrasuda da sistem načinjen od dva ili više delova može da se razdvoji bez smetnji na dva podsistema. Međutim, koherentna superpozicija, ili upleteni sistemi, ne dopuštaju razdvajanje bez smetnji. Uvek kada pretpostavimo da smo u mogućnosti da razdvojimo upletene sisteme, dolazimo do čudnih ili netačnih zaključaka, kao što je prividno prostiranje brže od svetlosti, ili, kako se to danas kaže, do nelokalnih ponašanja. Pogledajmo nekoliko tipičnih primera.

Upletene situacije zapažene su u više eksperimenata. Na primer, kada se elektron i pozitron ponište u dva fotona, polarizacije ova dva fotona su upletene, kao što je izmereno već 1949. godine. Isto tako kada se pobuđeni atom raspada postepeno, emitujući dva fotona, polarizacije fotona su upletene, kao što je prvi put pokazano 1966. godine pomoću atoma kalcijuma. Slično tome, kada se nestabilan molekul u singlet stanju, to jest sa spinom 0, raspada u ostatke, spinovi ostataka su upleteni, kao što je zapaženo 1970. godine. Isto tako spontana parametarska niska konverzija fotona izaziva upletenost. Kada se foton pretvori u dva fotona u nelinearnom optičkom materijalu, dodata energija ova dva fotona odgovara energiji izvornog fotona, a dva fotona su upletena kako u njihovoj polarizaciji, tako u u njihovim smerovima. Godine 2001. upleteni su spinovi dva izuzetno rashlađena uzorka gasa cezijuma, sa milionima atoma u svakom i postavljeni na razmaku od nekoliko milimetara. Takođe je zapažena pravilna upletenost položaja za uzorak blisko postavljenih jona u jonskoj klopki.

DA LI JE KVANTNA TEORIJA NELOKALNA? MALO O PARADOKSU AJNSTAJN–PODOLSKI–ROZEN

[Mr. Duffy] je živeo pomalo udaljen od svog tela...

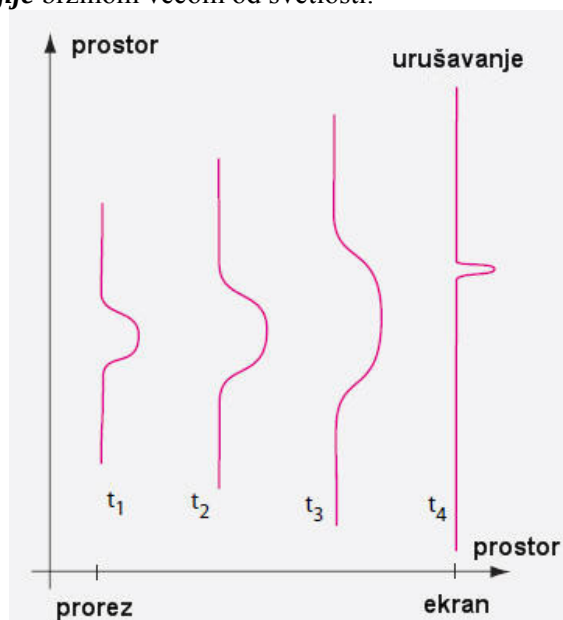
Džejms Džojls (James Joyce, *A Painful Case*)

Često se tvrdi, netačno, da su slom talasne funkcije ili kvantna teorija nelokalni.¹ Pitanje zahteva da bude razjašnjeno.

Poćemo tako što ćemo zamisliti da je elektron udario u ekran pošto je prošao kroz prorez. Prateći opis koji je upravo izveden, proces urušavanja (kolaps) nastavlja se šematski kako je prikazano na **slici 73**. Animacija koja uključuje drugi primer procesa urušavanja – inspirisanog Bomovim (Bohm) misaonim eksperimentom – može da se vidi na donjoj levoj strani ove stranice, počevši od **strane 112**.² Ovaj proces urušavanja ima iznenađujuću stranu: zbog kratkog vremena dekoherencije, tokom urušavanja ove (i bilo koje druge) talasne funkcije vršna vrednost talasne funkcije obično menja položaj brže od svetlosti. Da li ovo ima smisla?

Situacija se naziva **neuzročnom** ili **nelokalnom** ako se energija prenosi brže od svetlosti. Korišćenjem **slike 73** može da se odredi brzina prisutne energije (**Izazov 124s**) korišćenjem rezultata prostiranja signala (**Vol. III, strana 102**). Rezultat je vrednost manja od c . Vršna vrednost talasne funkcije koja se kreće brže od svetlosti ne podrazumeva da se energija kreće brže od svetlosti.

Drugim rečima, kvantna teorija sadrži brzine veće od svetlosti, ali ne i brzine prenosa **energije** veće od brzine svetlosti. (**Ref. 107**). U klasičnoj elektrodinamici to se događa sa skalarnim i vektorskim potencijalom ako se upotrebi Kulonov instrument. Isto tako smo otkrili brzine veće od brzine svetlosti pri kretanju senki ili zatvaranju makaza, kao i mnoga druga zapažanja. (**Vol. II, strana 49**). Zapravo, svaki fizičar ima dva izbora: može da bude pošten, pa da kaže da u prirodi ne postoji nelokalnost; ili da bude manje pošten, pa da tvrdi da postoji. U ovom poslednjem slučaju on mora da tvrdi da čak ni klasična fizika nije lokalna. Međutim, niko se ne usuđuje da to tvrdi. Ustvari, postoji opasnost u ovom provokativnijem korišćenju pojma “nelokalno”: mali procenat onih koji tvrde da je svet nelokalan posle nekog vremena počnu da veruju da u prirodi postoji prenos energije brže od svetlosti. Takve osobe postaju zarobljenici svog smušenog razmišljanja. S druge strane, smušeno razmišljanje pomaže da se lakše proдре u časopise. Ukratko, iako je odrednica nelokalnosti nije jednoglasna, ovde se pridržavamo one strožije, da odredimo nelokalnost kao prenos **energije** brzinom većom od svetlosti.



Slika 73 Kretanje u kvantnoj mehanici: talasna funkcija elektrona (ustvari kvadrat njenog modula) od trenutka prolaska kroz prozor do udara u ekran

¹ Ovim se nastavlja tema sa kojom smo se već upoznali: u opštoj teoriji relativnosti objasnili smo različite tipove nelokalnosti. (**Vol. II, strana 220**)

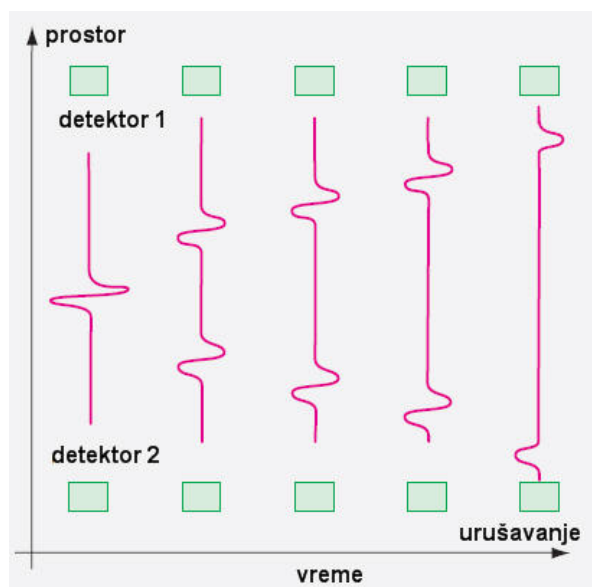
² Odnosi se na stranice originalnog teksta. U pitanju je efekt koji nastaje kada se stranice brzo izlistavaju. U tekstu ovog prevoda to je nemoguće. (Prim. prev)

Često navođeni eksperiment koji pokazuje zamke nelokaliteta predložio je Dejvid Bom (David Bohm)¹ u razmatranju takozvanog Ajnštajn-Podolski-Rozen paradoksa. (**Ref. 108**) i (**Ref. 109**). U poznatom ERP (Einstein-Podolski-Rozen) dokumentu tri autora su pokušala da pronađu kontradikciju između kvantne mehanike i zdravog razuma. Bom je putem misaonog eksperimenta preveo njihov dosta konfuzan dokument tako da je postao jasan. To je prikazano na **sl. 74**. Kada se razdvoje dve čestice u stanju spina 0, merenje smera spina jedne čestice podrazumeva **neposredno** urušavanje spina takođe kod druge čestice, naime u tačno suprotnom smeru. Ovo se događa trenutno tokom celog rastojanja razdvajanja; nije zapaženo ograničenje brzine. Drugim rečima, izgleda da upetljavanje dovodi do komuniciranja bržeg od svetlosti.

Nedjutom, u Bomovom eksperimentu nikakva energija se ne prenosi brže od svetlosti. Ne postoji nikakva nelokalnost, uprkos brojnim suprotnim tvrdnjama izvesnih autora. Dva upletena elektrona pripadaju jednom sistemu: pretpostavka da su oni razdvojeni samo zbog toga što dve talasne funkcije imaju dva razdvojena maksimuma predstavlja pojmovnu grešku. Zapravo, ovom metodom ne može da se prenese bilo koji signal; dekoherencija je slučaj pretpostavke koja izgleda kao signal, pri čemu nije to. Bomov eksperiment, kao i svaki drugi EPR eksperiment, ne omogućava komuniciranje brže od svetlosti. Već smo ranije razmatrali takve slučajeve u odeljku o elektrodinamici. (**Vol. III, strana 104**).

Bomov eksperiment je stvarno izveden. Prvo i najpoznatije ostvarenje izveo je Alen Aspe (Alain Aspect)² 1982 godine (**Ref. 110**); on je upotrebio fotone umesto elektrona. Kao i sva kasnija ispitivanja, ono je u potpunosti potvrdilo kvantnu mehaniku.

Ustvari, eksperimenti, kao što je bio Aspeov, potvrdili su da je nemoguće posmatrati bilo koju od dve čestice kao poseban sistem; nemoguće je je pripisivanje bilo kojeg fizičkog svojstva, kao što je usmerenje spina bilo kojoj od njih dve posebno. (Hajzenbergov opis bi izrazio mnogo jasnije ovo ograničenje). Samo zajedno dva elektrona čine fizički sistem, pošto je par u nekoherentnoj interakciji sa okolinom.



Slika 74. Bomov misaoni eksperiment

Pomenuta dva primera pojave nelokaliteta mogu da se odbace uz napomenu da, pošto očigledno nije uključen tok energije brži od svetlosti, ne pojavljuje se nikakav problem u vezi uzroka. Prema tome, naredni primer je još interesantniji. Uzmimo dva identična atoma, jedan u pobuđenom stanju, a drugi u osnovnom, i označi se sa l razmak koji ih razdvaja. Zdrav razum kazuje da se prvi atom vraća u osnovno stanje uz emitovanje fotona, a drugi atom će biti pobuđen tek pošto protekne vreme $t = l/c$, to jest, tek pošto foton doputuje do drugog atoma.

Iznenadujuće je, ali je ovaj zaključak pogrešan. Atom u osnovnom stanju ima verovatnoću različitu od nule da se pobudi u istom trenutku u kojem se prvi atom vratio u osnovno stanje. Ovo je najjednostavnije

¹ David Jozef Bom (David Joseph Bohm, 1917–1992), fizičar, kopronalazač Aharonov-Bom efekta i proveo je veliki deo svog kasnijeg života istražujući povezanosti između kvantne fizike i filozofije.

² Alen Aspe (Alain Aspect), francuski fizičar poznat po eksperimentima iz oblasti kvantne upletenosti.

pokazao Gerhard Hegerfeld (Gerhard Hegerfeldt). (**Ref. 111**). Ovaj rezultat potvrđen je takođe i eksperimentalno.

Još preciznija proučavanja pokazuju da rezultat zavisi od vrste superpozicije dva atoma na početku: koherentne ili nekoherentne. Za nekoherentnu superpoziciju intuitivni zaključak bi bio ispravan, zaključak koji je suprotan intuiciji pojavljuje se samo kod koherentnih superpozicija. Ponovimo, pažljiva razmatranja pokazuju da ne postoji stvarni nelokalitet energije.

Ukratko, brzine veće od brzine svetlosti u urušavanju talasnih funkcija nisu u suprotnosti sa ograničenjem brzine energije u specijalnoj teoriji relativnosti. Brzine urušavanja su brzine faza. U prirodi su brzine faza neograničene; neograničene brzine faza nikada ne podrazumevaju prenos energije brzinama većim od svetlosti. Osim toga, podsetimo se da je fizički sistem jedino jasno određen ako je on u nekoherentnoj interakciji sa svojom okolinom.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI U VEZI SUPERPOZICIJA

Može li fotograf da prikaže predmet istovremeno na dva različita mesta? (**Izazov 125s**).

* * *

U nekoliko slučajeva stvarno je zapažena superpozicija različitih makroskopskih stanja tako što je temperatura snižena na dovoljno malu vrednost i pažljivim izborom pogodno malih masa ili rastojanja. Dva dobro poznata primera koherentne superpozicije su ona zapažena kod detektora gravitacijskih talasa i u Džosefsonovim čvorovima. U prvom slučaju opažena je superpozicija stanja masa težine 1000 kg postavljenih u različitim tačkama prostora: razmak između njih je reda 10^{-17} m. (**Ref. 101**). U drugom slučaju proizvedena je u superprovodničkom prstenu superpozicija stanja u kojima je makroskopska struja jačine od 1 pA tekla u smeru kazaljke sata, a druga je je tekla u smeru suprotnom kazaljka sata. (**Ref. 112**).

* * *

U nekim materijalima opažene su superpozicije istovremenog namagnetisavanja u smeru gore i smeru dole. (**Ref. 113**).

* * *

Neki ljudi pogrešno tvrde da je atom koji je u stanju superpozicije centriran na drugom položaju kada se fotografiše. (Ovu laž čak koriste neke verske sekte kako bi privukle vernike.) Zbog čega to nije tačno? (**Izazov 126s**).

* * *

Od devedesetih godina prošlog veka, odigrava se širom sveta takmičenje u pronalaženju i igranju sa novim sistemima u koherentnim makroskopskim superpozicijama. (**Ref. 114**). Izazov leži u potrebi za čistim eksperimentima. Eksperimenti sa pojedinačnim atomom u superpoziciji stanja su među najpopularnijim. (**Ref. 115**).

* * *

Godine 1997. iz oblaka atoma natrijuma izdvojeni su koherentni talasi atoma. (**Ref. 116**).

* * *

Makroskopski objekti obično su u nekoherentnom stanju. To je ista situacija kao za svetlost. Svet je pun “makroskopske”, to jest nekoherentne svetlosti: dnevna svetlost, svetlost iz svetiljki i svetleći crvi su nekoherentni. Samo veoma posebne i pažljivo napravljeni izvori, kao što su laseri ili mali tačkasti izvori, emituju koherentnu svetlost. Jedino ovakvi izvori svetlosti omogućavaju proučavanje efekte interferencije. Ustvari, pojmovi “koherentan” i “nekoherentan” potiču iz optike, pošto se oni razlikuju za svetlost, naime sposobnost interferencije zapažen nekoliko vekova pre slučajeva sa materijom.

Koherencija i nekoherencija svetlosti i materije manifestuju se različito, pošto materija može da ostane u stanju mirovanja, a svetlost ne može, pošto je materija sastavljena od fermiona, a svetlost je sastavljena od bozona. (**Strana 108**). Koherencija može jednostavno da e zapazi u sistemima sastavljenim od bozona, kao što je svetlost, zvuk u čvrstim telima ili par elektrona u superprovodniku. Koherencija se malo teže zapaža u sistemima sastavljenim od fermiona, kao što su sistemi atoma sa njihovim oblacima elektrona. Međutim, u oba slučaja može da se odredi vreme dekoherencije. U oba slučaja koherencija u sistemima od više čestica bolje se zapaža ako su sve čestice u istom stanju (superprovodnost, svetlost lasera) i u oba slučaja prelaz iz koherentnog u nekoherentno je usled interakcije sa kupatilom. Zrak je stoga nekoherentan ako njegove čestice stižu nasumično u vremenu i nasumične učestanosti. U svakodnevnom životu, retkost zapažanja koherentnih superspozicija ima isto poreklo kao i retkost zapažanja koherentne svetlosti.

* * *

Kasnije ćemo razmatrati odnose između okoline i raspada nestabilnih sistema. (**Vol. V, strana 40**). Ova pojava je u potpunosti opisana dekoherencijom.

* * *

Možete li da nadete postupak da se izmeri stepen upletenosti? (**Izazov 127ny**). Možete li to da učinite za sistem sastavljen od mnogo čestica?

* * *

Proučavanje upletenosti dovodi do jednostavnog zaključka: **teleportovanje je u suprotnosti sa korelacijom**. Možete li da potvrdite ovaj iskaz? (**Izazov 128ny**).

* * *

Da li su fantomske slike na TV prijemnicima, primeri interferencije, usled lažnih odbijanja,? (**Izazov 129s**).

* * *

Šta se događa kada se dva monohromatska elektrona preklope? (**Izazov 130d**).

* * *

Neki ljudi kažu da se kvantna teorija može koristiti za kvantne računare, korišćenjem koherentnih superpozicija talasnih funkcija. (**Ref. 117**). Možete li navesti glavni razlog koji čini da je ovaj cilj veoma težak – skoro i nemoguć – čak i bez poznavanja kako bi takvi kvantni računari mogli da rade, ili kakvi bi bili takozvani **kjubiti**? (**Izazov 131s**).

ZAŠTO SE U MERENJIMA DOGAĐAJU URUŠAVANJA VEROVATNOĆE I TALASNIH FUNKCIJA?

Merenja u kvantnoj mehanici zagonetna su takođe zbog toga što ona dovode do iskaza u kojem se pojavljuje **verovatnoća**. Na primer, mi govorimo o verovatnoći da se neki elektron nađe na određenom rastojanju od jezgra atoma. Iskazi kao što je ovaj pripadaju opštem tipu “kada meri posmatrač A, verovatnoća ishoda a iznosi p .” U ovome što sledi mi ćemo pokazati da je verovatnoća u takvom iskazu neizbežna u svakom merenju, pošto, kako ćemo pokazati: (1) da je svako merenje i svako posmatranje poseban slučaj dekoherencije ili upleteni proces i (2) da svaki proces dekoherencije podrazumeva kvant rada. (Istorijski, procesi merenja su bili proučavani pre uopštenijih procesa dekoherencije. To objašnjava delimično zbog čega je ova tema zbunjivala mnoge ljudske umove.)

Šta je merenje? Kao što je već ranije pomenuto, merenje je svaka interakcija koja daje zapis ili pamćenje. (**Vol. III, strana 193**). (Svaki uticaj u svakodnevnom životu je zapis, ali to uopšteno nije tačno. Možete li navesti neke uticaje koji su zapis i neke uticaje koji to nisu?) (**Izazov 132s**). Merenja mogu da se izvode pomoću mašina; kada ih izvode ljudi ona se nazivaju **posmatranja**. U kvantnoj teoriji proces merenja nije tako jasan kao u klasičnoj fizici. Ovo se najupečatljivije vidi kada se kvantni sistem, kao što je jedan elektron, prvo učini da prođe kroz prorez radi difrakcije, ili još bolje kroz dvostruki prorez – da bi njegovo svojstvo talasa postalo očigledno, – a zatim se učini da udari u fotografsku ploču, kako bi se postiglo i njegovo svojstvo čestice. Eksperimenti pokazuju da se ne može unapred odrediti zatamnjena tačka u kojoj će elektron udariti u ekran. (Isto važi i za fotone ili bilo koje druge čestice.) Međutim, za veliki broj elektrona može se unapred izračunati uz veliku preciznost prostorni raspored crnih tačaka, takozvani **uzorak difrakcije**.

Ishod eksperimenata u mikroskopskim sistemima prema tome primoravaju nas da koristimo verovatnoću za opisivanje mikrosistema. Naći ćemo da se verovatnoća raspodele $p(\mathbf{x})$ tačaka na fotografskoj ploči može izračunati iz talasne funkcije ψ elektrona na površini ekrana i da je određena sa $p(\mathbf{x}) = |\psi^\dagger(\mathbf{x}) \psi(\mathbf{x})|^2$. Ovo je zapravo poseban slučaj opšteg **prvog svojstva kvantnih merenja**:

- Merenje opažanja A za sistem u stanju ψ daje kao rezultat jednu od sopstvenih vrednosti a_n , a verovatnoća P_n da se dobije rezultat a_n data je sa

$$P_n = |\varphi_n^\dagger \psi|^2 \quad (78)$$

gde je φ_n sopstvena funkcija operatora A koji odgovara sopstvenoj vrednosti a_n .¹

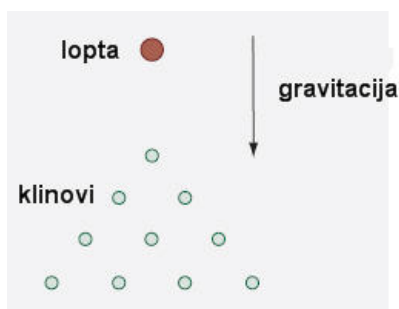
¹ Sve linearne transformacije pretvaraju neke posebne vektore, pod imenom **sopstveni vektori** (*eigenvectors* od nemačke reči *eigen* – *sopstven*) u umnožak samog sebe. Drugim rečima, ako je T transformacija, e vektor, a $T(e) = \lambda e$ (79)

Eksperimenti takođe pokazuju i **drugo svojstvo kvantnih merenja**:

- Posle merenja posmatrani kvantni sistem je u stanju φ_n koje odgovara izmerenoj sopstvenoj vrednosti a_n . Kaže se takođe da se u toku merenja talasna funkcija urušila od stanja ψ u stanje φ_n . (**Ref. 118**)

Ove dva eksperimentalne osobine mogu takođe da se uopšte u još opštiji slučaj sa izobličenim i neprekinutim sopstvenim vrednostima.

Očigledno je da rezultati eksperimenta u procesu merenja zahtevaju objašnjenje. Na prvi pogled, vrsta verovatnoće sa kojom se srećemo u kvantnoj teoriji razlikuje se od verovatnoće sa kojom se srećemo u svakodnevnom životu. Uzmite rulet, kocku, sistem prikazan na **slici 75**, pačinko mašinu (vrsta japanskog flipera) ili smer pri kojem olovka padne na vrh: svi su eksperimentalno izmereni tako da budu slučajni (pod pretpostavkom da nije bilo varanja od strane konstruktora ili izvršioca) do velikog stepena tačnosti. Ovi sistemi iz svakodnevnog života nisu za nas zagonetka. Mi podsvesno predpostavljamo da slučajni ishodi nastaju usled malih, ali nekontrolisanih odstupanja početnih uslova ili okolina svaki put kada se eksperiment ponovi.¹



Slika 75 Sistem prikazuje svojstva verovatnoće: lopta pada kroz oblast sa klinovima

Ali izgleda da su mikroskopski sistemi drugačiji. Dva svojstva kvantnih merenja koja su upravo pomenuta izražavaju, ono što fizičari posmatraju u svakom eksperimentu, čak i kada se početni uslovi svaki put postave da budu **potpuno** isti. Ali zbog čega ne može tada da se predvideti položaj pojedinačnih elektrona, ili većine zapažanja u kvantnom sistemu? Koliko dugo traje urušavanje? U začetku kvantne teorije postojala je percepcija da je nepredvidivost posmatranja usled nedostatka informacija o stanju čestice. Ovo je navelo mnoge da traže “skrivenu promenljivu”. Međutim, svi ovi pokušaji bili su osuđeni na neuspeh. Zajednici naučnika je bilo potrebno neko vreme da shvati da nepredvidivost nije usled nedostatka informacija o stanju čestice koje je zapravo **potpuno** opisano vektorom stanja ψ .

Da bismo otkrili poreklo verovatnoće, podsetimo se na prirodu merenja, ili još bolje, na opšta posmatranja.

- Svako opažanje je pravljenje zapisa.

Zapis može biti slikovno ili zvučno pamćenje u našem mozgu, ili napisani zapis na papiru, ili snimljen na traku, ili bilo koju takvu vrstu objekta. Kao što smo u predhodnom delu objasnili (**Vol. III, strana 192**), objekt je zapis ako on ne može slučajno da se pojavi ili da nestane. Da bi se izbegao uticaj slučajnosti, svi zapisi što je moguće jače moraju da se zaštite od **spoljnog** sveta; odnosno obično se arhive stavljaju u zgrade otporne na zemljotrese sa protivpožarnom zaštitom, drže se dokumenti na sigurnim mestima, što je moguće jače mozak se štiti od povreda, itd.

Povrh toga, zapisi moraju da se zaštite od **unutrašnjih** kolebanja. Ova unutrašnja kolebanja nastaju usled mnogo sastavnih delova u svakom uređaju za zapisivanje. Ako bi kolebanja bila isuviše velika, mogla bi da načine nemogućim razlikovanja mogućih sadržaja u memoriji. Osim toga, kolebanja se povećavaju sa porastom veličine sistema, obično sa kvadratnim korenom veličine. Na primer, ako je zapis rukopisom isuviše mali, teško je da se pročita ako se papir ošteti; ako su magnetni tragovi na trakama isuviše mali, oni će se razmagnetiti i uskladištene informacije će se izgubiti. Drugim rečima, zapis je stabilan u odnosu na

pri čemu je λ skalar, tada se vektor e naziva **sopstven vektor** od T , a λ je pridružena **sopstvena vrednost**. Skup svih sopstvenih vrednosti transformacije T naziva se **spektar** od T .

¹ Da bi se dobio osećaj za ove podsvesne pretpostavke, možda želite da pročitate već pomenutu priču onih fizičara koji su napravili mašinu koja bi mogla da predvidi ishod kuglice ruleta iz početne brzine koju daje krupije. (**Vol. I, strana 101**).

unutrašnja kolebanja ako se načini dovoljno velikim. Svaki zapis prema tome se sastoji od više sastavnih delova i ispoljava mala kolebanja.

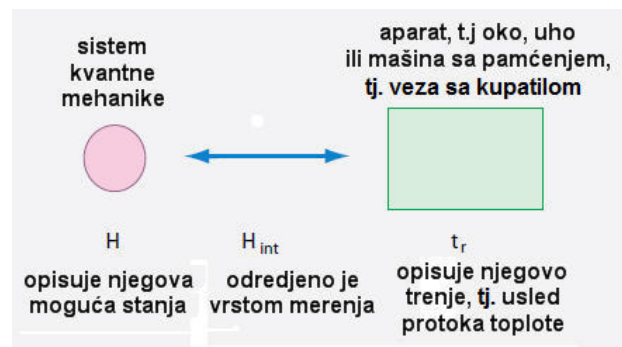
Važnost veličine može da se izrazi i na drugi način: svaki sistem sa pamćenjem, to jest svaki sistem koji može da proizvede zapis, sadrži **kupatilo**. Ukratko, iskaz da je svako posmatranje izrada zapisa, može da se izrazi preciznije kao:

- Svako posmatranje sistema je rezultat interakcije između tog sistema i kupatila u uređaju za zapisivanje.

Uzgred, pošto kupatila podrazumevaju trenje, možemo isto tako da kažemo: pamćenju je potrebno trenje. Osim toga, svako posmatranje kojim se meri fizička veličina koristi interakciju zavisnu od iste veličine. Uz ovu, naizgled beznačajnu primedbu, možemo da opišemo detaljnije proces opažanja, ili, kao što se obično naziva u kvantnoj teoriji, proces merenja.

Svaki **uređaj** za merenje, ili detektor, okarakterisan je sa dva glavna svojstva, prikazana na **slici 76**: interakcijom koju on ima sa mikroskopskim sistemom i kupatilom koje sadrži da bi se napravio zapis. (**Ref. 119**). Svaki opis procesa merenja stoga je opis razvoja mikroskopskog sistema i detektora; prema tome, potreban je hamiltonijan za česticu, hamiltonijan za interakciju i svojstvo kupatila (kao što je vreme opuštanja t_r). Interakcija određuje šta se meri, a kupatilo ostvaruje pamćenje.

Znamo da samo klasični termodinamički sistemi mogu da budu nepovratni; ne i kvantni sistemi. Prema tome zaključujemo: sistemi merenja **moraju** da budu opisani klasično: u suprotnom oni nebi imali pamćenje i nebi bili sistemi merenja: nebi mogli da prave zapis! Pamćenje je klasični učinak. (Još preciznije, pamćenje je učinak koji se pojavljuje samo u klasičnim granicama.) Bez obzira na to, pogledajmo šta se događa ako sistem merenja opišemo kvantnom mehanikom.



Slika 76 Princip koji se koristi za opis merenje

Nazovimo sa A opažanje koje je mereno u eksperimentu i sopstvenu funkciju φ_n . Opisali smo kvantno-mehanički sistem koji se posmatra – najčešće česticu – stanjem ψ . Potpuno stanje sistema može uvek da se napiše kao

$$\psi = \psi_p \psi_{\text{other}} = \sum c_n \varphi_n \psi_{\text{other}} \quad (80)$$

Ovde je ψ_p oblik stanja (čestice ili sistema) kojeg želimo da izmerimo, a ψ_{other} predstavlja sve ostale stepene slobode, to jest one koji nisu opisani – **premošćene**, matematički rečeno – operatorom A koji odgovara posmatranju kojeg želimo da merimo. Brojevi $c_n = |\varphi_n^\dagger \psi_p|$ daju razvoj stanja ψ_p koji se uzima za normalizaciju u smislu osnove φ_n . Na primer, u tipičnom merenju položaja, funkcije φ_n bile bi položaji sopstvenih funkcija, a ψ_{other} sadržavale bi informacije o količini kretanja, spinu i svim ostalim svojstvima čestice.

Na šta liči interakcija sistem-detektor? Nazovimo stanje uređaja pre početka merenja χ_{start} . Sam uređaj za merenje, po odrednici je uređaj čije se stanje menja kada ga pogodi čestica sa stanjem $\varphi_n \chi_{\text{other}}$ iz stanja χ_{start} u novo stanje χ_n . Kaže se da je uređaj izmerio sopstvenu vrednost a_n koja odgovara sopstvenoj funkciji φ_n uz operator A . Indeks n je prema tome zapis merenja; on se naziva indeks **pokazivanja** ili promenljiva. Ovaj indeks nam kazuje u kojem je stanju bio mikroskopski sistem pre interakcije. Važna tačka, uzeta iz našeg prethodnog razmatranja, je da su makroskopski različita stanja χ_n , koja su zapisana precizno u smislu predhodnog odeljka. U suprotnom, ona nebi bili zapisi, a interakcija sa detektorom nebi bila merenje,

Naravno, tokom merenja uređaj osetljiv na φ_n menja deo ψ_{other} stanja čestice na drugu situaciju $\psi_{\text{other}, n}$, koja zavisi od merenja i uređaja; nema potrebe da je odredimo u razmatranju koje sledi.¹ Ali proverimo odmah naše razmišljanje. Na primer, svaka fotografska ploča predstavlja detektor položaja jonizovanih čestica. Ploča, kao uopšte i svi uređaji koji mere položaj, čine to preko promene količine kretanja na način koji zavisi od merenog položaja: elektroni se zaustavljaju na fotografskoj ploči. U tom slučaju, χ_{start} je bela ploča, φ_n bi bila čestica lokalizovana u tački n , χ_n je funkcija koja opisuje ploču zacrnjenu u tački n , a $\psi_{\text{other}, n}$ opisuje količinu kretanja i spin čestice posle sudara sa fotografskom pločom u tački n .

Sada smo spremni da pogledamo sam proces merenja. Za trenutak zanemarimo kupatilo u detektoru i opišimo detektor takođe stanjem, kojeg ćemo nazvati χ_{start} . U vreme pre interakcije između čestice i detektora, složeni sistem (uključujući i detektor) nalazio se u početnom stanju ψ_i koje je određeno jedno-

$$\psi_i = \psi_p \chi_{\text{start}} = \sum c_n \varphi_n \chi_{\text{other}} \chi_{\text{start}} \quad (83)$$

gde je ψ_p stanje (čestice ili sistema). Posle interakcije, korišćenjem upravo pomenute eksperimentalno određene karakteristike uređaja, zajedničko stanje ψ_a je

$$\psi_a = \sum c_n \varphi_n \chi_{\text{other}, n} \chi_n \quad (84)$$

Ovaj razvoj od ψ_i do ψ_a sledi iz jednakosti razvoja primenjen u kombinaciju čestica-detektor. Sada je kombinovano stanje ψ_a superpozicija makroskopski različitih stanja: to je superpozicija različitih makroskopskih stanja detektora. U našem slučaju ψ_a moglo bi da odgovara superpoziciji stanja u kojem se zacrnjena tačka nalazi u u gornjem levom uglu na inače beloj ploči. Takva situacija nikada nije zapažena. Objasnimo zbog čega.

Matrica gustine ρ_a kombinovanog stanja ψ_a posle merenja, data sa

$$\rho_a = \psi_a \otimes \psi_a^\dagger = \sum_{n, m} c_n c_m^* (\varphi_n \psi_{\text{other}, n} \chi_n) \otimes (\varphi_m \psi_{\text{other}, m} \chi_m)^\dagger \quad (85)$$

sadrži velike članove izvan glavne dijagonale, to jest članove za $n \neq m$ čiji su brojevi činioci različiti od nule. Sada vratimo kupatilo. Iz predhodnog odeljka znamo učinak kupatila na takvu makroskopsku superpoziciju. Nalazimo da se dekoherencija matrice gustine kakva je ρ_a događa izuzetno brzo. Predpostavićemo da je vreme dekoherencije zanemarljivo malo.² Posle dekoherencije nestaju članovi izvan glavne dijagonale i samo ostaje dijagonalna matrica gustine ρ_f , data sa

$$\rho_f = \sum_n |c_n|^2 (\varphi_n \psi_{\text{other}, n} \chi_n) \otimes (\varphi_n \psi_{\text{other}, n} \chi_n)^\dagger \quad (86)$$

i ima eksperimentalni značaj. Kao što je objašnjeno u predhodnom tekstu, takva matrica gustine opisuje zajedničko stanje, a brojevi $P_n = |c_n|^2 = |\varphi_n^\dagger \psi_p|^2$ određuju verovatnoću merenja vrednosti a_n i nalaženje čestice u stanju $\varphi_n \psi_{\text{other}, n}$, kao i detektora u stanju χ_n . Međutim, ovo je tačno ono što izražavaju dva svojstva kvantnih merenja.

Prema tome smatramo da opisivanje merenja kao razvoja kvantnog sistema koji je u interakciji sa makroskopskim detektorom, koje samo sadrži kupatilo, možemo iz jednačina razvoja kvantne mehanike da

¹ Na šta liči interakcija matematički? Iz opisa koji je upravo dat, određujemo krajnje stanje za svako početno stanje. Pošto se dve matrice gustina odnose kao

$$\rho_f = T \rho_i T^\dagger \quad (81)$$

možemo da izvedemo Hamiltonijan iz matrice T . Da li ste sposobni da sagledate kako? (**Izazov 133ny**)

Uzgred, kaže se uopšteno da je aparatura za merenje opažanja A ima Hamiltonijan interakcije sistema koji zavisi od indikatorske promenljive A , a za koju se ima

$$[H + H_{\text{int}}, A] = 0 \quad (82)$$

² Međutim, treba zapaziti da je **stvarno** iščezavanje vremena dekoherencije, što znači **strogo** beskonačan broj sloboda kupatila ili okoline, u suprotnosti sa jednakošću razvoja, a posebno sa jedinstvom, lokalitetom i uzročnošću. Suština je u celoj stvari da se pomešaju logične posledice izuzetno malih vremena dekoherencije sa onima za vremena dekoherencije koje stvarno nestaju.

izvedemo oba svojstva kvantnih merenja, verovatnoće ishoda i urušavanja talasne funkcije. Vreme dekoherencije t_d iz predhodnog odeljka postaje vreme urušavanja za slučaj merenja; osim toga nalazimo

$$t_{\text{collapse}} = t_d < t_r \quad (87)$$

Drugim rečima, vreme urušavanja je uvek manje od vremena opuštanja kupatila. Prema tome, imamo obrazac za vreme urušavanja talasne funkcije. Sva eksperimentalna merenja vremena urušavanja potvrdila su ovaj rezultat. (**Ref. 103**)

ZAŠTO JE $\hbar$ POTREBAN ZA VEROVATNOĆU?

Može se raspravljati da pošto dva svojstva kvantnih merenja ne sadrže $\hbar$ da na prvi pogled nisu posledice kvantne teorije. Međutim, ovaj stav je netačan.

Dekoherencija je kvantni proces, pošto se $\hbar$ pojavljuje u izrazu za vreme dekoherencije. Pošto je urušavanje talasne funkcije zasnovano na dekoherenciji, ono je takođe kvantni proces. Isto tako je i verovatnoća usled kvanta rada. Osim toga, videli smo (**strana 71**) da se pojam talasne funkcije pojavljuje samo zbog kvanta rada $\hbar$ različitog od nule. Talasna funkcija, njeno urušavanje i verovatnoća su usled kvanta promene $\hbar$. Ovi rezultati podsećaju na ranije načinjen iskaz (**strana 28**): verovatnoća se pojavljuje uvek kada eksperimentalni pokušaji otkriju promene, to jest, vrednosti rada manjih od $\hbar$. Većina zagonetki u vezi sa merenjima je usled takvih pokušaja. (**Izazov 134ny**). Međutim, priroda ne dozvoljava takva merenja; verovatnoća se pojavljuje pri svakom takvom pokušaju.

SKRIVENE PROMENLJIVE

Veliki broj ljudi nije zadovoljno objašnjenjem za verovatnoću. Oni traže više misterije u kvantnoj teoriji. Oni ne vole ideju da je verovatnoća nastala usled kupatila i zbog kvanta rada. Najpoznatija predrasuda koju gaje takvi ljudi je ideja da je verovatnoća nastala usled nekog skrivenog vida prirode koji je još uvek nepoznat ljudima. Takvi zamišljeni, nepoznati aspekti nazvani su **skrивene promenljive**.

Lepa stvar kod kvantne mehanike je ta što ona dopušta i pojmovne i eksperimentalne provere da li postoje takve skrivene promenljive bez potrebe da se one poznaju. Naravno, skrivene promenljive koje bi upravljale razvojem mikroskopskog sistema protivrečile bi rezultatu da ne može da se orkrije vrednost rada manja od $\hbar$. Ova najmanja opažena vrednost rada razlog je za nasumična ponašanja mikroskopskih sistema. Najmanji rad prema tome **isključuje** postojanje skrivenih promenljivih. Ali dodajmo neke još detaljnije dokaze.

Istorijski, prvi dokaz protiv skrivenih promenljivih dao je Džon fon Nojman (Janos von Neumann).¹ Dodatnu teoremu o nefunkcionalnosti (no-go teorema) za skrivene promenljive objavili su Kohen (Kochen) i Speker (Speker) 1967. i nezavisno od njih Bel (Bell) 1969. (**Ref. 120**). Teorema izražava da su nestandardne skrivene varijable nemoguće, ako ima Hilbertov prostor istu dimenziju ili veću od tri. Teorema je o nesastavnim promenljivima, to jest o skrivenim promenljivima **unutar** kvantnomehantičkog sistema. Teorema Kohen-Speker prema tome izražava da ne postoji model nesastavnih skrivenih promenljivih, pošto ga matematika zabranjuje. Ovaj rezultat suštinski odbacuje svaku mogućnost postojanja skrivenih promenljivih, pošto običan sistem kvantne mehanike ima Hilbertov prostor čije su dimenzije veće od tri.

Naravno, ne može se izbeći da se ne pomene da ne postoje ograničene teoreme o **nesastavnim** (nekontekstualnim) skrivenim promenljivima, to jest, promenljivima u okolini i posebno u kupatilima koja su u njoj. Ustvari, njihova neophodnost je pomenuta u predhodnom tekstu.

Takođe i zdrav razum odbacuje skrivene varijable uz proste dokaze, bez ikakvih resursa u matematici. Ako kvantnomehantički sistem ima skrivene promenljive, uređaj za merenje bi ih imao nekoliko zilionu.² A to bi značilo da nebi mogao da radi kao sistem za merenje.

¹ Džon fon Nojman (János von Neumann, 1903. Budapest – 1957. Washington DC) uticajan matematičar. Jedan od najvećih i najbistrijih umova u dvadesetom veku, rešio je već mnogo pitanja, posebno u primenjenoj matematici i kvantnoj teoriji sa kojima se još i danas borimo. Radio je na atomskoj i hidrogenskoj bombi, na balističkim projektilima i opštim problemima odbrane. U drugom poznatom projektu on je napravio prvi računar u SAD, izrađenog na njegovom proširenjima ideja Konrada Cuzea (Konrad Zuse)

² Što dovodi do odrednice da je jedan zilion 10^{23} .

Uprkos svim dokazima, istraživači su tražili eksperimentalne provere za skrivene promenljive. Većina provera se zasnivala na poznatoj Belovoj nejednakosti, divnom i jednostavnom odnosu kojeg je objavio Džon Bel (John Bell)¹ šezdesetih godina dvadesetog veka.

Početna ideja je da se razlikuju kvantna teorija i lokalne realističke teorije korišćenjem skrivenih promenljivih tako što se mere polarizacije dva korelevantna fotona. Kvantna teorija kazuje da je polarizacija fotona određena samo u vremenu njihovog merenja, dok lokalni realistički model – najdirektnija vrsta modela skrivenih promenljivih – tvrdi da je ona unapred određena skrivenom promenljivom. Zanimljivo je, ali eksperimenti ne mogu da se koriste za odgovor koji pristup je ispravan.

Zamislite da se polarizacija meri u dve razmaknute tačke A i B. Svaki posmatrač može da meri 1 ili -1 u svakom njegovom omiljenom smeru. Neka svaki posmatrač odabere dva smera, 1 i 2, i nazove njihove rezultate a_1, a_2, b_1 i b_2 . Pošto su rezultati merenja mogu da budu samo ili 1 ili -1, vrednost posebnog izraza $(a_1 + a_2) b_1 + (a_2 - a_1) b_2$ ima uvek vrednost ± 2 .

Zamislite da ponavljate eksperiment mnogo puta, predpostavljajući da se skrivene promenljive pojavljuju statistički. (**Ref. 121**). Tada možete da izvedete zaključak za (poseban slučaj) Belove nejednakosti za dve skrivene promenljive; on predviđa (**Izazov 135e**)

$$|(a_1 b_1) + (a_2 b_1) + (a_2 b_2) - (a_1 b_2)| \leq 2 \quad (88)$$

Ovde su izrazi u zagradama srednje vrednosti proizvoda merenja iz velikog broja uzoraka. Ovo predviđanje skrivenih promenljivih postoji nezavisno od smera posmatrane polarizacije.

S druge strane, za slučaj da su polarizacije 1 i 2 na mestu A i odgovarajuće polarizacije na mestu B odabrane sa uglom od $\pi/4$, kvantna teorija predviđa da je

$$|(a_1 b_1) + (a_2 b_1) + (a_2 b_2) - (a_1 b_2)| = 2\sqrt{2} > 2 \quad (89)$$

Ovo predviđanje je u potpunoj suprotnosti sa rezultatom skrivenih promenljivih.

Sve eksperimentalne provere Belove nejednakosti potvrdile su standardnu kvantnu mehaniku, Ne postoje izuzeci.

Drugu merljivu protivrečnost između kvantne teorije i lokalnih realističkih teorija predskazali su Grinberger (Greenberger), Horn i Čajlinger (Zeilinger) u sistemima sa tri upletene čestice. (**Ref. 122**) I opet je u svim eksperimentima kvantna teorija bila potvrđena.

Ukratko, nikada nije nađeno nikakvo prisustvo skrivenih promenljivih. Naravno, to zaista nije iznenađujuće. Traganje za skrivenim promenljivima zasnovano je na nerazumevanju kvantne mehanike ili na ličnim željama o tome kakav bi trebalo da bude svet, umesto da se govori o tome kakav jeste: u prirodi postoji najmanja merljiva vrednost rada $\hbar$.

ZAKLJUČAK O VEROVATNOĆI I DETERMINIZMU

Geometric demonstramus quia facimus; si physics demonstrare possemus, faceremus.

Danbatiista Viko (Giambattista Vico)²

Iz činjenica koje su ovde predstavljene možemo da izvedemo brojne zaključke koji su nam potrebni za ostatak penjanja na planinu. Primetimo da ove zaključke, iako su u saglasnosti sa eksperimentima, nisu još uvek prihvatili svi fizičari. Cela ova tema je problem za ljude kojima je draža ideologija nego li činjenice.

- Verovatnoća se ne pojavljuje u merenjima usled toga što je stanje kvantnog sistema nepoznato ili nejasno, već zbog toga što je nepoznato detaljno stanje kupatila u okolini. ***Verovatnoća u kvantnoj mehanici potiče i postoji zbog kupatila u okolini (ili u uređaju za merenje) u kombinaciji sa***

¹ Džon Stjuart Bel (John Stewart Bell, 1928. – 1990.), teorijski fizičar koji je radio uglavnom na utemeljivanju kvantne teorije.

² “Mi smo u stanju da pokažemo geometrijske stvari jer ih stvaramo; ako bismo mogli dokazati fizičke stvari, mogli bismo i da ih napravimo.” (prevedeno sa engleskog). Đovani Batista Viko (Giovanni Battista Vico, 1668, Napoli – 1744. Napoli) značajan filozof i mislilac. U ovoj čuvenoj izreci on je naglasio temeljne razlike između matematike i fizike.

kvantom rada h . Verovatnoća je prisutna zbog velikog broja sloboda koje sadrži bilo koje kupatilo. Ovaj veliki broj čini da su ishodi eksperimenata nepredvidivi. Ako bi stanje kupatila bilo poznato, ishod eksperimenta bi mogao da se predvidi. Verovatnoća kvantne teorije je po poreklu “termodinamička”. Drugim rečima, u prirodi ne postoje osnovne verovatnoće. Sve verovatnoće u prirodi su usled dekoherencije; naročito su sve verovatnoće usled statistike više čestica – od kojih neke mogu da budu virtualne – koje su deo kupatila u okolini. Primena je dobro poznatih reči Alberta Ajnštajna “priroda se zaista ne kocka”. Prema tome mi ćemo nazvati ψ **talasna funkcija** umesto “amplituda verovatnoće”, kao što se često čini. Još lepši naziv bi bio **funkcija stanja**.

- Sva opažanja u svakodnevnom životu posebni su slučajevi dekoherencije. Ono što se obično naziva “urušavanje talasne funkcije” proces je dekoherencije usled interakcije sa kupatilima prisutnim u okolini ili u uređajima za merenje. Pošto su ljudi toplokrvna bića i imaju pamćenje, sami ljudi su merni uređaji. Činjenica da temperatura našeg tela od 37°C je razlog što mi vidimo samo jedan svet, a ne i superpozicije. (Ustvari, postoje i drugi razlozi; možete li da imenujete nekoliko?) (*Izazov 136s*).
- Merenje je završeno kada je mikroskopski sistem bio u interakciji sa kupatilom u uređaju za merenje. Kvantna teorija kao opis prirode ne iziskuje detektore; jednakost razvoja opisuje sve primere kretanja. Međutim, **merenja** zahtevaju postojanje detektora. Detektori, budući da su mašine koje zapisuju posmatranja, moraju da sadrže kupatila, to jest, moraju da budu klasični, makroskopski predmeti. U tom smislu kaže se da su to **klasični uređaji**. Ova neophodnost da merni uređaj mora da bude klasičan, bila je naglašena u vrlo ranom stupnju kvantne teorije.
- Sva merenja, budući da su procesi dekoherencije koji obuhvataju interakcije sa kupatilom, nepovratni su procesi i sadrže entropiju.
- Merenje je poseban slučaj kvantnomehaničkog razvoja, naime razvoja za kombinaciju kvantnog sistema, makroskopskog detektora i okoline. Pošto je jednakost razvoja relativistička invarijanta, ne pojavljuju se u merenju problemi uzročnosti, niti se pojavljuju problemi lokaliteta niti logički problemi.
- Pošto i jednakost razvoja i proces merenja ne uključuju druge veličine osim prostor-vremena, hamiltonijana, kupatila i talasnih funkcija, nijedna druga veličine nema nikakvu ulogu u merenju. Posebno, nije uključen niti je potreban bilo kakav ljudski posmatrač niti bilo kakva svest. (*Vol. III, strana 245*). Svako merenje je završeno kada je sistem bio u interakciji sa kupatilom u uređaju za merenje. Dekoherencija povezana sa svakim merenjem događa se čak i ako niko ne gleda. Ova prosta posledica je u saglasnosti sa opažanjima iz svakodnevnog života, na primer, da se Mesec obrće oko Zemlje premda ga niko ne gleda.¹ Slično tome, drvo koje padne u sredini šume pravi zvuk iako ga niko ne sluša. Dekoherencija je nezavisna od ljudskih posmatranja, ljudskog uma i ljudskog postojanja,
- U svakom merenju kvantni sistem je u interakciji sa detektorom. Pošto postoji najmanja vrednost veličine rada, **svako posmatranje utiče na objekt posmatranja**. Prema tome, svako merenje **poremeti** kvantni sistem. Svaki precizan opis posmatranja mora takođe da sadrži opis ovog poremećaja. O ovom odeljku je poremećaj modeliran preko promene stanja sistema sa ψ_{other} na $\psi_{\text{other},n}$. Bez ove promene stanja, bez poremećaja kvantnog sistema, merenje je nemoguće.
- Pošto je celokupno merenje opisano kvantnom mehanikom, jedinstvo jeste i ostaje osnovno svojsvo razvoja. Ne postoje nejedinstveni procesi u kvantnoj mehanici.
- Opis urušavanja talasne funkcije, kao procesa dekoherencije, objašnjen je tačno u onom smislu u kojem je pojam “objašnjenje” određen ranije (*Vol. III, strana 241*); on opisuje odnose između posmatranja i ostalih vidova stvarnosti, u ovom slučaju kupatila u detektoru ili u okolini. Urušavanje talasne funkcije je izmereno, izračunato i **objašnjeno**. Urušavanje nije pitanje “predstavljanja”, to jest, mišljenja, kao što se to često sugeriše.²

¹ Suprotno gledište ponekad se pogrešno pripisuje Nilsu Boru. Mesec je očigledno u dodiru sa mnogo kupatila zračenja. Možete li da navedete nekoliko? (*Izazov 137s*).

² To podrazumeva da takozvano predstavljanje „više svetova“ je želja razmišljanja. Zaključak se potvrđuje kada se prouči u detaljima ovaj religiozni pristup. To je sistem verovanja, koji se ne zasniva na činjenicama. (*Ref. 123*)

- Nije korisno da se predpostavlja da li bi mogao da se odredi razvoj za **jedno** kvantno merenje ukoliko je poznato stanje okoline sistema. Merenja zahtevaju kupatilo. Međutim, kupatilo je u dobroj približnosti nepovratno, pa se ne može opisati talasnom funkcijom, čije je ponašanje povratno.¹

Ukratko:

- Kvantna mehanika je deterministička.
- Kupatila su stvar verovatnoće.
- Kupatila su stvar verovatnoće zbog kvanta rada.

Zaključimo, u kvantnoj teoriji ne postoje neracionalnosti. Ko god koristi kvantnu teoriju kao argument za sujeverja, neracionalno ponašanje, nova verovanja ili ideologije, kriva je neobaveštenost. Rečenica Gel-Mana na početku ovog poglavlja takav je primer. (**Strana 113**). Druga rečenica, isto tako dobro poznata, ali netačna, je od Ričarda Fajnmana (Richard Feynman):

“...niko ne razume kvantnu mehaniku.” (**Ref. 124**)

Nobelove nagrade očigledno ne sprečavaju gledišta koja su iskrivljena od strane ideologije. Ispavna rečenica je:

- Kvant rada i dekoherencija ključne su stvari za razumevanje kvantne teorije.

Ustvari, ova dva pojma omogućavaju pojašnjavanje mnogih drugih pitanja. Mi ćemo istražiti nekoliko zanimljivih.

KAKVA JE RAZLIKA IZMEĐU PROSTORA I VREMENA?

Prostor i vreme se razlikuju. Predmeti su razmešteni u prostoru a ne u vremenu. Zbog čega je takav slučaj? U prirodi je većina interakcija kupatilo-sistem posredovana preko potencijala. Svi potencijali su prema odrednici zavisni od položaja. Prema tome, svaki potencijal, budući da je funkcija od položaja x , zamenjuje se sa zapažanjem položaja (pa prema tome sa hamiltonijanom interakcije). Dekoherencija koju je uzrokovalo kupatilo – osim ako je preduzeta posebna pažnja – stoga pre svega poništi elemente izvan glavne dijagonale za svaku superpoziciju stanja centriranih na različitim položajima. Ukratko, **predmeti su ramešteni zbog toga što su u interakciji sa kupatilima preko potencijala**.

Iz istog razloga predmeti takođe imaju istovremeno samo jednu prostornu usmerenost. Ukoliko je interakcija sistem-kupatilo zavisna od spina, kupatilo dovodi do “lokalizacije” u promenljivij spina. To se događa za sve mikroskopske sisteme u interakciji sa magnetima. Kao rezultat toga, makroskopske superpozicije magnećenja nisu skoro nikada zapažene. Pošto elektroni, protoni i neutroni imaju magnetni moment i spin, ovaj zaključak može čak i da se proširi: predmeti iz svakodnevnog života nikada nisu viđeni u superpoziciji sa različitim stanjima obrtanja, pošto njihova interakcija sa kupalom zavisi od spina.

Kao suprotan primer, većina sistema nile lokalizovana u vremenu, već nasuprot postoji vremenski veoma dugo, pošto se praktično sve interakcije sistem-kupatilo ne menjaju vremenom. Ustvari, to je način da se počne sa odrednicom kupatila. Ukratko, **predmeti su stalni pošto su u interakciji sa kupatilom**.

Da li ste u stanju da nađete interakciju koja zavisi od količine kretanja umesto da zavisi od položaja? Kakva je posledica za makroskopske sisteme? (**Izazov 138s**). Drugim rečima, nasuprot opštoj teoriji relativnosti, kvantna teorija pravi razliku između prostora i vremena. Zapravo, možemo položaj da **odredimo** kao zapažanje koje je zamenjeno interakcijom hamiltonijana. Ova razlika između prostora i vremena je usled svojstava materije i njene interakcije. U opštoj teoriji relativnosti ne bismo mogli da zaključimo ovu različitost.

DA LI SMO DOBRI POSMATRAČI?

Da li su ljudi klasični aparati? Da, jesu. Premda nekolicina poznatih fizičara tvrdi sa su slobodna volja i verovatnoća povezani, detaljna istraživanja pokazuju da to nije slučaj. (**Ref. 125**). Naša čula su klasične mašine pošto se ona povinuju njihovoj odrednici: ljudska čula zapisuju posmatranja interakcijom sa

¹ Ova veoma stroga vrsta determinizma biće veoma zagonetna u poslednjem delu teksta, u kojem će biti pokazano da vreme nije temeljni pojam, pa stoga rasprava oko determinizma gubi mnogo svojih draži.

kupatilom. Naš mozak je takođe klasičan aparat: neuroni su ugrađeni u kupatilo. Kvantna verovatnoća **nema** nikakvu ulogu u mozgu.

Svakom predmetu za posmatranje, bilo da je mašina ili ljudsko biće, potrebno je kupatilo i pamćenje za zapis posmatranja. To znači da posmatrač mora da bude načinjem od materije; posmatrač ne može da bude načinjen od zračenja. Naš opis prirode stoga je veoma pristrasan: mi je opisujemo sa stanovišta materije. To je pomalo liči na opisivanje zvezda stavljajući Zemlju u centar svemira (**Izazov 139e**): mi uvek stavljamo materiju u centar našeg opisivanja. (**Vol. VI, strana 67**). Možemo li da odstranimo ovaj osnovni antropomorfizam? Otkrićemo to kada budemo nastavili.

ŠTA POVEZUJE TEORIJU INFORMACIJA, KRIPTOLOGIJU I KVANTNU TEORIJU?

Fizika znači pričanje o opažanjima u prirodi. Kao i svako opažanje, tako i merenja proizvode informacije. Zato je moguće da se prevede mnogo (ali ne sve) iz kvantne teorije u jezik teorije informacija. Posebno, postojanje vrednosti najmanje promene u prirodi podrazumeva da informacije o fizičkom sistemu nikada ne mogu da budu kompletne, ovaj prenos informacija ima svoju granicu i informacije nikada ne mogu da budu pouzdane u potpunosti. Detalji ovih proučavanja oblikuju začuđujući način posmatranja mikroskopskog sveta.

Analogija između kvantne teorije i teorije informacija postaje još interesantnija kada su iskazi prevedeni u jezik kriptologije. (**Ref. 126**). Kriptologija je nauka o prenošenju skrivenih poruka koje može da dešifruje samo primalac kome je poruka namenjena. U našim modernim vremenima neprestanog nadzora kriptologija je veoma važna alatka za zaštitu lične slobode.¹

Kvant rada podrazumeva da poruka može da pošalje na (skoro) siguran način. Slušanje poruke je proces merenja. Pošto postoji najmanji rad, može se otkriti da li neko pokušava da sluša poslatu poruku. Osoba koja napada u sredini – neko ko se pretvara da je primalac i potom šalje kopiju poruke stvarnom, nameravanom primaocu – može da se izbegne korišćenjem **upletenih** sistema kao signala za prenos informacije. Kvantna kriptografija prema tome obično koisti sisteme komunikacije zasnovanu na upletenim fotonima.

Najvažniji problem **kvantne kriptologije**, velikog savremenog polja istraživanja, ključni je problem raspodele. Svaka bezbedna komunikacija zasniva se na tajnom ključu koji se koristi za dešifrovanje poruke. Čak i ako je kanal komunikacije najveće bezbednosti – kao što su upleteni fotoni – još uvijek treba da se pronađe način za slanje tajnog ključa komunikacionom partneru koji mu je potreban za dešifrovanje poruka. Nalaženje takvog postupka glavni je problem kvantne kriptologije. Međutim, novija istraživanja pokazuju da je razmena ključeva ograničena u pogledu bezbednosti.

Ukratko, zbog kvanta rada, priroda daje granicu mogućnosti u slanju šifrovanih poruka. Iskaz za ovo ograničenje je (skoro) u potpunosti jednak iskazu da su promene u prirodi ograničene kvantom rada.

DA LI JE SVEMIR RAČUNAR?

Kvant rada daje granicu za bezbednost razmene informacija. Ova povezanost nam omogućava da odbacimo neke netačne iskaze koji se često nađu u medijima. Počevši od “svemir je informacija” pa do “svemir je računar” isto tako je smisleno kao kada se kaže da je svemir opažanje ili automat za gume za žvakanje. (**Vol. VI, strana 88**). Svaki stručnjak za oblast kretanja treba da se pazi od ovih sumnjivih iskaza; ljudi koji ih koriste ili obmanjuju sami sebe ili pokušavaju da obmanu druge.

DA LI SVEMIR IMA TALASNU FUNKCIJU? A POČETNE USLOVE?

Talasna funkcija svemira često je prozivana u razmatranjima o kvantnoj teoriji. Mnogo zaključaka je izvedeno iz ove ideje, na primer, o nepovratnosti vremena, o važnosti početnih uslova, o potrebnim promenama u kvantnoj teoriji i još mnogo toga. Da li su ovi argumenti ispravni?

Prva stvar koju treba razjasniti je značenje pojma “svemir”. Kao što je već pomenuto (**Vol II, strana 174**), pojam može da ima dva značenja; ili je to zbirka svih materija i zračenja, ili ta zbirka **plus** celokupno

¹ Kriptologija se sastoji od **kriptografije**, veštine šifrovanja poruke i od **kriptoanalize**, veštine dešifrovanja šifrovane poruke. Radi uvoda u kriptologiju, pogledajte tekst od Albrecht Beutelspacher, Jorg Schwenk & Klaus-Dieter Wolfenstater, *Moderne Verfahren der Kryptographie*, Vieweg 1995.

prostor-vreme. Podsetimo se značenja “talasna funkcija”: ona opisuje **stanje** sistema. Stanje je ono po čemu se razlikuju dva inače identična sistema; na primer, položaj i brzina čine razliku između dve inače identičke kugle od slonovače na bilijarskom stolu. Alternativno i ekvivalentno, stanje opisuje promene u vremenu.

Da li svemir ima stanje? Ako uzmemo u obzir šire značenje svemira, nema. (**Vol. I, strana 27**). Govoriti o stanju svemira je protivrečnost: pojam stanje prema odrednici određen je kao nestalni vid nekog predmeta, pa se on može primenjivati samo na **delove** svemira.

Možemo potom uzeti uži smisao “svemira” – samo zbirku svih materija i zračenja – i ponovo postaviti pitanje. Da bismo odredili stanje svih materija i zračenja potrebno je da imamo mogućnost da ih izmerimo: potrebna nam je okolina. Međutim, okolina materije i zračenja je samo prostor-vreme; početni uslovi ne mogu da se odrede, pošto je potrebno da se izmeri prema tome i sam merni uređaj. Uređaj je materijalni sistem sa pridruženim kupatitom; međutim, takav sistem ne postoji izvan svemira.

Ukratko, kvantna teorija ne dopušta merenje svemira; prema tome, svemir nema stanje. Čuvajte se svakog ko tvrdi da zna bilo šta o talasnoj funkciji svemira. Postavite mu Vilerovo (Wheeler) pitanje: Ako znate takasnu funkciju svemira, zašto se niste obogatili?

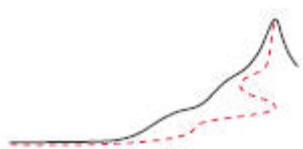
Uprkos ovom zaključku, mnogi poznati fizičari predlagali su jednakost razvoja za talasnu funkciju svemira. Najpoznatija je, što je ironično, jednakost Vilera de Vita (Wheeler de Witt). (**Ref. 127**). Čini se kao da je glupost, ali nijedno predviđanje ovih jednakosti nije upoređivano sa eksperimentom; dokazi koji su upravo izneti čak i to u principu onemogućavaju. Istraživanje takvih jednakosti, što tako zanimljivo izgleda na prvi pogled, mora da se izbegne ako želimo da se popnemo na vrh Planine Kretanja i izbegnemo da se izgubimo u pogrešnim predrasudama.

Postoji mnogo zaokreta u ovoj priči. Jedan zaokret je da je i samo prostor-vreme, čak i bez materije, možda kupatilo. Ova spekulacija će se pokazati kao tačna u poslednjem delu naše svanture. Rezultat izgleda da dopušta da se govori o talasnoj funkciji svemira. Ali onda ponovo, pokazuje se da je vreme **neodređeno** u razmeri gde je prostor-vreme stvarno kupatito; to podrazumeva da pojam stanja tu ne može da se primeni.

Nepostojanje “stanja” za svemir je strog iskaz. On takođe podrazumeva nepostojanje početnih uslova! Dokazi su u potpunosti isti. To je rezultat razmišljanja. Toliko smo navikli da mislimo da svemir ima inicijalne uslove da se nikada ne dovodi u pitanje taj pojam. (Čak se i u ovom tekstu tu i tamo može pojaviti ova greška.) Međutim, ne postoji početno stanje za svemir.

Možemo zadržati kao zaključak, koji važi čak i u svetlu poslednjih istraživanja: svemir **nije** sistem, on **nema** talasnu funkciju, **nema** ni početne uslove – nezavisno od toga šta se podrazumeva kao “svemir”.





Poglavlje 8

BOJE I DRUGE INTERAKCIJE IZMEĐU SVETLOSTI I MATERIJE

Rem tene; verba sequentur.

Katon (Cato)¹

Kamenje i drugi predmeti imaju boju. Zašto? Drugim rečima, koji je poseban način na koji se promeni interakcija kvantnih čestica unutar kamenja i unutar ostalih predmeta sa elektromagnetnim poljem? U ovom poglavlju prvo ćemo dati pregled raznih načina po kojima je boja nastala iz kvanta rada, to jest, iz interakcije materijalnih kvantona i fotona. Zatim ćemo istražiti najjednostavniji takav sistem: pokazaćemo kako kvant rada dovodi do boja atoma vodonika. Posle toga ćemo otkriti da interakcija između materije i zračenja dovodi do drugih iznenađujućih efekata, posebno kada se uzme u obzir specijalna teorija relativnosti.

UZROCI BOJE

Kvantna teorija objašnjava sve boje u prirodi. Ustvari, sve boje koje opažamo nastaju usled naelektrisanih čestica. Još tačnije, boje nastaju zbog interakcija naelektrisanih čestica sa fotonima. Prema tome, sve boje su kvantni efekt.

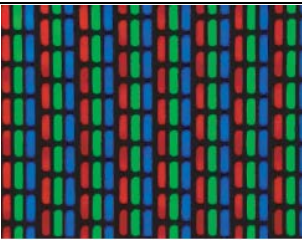
Naelektrisane čestice u osnovi većine boja su elektroni i jezgra, uključujući njihove sastave, od jona i molekula do tečnosti i čvrstih tela. Mnoga pitanja boja još su teme istraživanja. Na primer, do nedavno nije bilo sasvim jasno zašto je asfalt crn. Tačan sastav hemijskih jedinjenja, asfaltena, koji proizvodi veona tamnu smeđu boju bio je nepoznat. (**Ref. 129**). Tek skorija istraživanja rešila su ovo pitanje. Osim toga, razvoj novih bojila i učinka boja važan su deo savremene industrije.

Pregled posebnih mehanizama koji stvaraju boje dat je u tabeli koja sledi. **Tabela 7** obuhvata sve boje koje se pojavljuju u svakodnevnom životu. (**Ref. 128**). (Možete li da nađete jednu koja nedostaje?) (**Izazov 140s**).

TABELA 7 Uzroci nastajanja boja

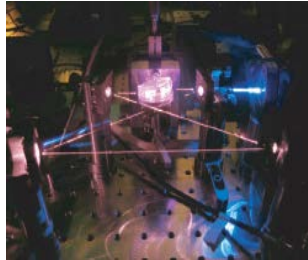
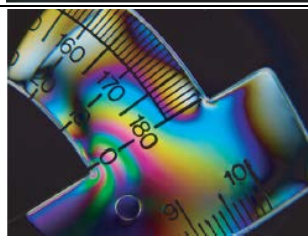
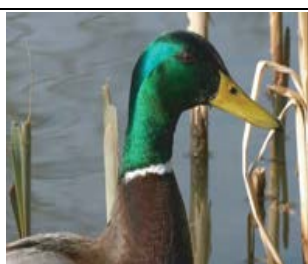
Vrsta boje	Primer	Detalji
Klasa I – Boje koje nastaju usled prostog pobuđivanja		
	1. Inkadescencija i zračenje slobodnih naelektrisanja	
	Lučna grafitna svetiljka, usijan čelik, užareno vlakno sijalice, većina zvezda, magma, lava, topli metali.	Boja nastaje usled trajnog spektra emitovanog od svih toplih materija; redosled boja određen Vinovim (Wien) zakonom su: crna, crvena, narandžasta, žuta, bela, plavo-bela (istopljeno olovo i srebro © Graela)
	Drvo koje gori, sveća.	Plamen drva ili voska su žuti zbog inkadescencije bogatsva ugljenikom i siromaštva kiseonika
	Beli vatromet, foto bleskalica, prskalice.	Usled sagorevanja metala u oksid na visokim temperaturama, kao što su magnezijum, cink, gvožđe, aluminijum i cirkonijum (prskalice © Sarah Domingos)

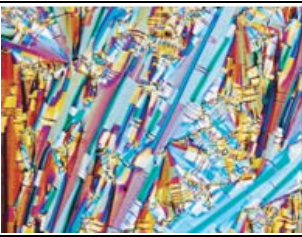
1 “Upoznajte predmet i reči će slediti.” Marko Porcije Katon (Marcus Porcius Cato, 234–149pne) ili Katon stariji. Rimski političar poznat po svojim govorima i inteligenciji.

	Nuklearni reaktori, sinhrotronski izvori svetlosti, laseri sa slobodnim elektronima	Usled brzih slobodnih naelektrisanja: zračenje Vavilov-Čerenkov je usled brzina čestica većih od brzine svetlosti u materiji, zakočno zračenje je usled usporavanja naelektrisanih čestica (jezgro nuklearnog reaktora pod vodom, ljubaznošći NASA)
2. Pobuđivanje atomskog gasa		
	Crvena neonska, plava argonska, UV živina i žuta natrijumska svetiljka, većina gasnih lasera, laseri sa parom metala, neke fluorescencije	Boja nastaje usled prelaska između energetskih nivoa atoma (pražnjenje u gasu © Psawinski)
	Polarna svetlost (Aurora Borealis) triboluminiscencija u traci za lepljenje, kristaloluminiscencija u stroncijum bromatu	U vazduhu je plava i crvena svetlost usled atomskog i molekulskog energetskog nivoa vodonika, dok su zelena, žuta i narandžasta boja zbog kiseonika (polarna svetlost © Jan Curtis)
	Munje, električni lukovi, varnice, vatromet u bojama, većina plamenova u bojama, neke elektroluminiscencije	Linije u bojama su usled energetskih nivoa jako pobuđenih atoma (plamenovi K, Cu, Cs, B, Ca © Philip Evans)
3. Vibracija i obrtanje molekula		
	Plavičasta voda, plavi led kada je providan, ljubičasti jod, srveno-smeđ brom, žuto-zelen hlor, crven plamen CN ili plavo-zelen plamen CH, neki gasni laseri, plavi ozon koji pravi plavo ili sivo jutarnje nebo	Boje nastaju usled kvantnih nivoa obrtanja ili vibracija u molekulima (plavi ledeni breg © Marc Shandro)
Klasa II – Boje koje nastaju usled efekta ligandskog polja		
4. Prelazi spojevi metala		
	Zeleni malahit $\text{Cu}_2\text{CO}_3(\text{OH})_2$, plavi oksid kobalta, plavi azurit $\text{Cu}_3(\text{CO}_3)_2(\text{OH})_2$, crveni do smeđi hematit Fe_2O_3 , zelen MnO, beli $\text{Mn}(\text{OH})_2$, smeđi manganit, hrom zeleni Cr_2O_3 , zeleni praezodim, ružičasti europijum i žuti samarijum jedinjenja, piezo- i termohromna $\text{Cr}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ UV svetlost i elektron fosfora, scintilacija, neke fluoroscencije, neki laseri.	Boje nastaju usled elektronskih stanja jona, fosfor s koristi u katodnim cevima TV prijemnika i monitora računara, kao i u fluorescentnim cevima svetiljki (zeleni malahit na žutom kasolitu, mineral uranijuma širina slike 5 mm, nalazište je u Kolwezi, Zaire/Congo, © Stephan Wolfsried, fotografija senke televizijske maske © Planemad)
		
5. Prelazi nečistoća metala		
	Rubin, emerald, aleksandrit, perovskit, odgovarajući laseri	Elektronsko stanje prelaza jona metala pobuđeno je svetlošću, pa zato apsorbuje specifične talasne (rubin na kalcitu Mogok, Myanmar, širina slike 3 cm © Rob Lavinsky)

	6. Organske komponente	
	Crveni hemoglobin u krvi, plavi krvni hemocijanin, zeleni hlorofil, žuti ili narandžasti karotin u mrkvi, cveće i žuto jesenje lišće, plavi indigo, crveni likopen u paradajzu, crveno meso od mioglobina koji sadrži crvenu boju, smeđa korica pečene hrane zbog glukozamina, smeđi tanin, crni eumelanin u ljudskoj koži, kosa i oči, gvožđem bogate varijacije feomelanina kod crvenokosih ljudi, crni melanin takođe kod prepečene jabuke ili banane, kao i pokretne kese kod kameleona, smeđe-crni asfalt, neke fluoroscencije, hemoluminiscencije, elektrohromizam i termohromizam zbog lasera.	Boje nastaju usled konjugacije π-veza, to jest usled zamene jednistrukih i dvostrukih veza u molekulima; skoro svi pigmenti cveća su antocijanini, betalaini ili karotini; koriste se u bojilima za hranu i kozmetiku, u bojenju tekstila, u elektrohromatskim displejima u mastilu za štampače u boji, u fotosensitivnim napravama. (narcis ©Thomas Lüthi, kap krvi na prstu © Ian Humes, bobice voća i povrća © NathanWall, kosa ljubaznošću dusdin)
		
		
	Svetleći crv, neke bakterije i gljivice, većina dubinskih riba, hobotnice, meduze, i druge životinje morskih dubina	Bioluminiscencija nastaje zbog pobuđenih molekula (pod opštim imenom <i>lucifernost</i> (riba ribolovac, dužina 4,5 cm © Steve Haddock)
7. Neorganski prenos naelektrisanja		
	Plavi safir, plavi lapis lazulin, zeleni amazonit, smeđe crn magnetit Fe_3O_4 i skoro svi ostali minerali gvožđa (crno obojen bazalt, smeđa boca za pivo, žuti kvarcni pesak i mnoge druge stene sa smeđim ili crvenim tonovima), crni grafit, ljubičast permanganat, narandžast kalijum dihromat, žuti molibdati, crveni hematit Fe_2O_3, neke fluorescencije	Svetlost uzrokuje prelaz elektrona iz jednog atoma u drugi, na primer, kod plavog safira prelaz je između nečistoća Ti i Fe; većina pigmenata u slikarstvu koristi boje usled prenosa naelektrisanja; fluorescentni i analitički reagensi koji se koriste u medicini i biologiji. (magnetit nađen u Laach, Nemačka, širina slike 10 mm, © Stephan Wolfsried, peščana pustinja © Evelin Willemsen)
		

Klasa IV- Boje koje nastaju usled energetskih veza		
8. Metalni opsezi		
	Zlato (zeleno na prelazu), pirit, gvožđe, mesing, legure, srebro, bakar, rubinsko staklo	Boje u odsjaju i pri prenosu posledica su prelazaka elektrona između veza koje se preklapaju. (saksofon © Selmer)
9. Čisti poluprovodnički opsezi		
	Silicijum, GaAs, crna galena PbS, crveni cinobar HgS, kadmijum žuta CdS, crni CdSe, crveni $\text{CdS}_x\text{Se}_{1-x}$, beli ZnO, narandžasti vermilion HgS, bezbojni dijamant crni do zlatnog piezohronmni SmS	Boje nastaju usled prelaza elektrona između razdvojenih veza; redosled boja je: crno, crveno, narandžasto, žuto, belo bezbojno; neki se koriste kao pigmenti (cinkoksid ljubaznošću Walkerma)
10. Dopirani poluprovodnički opsezi		
	Plavi, žuti, zeleni i crni dijamanti, LED izvori svetla, polupreovodnički laseri, sunčane ćelije, ZnS i $\text{Zn}_x\text{Cd}_{1-x}\text{S}$ na bazi drugih fosfora	Boje nastaju usled prelaza između opsega donora i poluprovodničkog opsega. (na primer: za plavi dijamant akceptor je bor, za crni dijamant donor je azot. (kvantne tačke © Andrey Rogach)
11. Obojeni centri		
	Ametist, mutan kvarc, fluorit, zeleni dijamant, plavi, žuti i smeđi topaz, smeđa so, purpurna boja ozračenog stakla koje sadrži Mn^{2+} , bioluminiscencija, neke fluoroscencije, laseri sa centrima boja	Boje nastaju usled centara boje, to jest elektroni ili šupljine vezani su za slobodna mesta u kristalu; centri boja obično nastaju usled zračenja (ametist © Rob Lavinsky)
	Neke foto-osetljive naočare.	Fotohromatsko bojenje nastaje usled centara boja koje obrazuje UV svetlost Sunca
Klasa V- Boje nastaju usled fiičke ili geometrijske optike		
12. Rasuto prelamanje i polarizacija		
	Brušen dijamant, brušen cirkon, halo i lažno sunce zbog kristala leda u vazduhu	Spektralno razlaganje (iskrice ili "vatra" dragog kamenja) nastaje zbog rasipanja u kristalima (fotografija cirkona © Gregory Phillips)
	Duga	Boje primarnog i sekundarnog luka nastaju usled rasipanja u kapima vode.
	Zeleni blesak	Rasipanje u atmosferi pomera boje sunca
13. Rasipanje		
 	Plavetnilo neba, plave boje udaljenih planina, crveni zalasci Sunca, pojačavanje boja zbog zagađenja vazduha, plavi kvarc	Plava svetlost se više rasipa od crvene usled Relejevog rasipanja, kada su predmeti rasipanja (molekuli, prašina) manji od talasne dužine svetlosti. (zalazak sunca u Tokiju © Altus Plunkett, plavi kvarc © David Lynch)

	Bela boja kose, mleka, pene piva , oblaka, magle, dima cigarete koji dolazi iz pluća, snega, mućenog krema, šampona, iskre u dragom kamenju	Bela boja nastaje zbog nezavisnosti od talasne dužine. Mie rasipanje, to jest, rasipanje na česticama koje su veće od talasne dužine svetlosti. (Sneško Belić © Andreas Kostner)
	Plava ljudska koža na hladnom vremenu, plave ili zelene oči ljudi, plava koža majmuna, plav čureći vrat, većina plavih riba, plavi reptili, plav dim cigarete.	Plave boje Tindala (Tyndall) nastaju usled rasipanja na malim česticama ispred crne pozadine (plava otrovna žaba) <i>Dendrobates azureus</i> © LeeHancock)
	Rubinsko staklo	Crvena boja stakla iz Murana nastaje zbog rasipanja na malim koloidnim česticama zlata umešanih u staklo u kombinaciji sa strukturom metalnog opsega zlata. (čša od rubinskog stakla © videti veb stranu orginal murano.glass.it)
	Nelinearnost Ramanov efekt, kalijum dihidrogen fosfat (KDP	Rasipanje usled pomaka učestanosti, generisanje drugog harmonika i druge nelinearnosti kod nekih materijala menjaju boju svetlosti koja upada sa velikom jačinom (800 nm do 400 nm prstenasti laser za udvostručavanje učestanosti © Jeff Sherman)
14. Interferencija (bez prelamanja)		
	Sedef, uljni film, mehuri sapunice, premaz na sočivima kamera, mačije oči u mraku, krila muva i vilinskih konjica, krljušt ribe, neke zmije, biseri, boja čelika pri kaljenju	Interferencija na tankom filmu pravi standardni redosled boja koji omogućava precizno određivanje debljine (školjka uho Sv.Petra Anne Elliot)
	Polarizacija boje na tankom sloju dvolomnih kristala ili tankom sloju naprednutih polimera.	Boje nastaju usled interferencije, kao što je pokazano za zavisnost od debljine sloja. (photoelastičnost, ljubaznošću Nevit Dilmen)
	Prekobrojne duge (Vol. III strana 81)	Usled interferencije kao što je pokazano u zavisnosti od veličine kapi.
	Iridescentni insekti, leptiri i pera ptica, iridescentne boje na novčanicama i na automobilima.	Boje nastaju usled rasipanja na malim strukturama ili na nanočesticama, kao što je pokazano za zavisnost boje od ugla. (malard patka © Simon Griffith)

15. Prelamanje (sa interferencijom)		
	Opal	Boje nastaju usled malih lopti sadržanih u vodi unutar opala; boje se mogu promeniti ako se opal osuši. (uglašani brazilski opal © Opalsnopals)
	Oreol, sjaj, korona	Boje nastaju usled prelamanja na malim kapima magle (iridescencija u oblaku kondenzata iza aviona © Franz Kerschbaum)
	Čestitke sa prelamanjem svetlosti, CD, gramofonske ploče, neki insekti i zmijske	Boje nastaju usled prelamanja svetlosti i interakcije na sirnim pravilno raspoređenim jamama (CD osvetljen pomoću bleskalice © Alfons Reichert)
	Fotonički kristali	Tema su savremenih istraživanja
	Holesterični tečni kristali, izvesni insekti	Boje nastaju usled prelamanja svetlosti i interferenciji na unutrašnjim slojevima materije (boje tečnih kristala © Ingo Dierkiing)
Klasa VI: Boje nastaju usled ograničenja oka		
Fehnerove (Fechner) boje kao na veb strani: lite.bu.edu/vision/applets/Color/Benham/Benham.html	Benhamov točak ili vrh	Boje nastaju usled različitih brzina reagovanja različitih fotoreceptora.
Stvaranje unutrašnjih boja kada se stimulišu oči.	Fosfenesa	Boje se pojavljuju pri pritisku (trljanje, kijanje) ili pomoću električnog ili magnetnog polja
Boje polarizacije (Vol. III, strana 84) Iluzije boja kao na veb strani www.psy.ritsumei.ac.jp/~aki/taoka/color9e.html	Hardingerova četka. Pojava i nestajanje boja	Efekt nastaje usled kombinacije obrade slike u mozgu i ograničenja oka
Pogrešan izlaz boje iz oka, kao što je opisano (Vol. III, strana 147)	Crvena svetlost može da izgleda kao zelena	Zapaža se uz podesivu optiku, ako se crvena svetlost usmeri na čepiće koji su osetljivi na zelenu boju.
Osobe slepe za boje ili sa suženim spektrom boja. "daltonisti" videti na Vol. III, strana 153	Protan, deutan ili tritan	Svaki od ova tri tipa daltonizma ograničava prijem boja na drugačiji način

Boje su zanosne. Zanos uvek takođe znači i posao; zapravo, veliki deo hemijske industrije namenjen je sintetiziranju boja za bojenje, mastila, odeće, hrane i kozmetike. Isto tako i evolucija koristi zanos bojama za svoje sopstvene potrebe, naime za širenje života. Specijaliste u ovom području predstavljaju biljke koje cvetaju. Hemizam stvaranja boja u biljkama izuzetno je prisutan i u najmanju ruku interesantan kao proizvodnja boja u fabrikama. Praktično sva bojila cveća, od bele, žute, narandžaste, crvene do plave su iz

tri hemijske klase; **karotenioda**, **antocijanina** (flavonoidi) i **betalaina**. Ova bojila su smeštena u laticama unutar namenskih sudova, **vakuola**. Postoji mnogo dobrih preglednih članaka koji daju detalje. (**Ref. 130**).

Premda su boje uobičajene kod biljaka i životinja, većina viših životinja ne proizvodi za sebe mnogo bojila. Na primer, ljudska vretena proizvodi samo jedno bojilo: **melanin**. (**Hemoglobin**, koji boji krv u crveno, nije namensko bojilo, već prenosi kiseonik iz pluća po celom telu. Isto tako ružičasti **mioglobin** u mišićima nije namensko bojilo.) Mnoge više živptinje, kao što su ptice, moraju da jedu bojila koja su tako karakteristična za njihovu pojavu. Na primer žuta boja nogu golubova jedan je primer. Dokazano je da se veza između boje i ishrane redovno koriste potencijalni partneri da bi procenili prema boji tela da li je partner za udvaranje dovoljno zdrav, pa prema tome i dovoljno privlačan. (**Ref. 131**).

Pre svega, u predhodnoj tabeli načinjena je razlika između šest uzročnika boja. Kao što je pomenuto, to je bilo proučavanje iz prve klase, boje usled inkadescencije, koje je dovelo Maks Planka do otkrića kvanta rada. U međuvremenu, istraživanja su potvrdila da su u svakoj klasi boje nastale zbog kvanta rada h . Veze između kvanta rada i materijalnih osobina atoma, molekula, tečnosti i čvrstih tela dobro su poznate, tako da se sada bojila mogu stvarati na računaru.

Ukratko, istraživanje uzroka pojave boja koje se nalaze u prirodi, potvrđuju da su sve boje nastale usled kvantnih efekata. Mi ćemo pokazati preko istraživanja najjednostavnijeg primera: boje pobuđenog atomskog gasa.

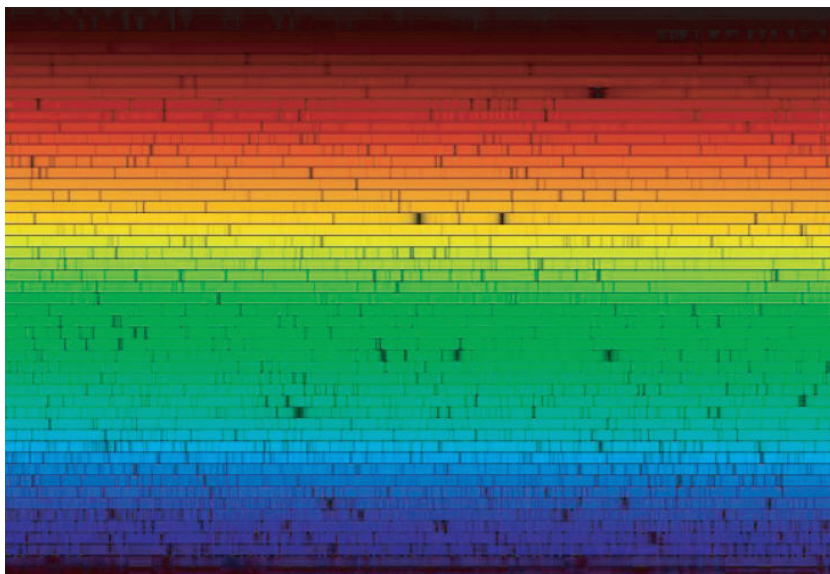
KORIŠĆENJE DUGE DA BI SE ODREDILO OD ČEGA SU NAČINJENE ZVEZDE

Na početku osamnaestog veka bavarski majstor za izradu instrumenata, Jozef Fraunhofer (Joseph Fraunhofer)¹ i engleski fizičar Viljam Volaston (William Wollaston) zapazili su da u dugi nedostaju neke boje. Ove boje se pojavljuju kao crne linije kada se duga raširi na dovoljnu širinu. **Slika 77** prikazuje linije detaljno; danas se one nazivaju **Fraunhoferove linije**. Godine 1860. Gustav Kirhof (Gustav Kirchhoff) i Robert Bunzen (Robert Bunsen) pokazali su da su boje koje nedostaju u dugi tačno one boje koje pojedini elementi **emituju** kada se zagreju. Na taj način oni su uspeali da pokažu da su na Suncu prisutni natrijum, kalcijum, barijum, nikl, magnezijum, cink, bakar i gvožđe. Posmatranje duge prema tome govori nam od čega se sastavljeno Sunce.

Od 476 Fraunhoferovih linija od onih koje su zapazili Kirhof i Bunzen, 13 ne odgovara nijednom poznatom elementu. Godine 1868. Žil Žansen (Jules Janssen) i nezavisno Džozef Lokjer (Joseph Lockyer) predvideli su da su ove nepoznate linije bile od nepoznatog elemenata. Element je konačno pronađen na Zemlji 1895. godine u mineralu uranijuma pod imenom kleveit. Novi element je nazvan helijum, prema grčkoj reči ἥλιος “helios” – Sunce.

Godine 1925., koristeći jednakost koju su razvili Saha i Lengmjur (Langmuir), mlada fizičarka Sesilija Pejn (Cecilia Payne, 1900. Wendover, England – 1979, Cambridge, Massachusetts) naučila je svet kako da utvrdi procenat mase svakog elementa iz spektra svetlosti zvezde. Ona je to učinila u svojoj brilijantnoj tezi za doktorat. Pre svega, ona je pronašla da su vodonik i helijum dva najobilnija elementa na Suncu, na zvezdama, pa prema tome i u celom svemiru. To je u potpunosti bilo protivno idejama onog vremena, međutim to je sada opštepoznato. Pejn je završila studije fizike na Kembridžu, Velika Britanija, ali nije dobila diplomu pošto je bila ženskog pola. Zato je otišla u SAD, gde je situacija bila ponešto bolja, pa je tamo radila na svojoj tezi za doktorat; najzad je postala profesor na Univerzitetu Harvard, a kasnije i šef odseka za astronomiju. Ali pre svega, Sesilija Helena Pejn-Gapočkin postala je važan model uloga mnogih naučnica.

¹ Jozef Fraunhofer (Joseph Fraunhofer, 1787. Straubing – 1826. Munich) ostao je siroče sa 11 godina i učio je zanat poliranja sočiva. Naučio je optiku iz knjiga. Ušao je sa 19 godina u optičku kompaniju osiguravši uspeh u poslu izradom u ono vreme najboljih sočiva, teleskopa, mikrometara, optičkih rešetaka i optičkih sistema. Izmislio je spektroskop i heliometar. Otkrio je i izbrojao 476 linija u spektru svetlosti Sunca, a ove linije su dobile naziv prema njemu. (**Vol. II, strana 242**). (Danas se Fraunhoferove linije još uvek koriste kao standardi merenja: metar i sekunda određeni su prema njima.) Fizičari iz celog sveta kupovali su njegove uređaje od, posećivali su ga i tražili kopije njegovih izdanja. Čak i posle njegove smrti njegovi instrumenti ostali su neprevaziđeni tokom generacija. Pomoću njegovog teleskopa Besel je 1837. godine bio kadar da prvi izmeri paralaksu zvezde, a 1846. godine Johan Gotfrid Gale (Johann Gottfried Galle) otkrio je Neptun. Fraunhofer je postao profesor 1819. godine. Umro je mlad od posledica dugogodišnjeg rada sa olovom i staklenom prašinom..

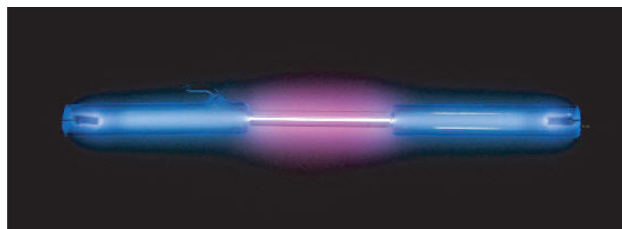


Slika 77 Spektar dnevne svetlosti: pojačana slika proširene duge, prikazuje Fraunhoferove linije (© Nigel Sharp, NOAO, FTS, NSO, KPNO, AURA, NSF).

Uprkos tome što je drugi najprisutniji element u svemiru, helijum je na Zemlji retkost pošto je to laki plemeniti gas koji ne gradi hemijska jedinjenja. Atomi helijuma na Zemlji nastaju u atmosferi i konačno pobegnu u prostor.

Razumevanje linija u boji koje proizvodi svaki element, počelo je da postaje interesantno još pre otkrića helijuma; ali posle toga interesovanje je raslo dalje, zahvaljujući porastu brojnih primena nauke o bojama u hemiji, fizici, tehnologiji kristalografiji, biologiji i laserima. Boje su veliko poslovanje, kako to pokazuju industrija mode, mediji i reklamiranje.

Ukratko, boje su posebna mešavina učestanosti svetlosti. (**Vol. III, strana 96**). Svetlost je elektromagnetni talas i njega emituju čestice koje se kreću. Za fizičare boje su prema tome rezultat interakcije između naelektrisane materije i elektromagnetnog polja. Najzad, **oštre** linije u bojama ne mogu da se objasne klasičnom elektrodinamikom. Zapravo, samo kvantna teorija može da ih objasni.



Slika 78 Pražnjenje u vodoniku pod malim pritiskom u staklenoj cevi dužine 20 cm (© Jürgen Bauer, može da se vidi na veb strani www.smart-elements.com/).

ŠTA ODREĐUJE BOJU ATOMA

Najprostije boje za proučavanje su oštre linije boje koje emituju i apsorbuju pojedinačni atomi. Pojedinačni atomi uglavnom se nalaze u gasovima. Najjednostavniji atom za proučavanje je onaj vodonika. Topao gas vodonika, prikazan na **slici 78**, emituje svetlost koja se sastoji od ščice oštih spektralnih linija kao što je prikazano na levoj strani **slike 79**. Već je 1885. godine švajcarski školski učitelj Johan Balmer (Johann Balmer, 1828. – 1898.) otkrio da se talasne dužine vidljivih linija vodonika pridržavaju obrasca:

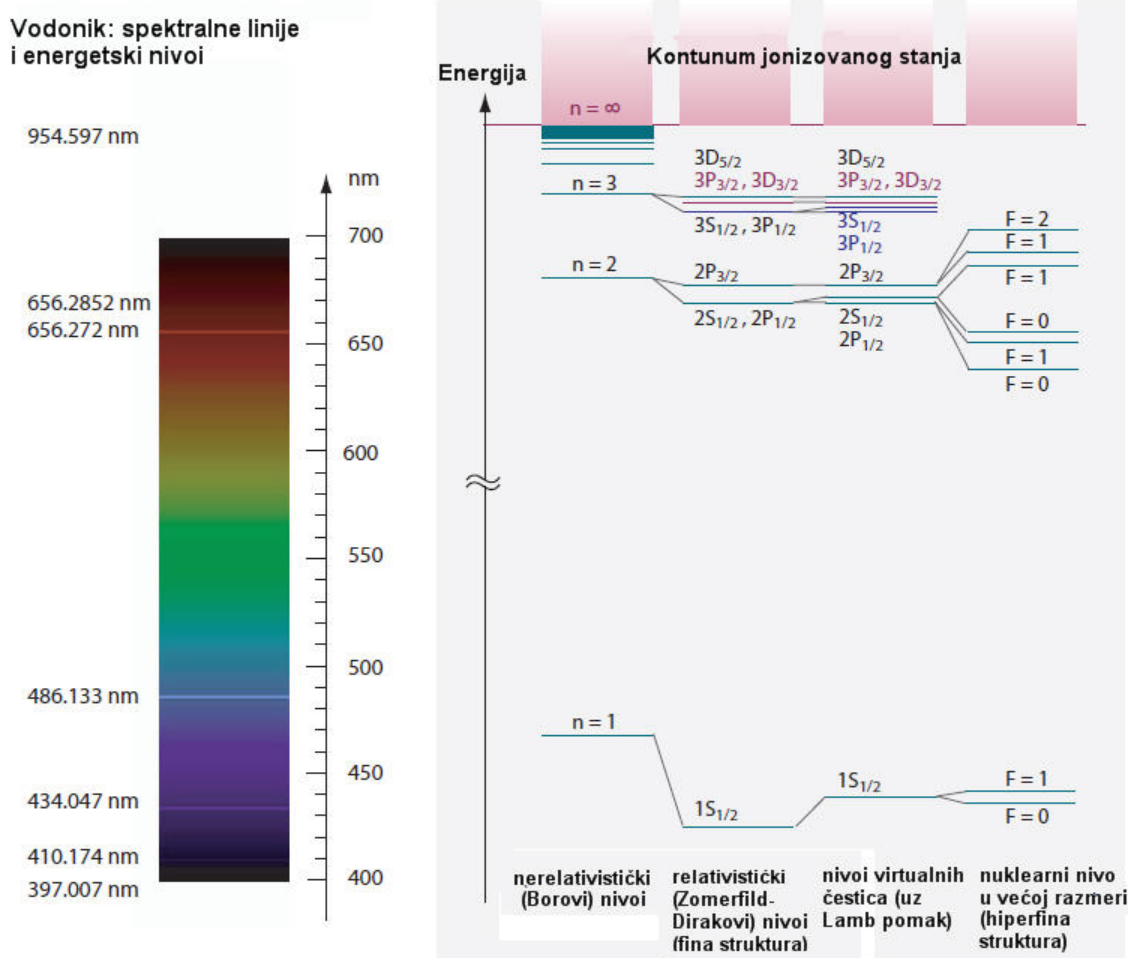
$$\frac{1}{\lambda_m} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{za} \quad m = 3, 4, 5, \dots \quad (90)$$

Pažljiva merenja, koja su uključila spektralne linije vodonika u infracrvenom i ultraljubičastom opsegu spektra, omogućila su Johanesu Ridbergu (Johannes Rydberg, 1854. – 1919.) da ovaj obrazac uopšti u:

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (91)$$

gde su n i $m > n$ pozitivni celi brojevi, a takozvana Ridbergova konstanta R ima vrednost $10,97 \mu\text{m}^{-1}$; lakša za pamćenje, recipročna vrednost je $1/R = 91,16 \text{ nm}$. Sve linije boja koje emituje vodonik zadovoljavaju ovaj jednostavan obrazac. Klasična fizika uopšte ne može da objasni ovaj rezultat. Prema tome, kvantna teorija ima ovde jasno određen izazov: da objasni obrazac i vrednost konstante R .

Uzgredno, prelaz λ_{21} za vodonik naziva se **Limanova alfa linija**. Njena talasna dužina od $121,6 \text{ nm}$ nalazi se u ultraljubičastoj oblasti spektra. Ona se može jasno zapaziti pomoću teleskopa, pošto se većina vidljivih zvezda sastoji od pobuđenog vodonika. Limanova alfa linija koristi se rutinski za određivanje brzine udaljenih zvezda ili galaksija, pošto **Doplerov efekt** menja talasnu dužinu kada je brzina velika. (**Ref. 132**). Rekord u 2004. godini bila je galaksija sa pomeranjem Liman alfa linije za 1337 nm . Možete li da izračunate brzinu kojom se ona udaljavala od Zemlje? (**Izazov 141s**).



Slika 79 Atomi vodonik: spektar vodonika (NASA) i njegovi proračunati energetske nivou u četiri približnosti povećane preciznosti. Možete li da pridružite vidljive linije sa odgovarajućim nivoom prelaska?

Bilo je jasno od početka da su boje vodonika nastale zbog kretanja njegovih elektrona. (Zašto). (**Izazov 142e**). Prvi način da se izvede Balmerov obrazac iz najmanjeg rada našao je Nils Bor (Niels Bohr) 1903. godine. Bor je shvatio da nasuprot tome što planete kruže oko Sunca, elektroni koji se kreću oko protona imaju diskretne brojeve mogućih stanja kretanja: moment količine kretanja je kvantifikovan. (**strana 65**). Predpostavka da je moment količine kretanja elektrona celobrojni umnožak od $\hbar$, dala je Balmerov obrazac i objasnila brojnu vrednost Ridbergove konstante R . (**Izazov 143e**). Ovaj proračun je toliko poznat da se nalazi u mnogim srednjoškolskim udžbenicima. Rezultat je takođe osnažio Borovu odluku da svoj život posveti istraživanju strukture atoma.

Dvadeset šest godina kasnije, 1926. godine, Ervin Šredinger (Erwin Schrödinger) rešio je njegovu jednakost za kretanje elektrona u elektrostatičkom potencijalu $V(r) = e^2/4\pi\epsilon_0 r$ za tačkasti proton. Učinivši to, Šredinger je ponovio Borov rezultat, izveo Balmerov obrazac i postao slavan u svetu fizike. Međutim, ovaj važan proračun je dug i složen.

Da bi se razumele boje vodonika, nije potrebno da se rešavaju jednakosti za kretanje elektrona; dovoljno je da se uporede energije početnog i krajnjeg stanja elektrona. Ovo može da se učini lako ako se zapazi da specifičan oblik rada mora da bude umnožak od $\hbar/2$. Ovakav pristup, uopštavanje Borovog objašnjenja, razvili su Ajnštajn, Brilouin (Brillouin) i Keler (Keller) i to se danas naziva EBK kvantifikovanje. Ono se oslanja na činjenicu da se rad S u svakom kvantnom sistemu obavlja prema (**Ref. 133**)

$$S = \frac{1}{2\pi} \oint dq_i p_i = \left(n_i + \frac{\mu_i}{4} \right) \hbar \quad (92)$$

za svaku koordinatu q_i i njenu konjugiranu količinu kretanja p_i . Izraz osvetljava sličnost između količine kružnog kretanja i rada. Ovde n_i može da bude nula ili bilo koji drugi pozitivan ceo broj, a μ_i je takozvani **Maslov indeks**, paran ceo broj, koji za slučaj atoma ima vrednost 2 za radijalne i azimutske koordinate r i θ , i 0 za ugao obrtanja φ . Integral treba da se primeni duž cele orbite. Jednostavno rečeno **rad S je proizvod polovine celog broja kvanta rada**. Ovaj rezultat može da se koristi za izračunavanje energetskih nivoa u periodnim kvantnim sistemima, kao što je atom vodonika.

Svako kružno kretanje u loptastom potencijalu $V(r)$ okarakterisano je stalnom energijom E i stalnim monetom količine kretanja L i L_z . Prema tome konjugirane količine kretanja za koordinate r , θ i φ su (**Izazov 144ny**)

$$\begin{aligned} p_r &= \sqrt{2m(E - V(r)) - \frac{L^2}{r^2}} \\ p_\theta &= \sqrt{L^2 - \frac{L_z^2}{\sin^2 \theta}} \\ p_\varphi &= L_z \end{aligned} \quad (93)$$

Koristeći izraz u zagradi (92) i stavljajući $n = n_r + n_\theta + n_\varphi + 1$, dobijamo rezultat ¹

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} = -\frac{Rhc}{n^2} = -\frac{c^2 m \alpha^2}{2n^2} = -\frac{2,19 \text{ aJ}}{n^2} \approx -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2} \quad (96)$$

Ovi **energetski nivoi** E_n , nerelativistički Borovi nivoi, prikazani su na **slici 79**. Koristeći ideju da atom vodonika emituje jedan foton kada se elektron pređe iz stanja E_n u stanje E_m , dobićemo tačno obrazac koji si izveli Balmer i Ridberg na osnovu posmatranja! Podudarnost između posmatranja i proračuna je na oko četiri decimale. (**Izazov 146e**). (Skoro) prvi put ikada, osobina materije, boja atoma vodonika, bilo je objašnjeno osnovnim principima prirode. Ključ za ovo objašnjenje bio je kvant rada $\hbar$. (Ovo celokupno razmatranje predpostavlja da su elektroni u atomu vodonika koji emituju svetlost u sopstvenom stanju. Da li možete da razmatrate zašto je to tako?) (**Izazov 147s**).

Ukratko, kvant rada podrazumeva da su unutar atoma dopuštene samo neke određene vrednosti energije elektrona. Najniži energetski nivo, za $n = 1$, naziva se **osnovno stanje**. Njegova vrednost energije 2,19 aJ je **energija jonizacije** vodonika; ako se ova energija doda osnovnom stanju, elektron nije više vezan za jezgro. Energija jonizacije prema tome ima istu ulogu za elektron oko atoma kao što ima ulogu **brzina oslobađanja** (druga kosmička brzina), ili bolje **energija oslobađanja**, za ispaljivanje satelita ili rakete sa planete.

Na isti način kako kvant rada određuje boju atoma vodonika, kvant rada takođe određuje bije ostalih atoma. Sve Fraunhoferove linije, zapažene ili u infracrvenom, vidljivom ili ultraljubičastom području

¹ Proračun je jednostavan. Posle stavljanja $V(r) = e/4\pi\epsilon_0$ u jednakost (93) potrebno je samo da se uradi (vešto) integriranje. (**Izazov 145ny**). Koristeći opšti rezultat

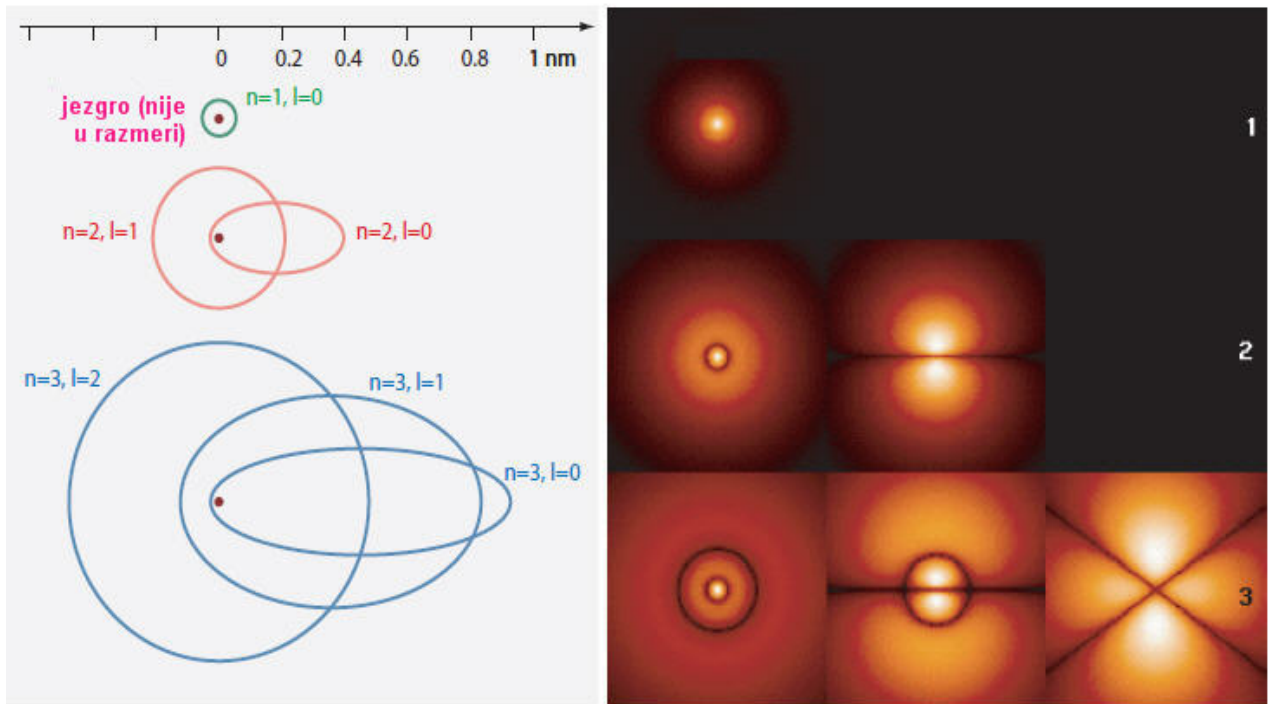
$$\frac{1}{2\pi} \oint \frac{dz}{z} \sqrt{Az^2 + 2Bz - C} = -\sqrt{C} + \frac{B}{\sqrt{-A}} \quad (94)$$

dobija se

$$\left(n_r + \frac{1}{2} \right) \hbar = n \hbar = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{-2E}} \quad (95)$$

Ovo dovodi do obrasca za energiju (96)

spekra, nastaju usled kvanta rada, Ustvari, svaka boja u prirodi je natala zbog mešavine linija boja, tako da sve boje, takođe one čvrstih tela i tečnosti, određene su kvantom rada.



slika 80 Zamišljene, ali nepostojeće i stoga lažne orbite u Bor-Zomerfeld modelu atoma vodonika (levo) i tačan opis korišćenjem gustine verovatnoće elektrona u različitim stanjima (desno) (© Wikimedia)

VELIČINA ATOMA

Upravo izvršeni proračuni daju takođe stvaran poluprečnik orbite elektrona u atomu vodonika. On je dat sa:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} = \frac{\hbar}{m_e c \alpha} = n^2 a_0 \approx n^2 \cdot 52,918973 \text{ pm}, \text{ sa } n = 1, 2, 3, \dots \quad (97)$$

Ponovo vidimo da u suprotnosti sa klasičnom fizikom, kvantna teorija dozvoljava samo neke određene orbite oko jezgra. (Za više detalja u vezi konstante fine strukture α , videti u daljem tekstu, [strana 144](#) i [151](#).) Najmanja vrednost od 53 pm, za $n = 1$, naziva je Borov poluprečnik i obeležava se sa a_0 . Da bismo bili precizniji, ovi poluprečnici su srednje vrednosti oblaka elektrona koji okružuju jezgro.

U gasu vodonikovih atoma većina atoma je u osnovnom stanju opisanom sa $r_1 = a_0$ i E_1 . S druge strane, kvantna teorija podrazumeva da atom vodonika pobuđen do nivoa $n = 500$ ima veličinu od 1,2 μm : veći je od mnogih bakterija. ([Ref. 134](#)). Takvi naduvani atomi, obično nazvani **Ridbergovi atomi**, zaista su zapaženi u laboratorijama, premda su oni izuzetno osetljivi na poremećaje.

Ukratko, kvant rada određuje veličinu atoma. Ovi rezultati potvrđuju pretpostavke Artura Eriha Hasa (Arthur Erich Haas) iz 1910. godine. ([Strana 21](#)).

Godine 1915. Arnold Zomerfeld (Arnold Sommerfeld) shvatio je da se analogija kretanja elektrona može kombinovati sa obrtnim kretanjem na dva načina. Pre svega, elektroni mogu da se kreću, u proseku, po elipsama umesto po krugovima. Kvantifikovanje momenta količine kretanja tada podrazumeva da su mogući samo odabrani ekscentriciteti; nekoliko prvih je prikazano na [slici 80](#). Najveći ekscentricitet odgovara najmanjoj vrednosti $l = 0$ od takozvanih azimutskih kvantnih brojeva, pri čemu slučaj $l = n - 1$ odgovara kružnoj orbiti. ([Ref. 136](#)). Osim toga, elipse mogu da imaju različita usmerenja u prostoru.

Druga tačka Zomerfeldovih zapažanja bila je da su brzine elektrona vodonika blago relativističke: vrednosti brzina nisu zanemarljive u poređenju sa brzinom svetlosti. Zapravo, kružna učestanost elektrona u atomu vodonika iznosi

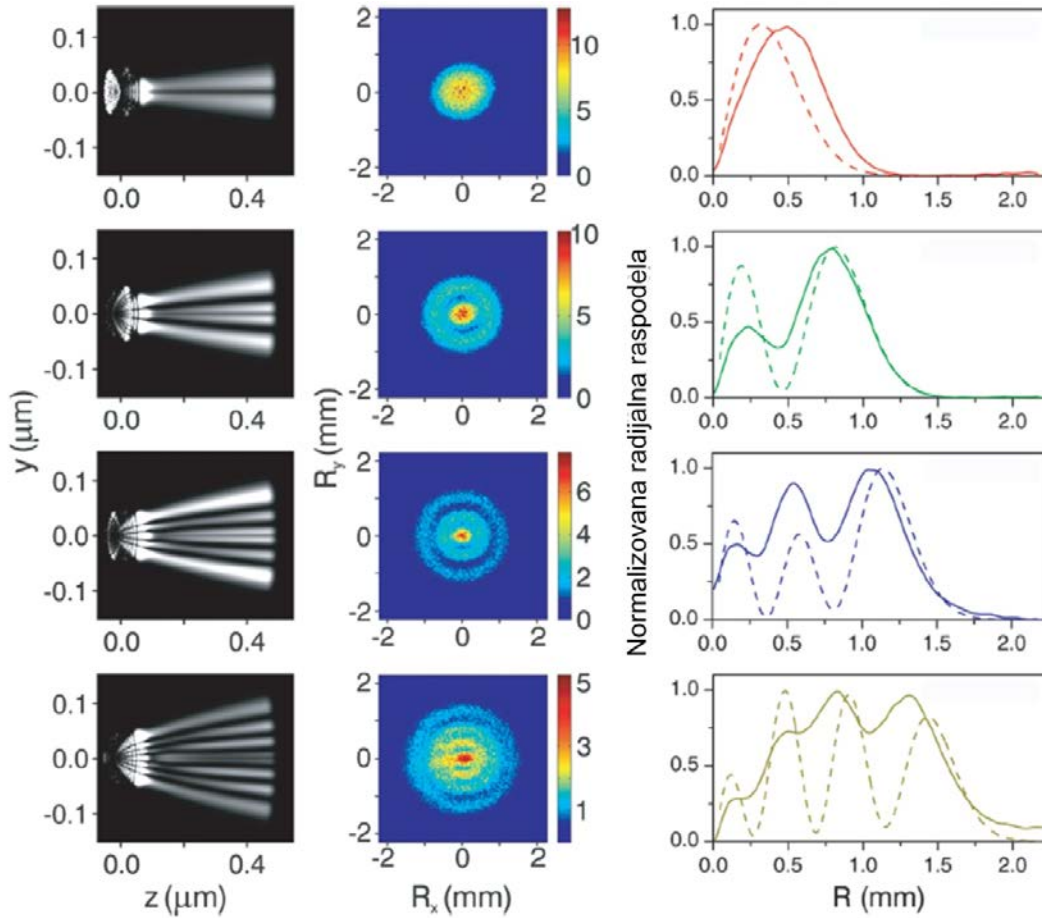
$$f_n = \frac{1}{n^3} \frac{e^4 m_e}{4\epsilon_0^2 \hbar^3} = \frac{1}{n^3} \frac{m_e c^2 \alpha^2}{h} \approx \frac{6,7 \text{ PHz}}{n^3} \quad (98)$$

a brzina elektrona je

$$v_n = \frac{1}{n} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} = \frac{\alpha c}{n} \approx \frac{2,2 \text{ Mm/s}}{n} \approx \frac{0,007c}{n} \quad (99)$$

Kao što je očekivano, što je orbita elektrona udaljenija od jezgra, elektron se kreće sporije. Ovaj rezultat može isto tako da se proveri eksperimentom: zamenom elektrona mionom dopušta nam da izmetrimo istezanje vremena njegovog trajanja. Merenja su u izvanrednoj saglasnosti sa proračunima. (**Ref. 135**).

Ukratko, Zomerfeld je zapazio da Borovi proračunu nisu uzeli u obzir relativistički efekt. I zaista, merenja uz veliku preciznost pokazuju blagu razliku između Borovih nerelativističkih energetske nivoa i onih dobijenih merenjem. Proračuni moraju da se poboljšaju.



Slika 81 Slika prikazuje proračunate i izmerene strukture čvorova atoma vodonika u slabom spoljnom električnom polju, pojačanom elektrostatičkim sočivom. Uzorci su dvodimenzionalne senke interferencije talasne funkcije. Leva kolona: kako se talasne funkcije projektuju iz atoma na makroskopski ekran, srednja kolona su izmerene čvorne strukture; desna kolona: uporedna gustina elektrona izmerenih (puna linija) i proračunatih (isprekidana linija) (© Aneta Stodolna/APS iz **Ref. 137**.)

OBLIK ATOMA

Slobodan atom je loptast. Atomi u spoljnom polju su izobličeni. Bez obzira na situaciju, oblik atoma nastaje usled oblika talasne funkcije. Najjednostavniji slučaj je atom vodonika. Njegova talasna funkcija tačnije, sopstvena funkcija za prvih nekoliko energetske nivoa – prikaano je je na desnoj strani **slike 80**. Ove funkcije je proračunao Ervin Šredinger još 1926. godine i nalaze se u svim udžbenicima. Mi nećemo ovde izvoditi proračune, već ćemo samo prikazati rezultate.

Kvadrat talasne funkcije je verovatnoća gustine elektrona. Ova gustina se brzo smanjuje uz povećanje rastojanja od jezgra. Kao kod stvarnih oblaka, gustina nikada nije nula, čak i pri velikim rastojanjima. Prema tome, možemo se raspravljati da li svi atomi imaju beskonačnu veličinu; međutim, u praksi hemijske veze ili raspored atoma u čvrstim telima pokazuju da je mnogo prikladnije zamišljati atom konačne veličine.

Zanimljivo, prva merenja talasne funkcije atoma potiču tek iz 2013. godine; Ono je izvedeno uz mudru fotojonizacionu tehniku Anete Stodolne i njenog tima. Divan eksperimentalni rezultat prikazan je na [slici 81. \(Ref. 137\)](#). Slika potvrđuje da talasna funkcija, u suprotnosti sa gustom verovatnoće, ima čvorove, to jest, linije – ili bolje, površine – u kojima je njena veličina nula.

Ukratko, svi eksperimenti potvrđuju da elektron u atomu vodonika oblikuje talasnu funkciju na tačno isti način kao što predviđa kvantna teorija. Osim toga, isto tako za oblike atoma nađeno je da su u saglasnosti sa proračunima kvantne mehanike.

RELATIVISTIČKI VODONIK

Merenje energije atomskih nivoa moguće je uz mnogo veću preciznost od merenja talasne funkcije. Osim toga, samo merenja energetskih nivoa, omogućavaju da se zapaze relativistički efekt.

Isto tako u relativističkom slučaju, EBK (Einstein–Brillouin–Keller) rad mora da bude umnožak $\hbar/2$. Iz relativističkog izraza za kinetičku energiju elektrona u atomu vodonika ([Ref. 133](#))

$$E + c^2m = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (100)$$

dobijamo izraz ([Izazov 148e](#))

$$p_r^2 = 2mE \left(1 + \frac{E}{2c^2m} \right) + \frac{2me^2}{4\pi\epsilon_0 r} \left(1 + \frac{E}{c^2m} \right) \quad (101)$$

Sada uvodimo, radi jednostavnosti, takozvanu konstantu fine strukture, $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = \sqrt{4\pi\hbar R/mc} \approx 1/137,036$ (α je konstanta bez dimenzije, a $R = 10,97 \mu\text{m}^{-1}$ je Ridbergova konstanta.) ([Izazov 149e](#)). Radikalni EBK rad tada podrazumeva da je

$$E_{nl} + c^2m = \frac{c^2m}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\left(n - l - \frac{1}{2} + \sqrt{\left(l + \frac{1}{2} \right)^2 - \alpha^2} \right)^2}}} \quad (102)$$

Ovaj rezultat kojeg je prvi našao Arnold Zomerfeld 1915. godine, tačan je za tačkaste elektrone koji se ne obrću. U stvarnosti, elektron ima spin $1/2$; tačni relativistički energetski nivoi prema tome dobijaju se kada se stavi u gornji obrazac $l = j \pm 1/2$. Rezultat može da se načini približnom sa

$$E_{nj} = -\frac{R}{n^2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{2}{4} \right) + \dots \right) \quad (103)$$

On reprodukuje spektar vodonika do izuzetno velike tačnosti. Ako uporedimo ovaj rezultat sa onim nerelativističkim, zapažamo da je svaki nerelativistički nivo n rascepljen na n različitih nivoa. Cepanje je prikazano na [slici 79 \(strana 141\)](#). U preciznim eksperimentima rascepi linija spektra vodonika vidljivi su kao takozvana **fina struktura**. Jačina fine strukture zavisi od α , osnovne konstante u prirodi. Pošto je Arnold Zomerfeld otkrio važnost ove osnovne konstante u vezi sa ovim, ime koje je on odabrao, **konstanta fine strukture**, bilo je prihvaćeno širom sveta. Konstanta fine strukture opisuje jačinu elektromagnetne interakcije; konstanta fine strukture je konstanta elektromagnetne veze. ([Strana 151](#)).

Savremeni eksperimenti velike preciznosti pokazuju dodatne efekte koji menjaju boji atoma vodonika. Oni su takođe prikazani na [slici 79 \(strana 141\)](#). Efekti virtualnih čestica i veza spona protona dovode do dodatne popravke. Ali to još uvek nije sve: efekt izotopa, Doplerov pomak i pomak nivoa usled električnog

ili magnetnog polja takođe utiču na spektar vodonika. Mi ćemo razmatrati kasnije Lambov (Willis Eugene Lamb, Jr.) pomak. (**Vol. V, strana 95**).

RELATIVISTIČKA TALASNA JEDNAKOST – PONOVO

Jednakost je bila ineligentnija od mene

Pol Dirak (Paul Dirac) u vezi svoje jednakosti, ponovio je iskaz Hajnriha Herca (Heinrich Hertz).

Kakva je jednakost razvoja za talasnu funkciju za slučaj da se uzmu u obzir relativnost, spin i interakcije sa elektromagnetnim poljem? Možemo da pokušamo da uopštimo predstavljanje relativističkog kretanja koje su dali Foldi (Foldy) i Vautheisen (Wouthuysen) za slučaj čestica sa elektromagnetnom interakcijom. (**Strana 85**). Nažalost, to nije jednostavna materija. Jednostavna istovetnost između opisa klasičnom i kvantnom mehanikom nestaje ako se obuhvati elektromagnetizam.

Naelektrisane kvantne čestice najbolje se opisuju drugačijim, ekvivalentnim predstavljanjem hamiltonijana, koji je otkrio mnogo ranije, 1926. godine, britanski fizičar Pol Dirak (Paul Dirac).¹ Dirak je otkrio divan trik da bi se kvadratni koren pojavio u relativističkom energetsom operatoru. U Dirakovom predstavljanju operator hamiltonijan dat je sa

$$H_{\text{Dirac}} = \beta m + \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} \quad (104)$$

Veličine β i tri komponente $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \boldsymbol{\alpha}$ postaju složene matrice 4×4 .



Slika 82 Pol Dirak (1902. – 1984.)

U Dirakovom predstavljanju operator položaja nije položaj čestice, već predstavlja dodatni pojam; njen operator brzine ima samo sopstvenu vrednost plus ili minus brzine svetlosti; operator brzine nije jednostavno povezan sa operatorom količine kretanja; jednakost brzine sadrži poznat pojam “Zitterbewegung” (treperavo kretanje); orbitalni moment količine kretanja i spin nisu posebne konstante kretanja.

Dakle, zašto se koristi ovaj zastrašujući hamiltonijan? Zbog toga što samo Dirakov hamiltonijan može jednostavno da se koristi za naelektrisane čestice. Ustvari, on je pretvoren u hamiltonijan spojen sa elektromagnetnim poljem preko **minimalne veze**, to jest, preko zamene (**Vol. III, strana 66**).

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - q\mathbf{A} \quad (105)$$

koji postupa sa elektromagnetnom količinom kretanja kao količinom kretanja čestice. Uz ovakav recept Dirakov hamiltonijan opisuje kretanje naelektrisane čestice u interakciji sa elektromagnetnim poljem $\mathbf{A}$. Zamena minimalne veze nije moguća u Foldi-Vautheisen hamiltonijanu. U predstavljanju Diraka čestice su

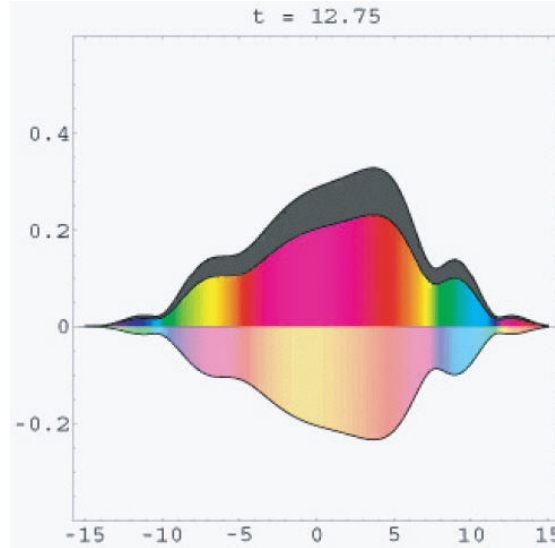
¹ Pol Adrien Moris Dirak (Paul Adrien Maurice Dirac, 1902. Bristol – 1984. Tallahassee), dvojezični fizičar, studirao je elektrotehniku u Bristolu, a potom prešao u Kembridž, gde je kasnije postao profesor, držeći katedru koju je nekada držao Njutn. U godinama između 1925. i 1933. objavio je seriju dokumenata, od kojih su neki zasluživali Nobelovu nagradu, koju je dobio 1933. godine. Dirak je objedinio specijalnu teoriju relativnosti i kvantnu teoriju, predviđajući magnetne monopolove, pretpostavljao zakone velikih brojeva, i još mnogo toga. Njegova introverzija, ljubaznost i sramežljivost i duboki uvid u prirodu, u kombinaciji s predanošću lepoti u teorijskoj fizici, načinili su ga legendom širom sveta tokom života. U kasnijoj polovini života pokušao je, neuspešno, da pronađe alternativu za kvantnu elektrodinamiku, čiji je bio osnivač, pošto su ga odbijali problemi beskonačnosti. Umro je na Floridi, gde je živio i radio posle penzionisanja na Kembridžu.

tačkasti električni naboji bez strukture; u predstavljanju Foldy-Vautheisen one poseduju poluprečnik naboja i interakciju magnetizam-količina kretanja. (**Ref. 138**). (Do zaključka ćemo doći u daljem tekstu, u odeljku o kvantnoj elektrodinamici.)

$$S = \int \mathcal{L}_{QED} d^4x \quad \text{gde je} \quad (106)$$

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi} (i\hbar c \not{D} - c^2 m) \psi - \frac{1}{4\mu_0} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad \text{i}$$

$$\not{D}_\mu = \gamma^\mu (\partial_\mu - ieA_\mu)$$



Slika 83 Čuveno treperavo kretanje (Zitterbewegung), superpozicija pozitivnog i negativnog stanja energije dovodi do oscilacija oko srednje vrednosti. Boje označavaju faze; prikazane su dve obojene površine, pošto Dirakova jednakost za jednu dimenziju ima samo dve komponente (a ne četiri); siva površina je gustina verovatnoće. (QuickTime film ©Bernd Thaller – film se može videti na veb strani vqm.uni-graz.at/movies.html)

Prvi, materijalni član u lagranžijanu dovodi do Dirakove jednakosti: on opisuje kako se usled elektromagnetnog polja kreću naelektrisane elementarne čestice sa spinom 1/2. Drugi, član zračenja, dovodi do Maksimalovih jednakosti i opisuje kako se elektromagnetna polja kreću usled talasne funkcije naelektrisanih čestica. Zajedno, uz malo trikova u računanju, ove jednakosti opisuju ono što se obično naziva kvantnom elektrodinamikom, ili skraćeno QED.

Koliko je danas poznato, relativistički opis kretanja naelektrisane materije i elektromagnetnih polja datih sa lagranžijanom kvantne elektrodinamike (106) je savršen: nisu nikada pronađene nikakve razlike između teorije i eksperimenta, uprkos intenzivnim istraživanjima i uprkos velikoj nagradi svakom ko nađe bilo kakvu razliku. Sve poznate pretpostavke u potpunosti su u saglasnosti sa merenjima. U najspektakularnijim slučajevima slaganje između teorije i merene proteže se do iza trinaeste decimale. Ali još interesantnije od preciznosti kvantne elektrodinamike su izvesne njene osobine koje nedostaju u klasičnoj elektrodinamici. Krenimo na kratko putovanje.

STICANJE PRVIH OSEĆAJA ZA DIRAKOVU JEDNAKOST

Lagranžijan kvantne elektrodinamike podrazumeva da talasna funkcija naelektrisane čestice prati Dirakovu jednakost:

$$i\hbar \gamma^\mu (\partial_\mu - ieA_\mu) \psi = mc \psi \quad (107)$$

Mnogi pokazatelji treba da deluju da ne zaboravimo da ova jednakost jednostavno izražava sopstvenu vrednost operatora energija-količina kretanja mase u mirovanju (pomnožena sa brzinom svetlosti c). Drugim rečima, jednakost izražava da se talas ψ pomera brzinom faze c .

Talasna funkcija ψ ima četiri složene komponente. Dve od njih opisuju kretanje čestica, a druge dve kretanje antičestica. Svakoju vrsti čestice potrebne su dve kompleksne komponente, pošto jednakost opisuju

spin i gustinu čestica. Spin je obrtanje, a obrtanje zahteva tri realna parametra. Spin i gustina prema tome zahtevaju četiri realna parametra, kako za čestice tako i za antičestice

Svaka od četiri komponente talasne funkcije relativističke čestice sa spinom prate relativističku jednakost Šredinger-Klajn-Gordon. To znači da svaka komponenta posebno prati relativistički odnos energija-količina kretanja (**Izazov 150e**).

Relativistička talasna funkcija ψ ima važnu osobinu, to jest, da obrtanje od 2π menja njen predznak. (**Izazov 151e**). Samo posle obrtanja za 4π ostaje talasna funkcija neizmenjena. To je tipično ponašanje čestica čiji je spin $1/2$. Iz ovog razloga talasna funkcija čestice koja ima spin $1/2$ i sa 4 komponente naziva se **spinor**.

ANTIMATERIJA

“Antimaterija” u današnje vreme je pojam za kućnu upotrebu. Zanimljivo je da se pojam pojavio pre no što je postojao bilo kakav eksperimentalni dokaz za nju. Relativistički izraz za energiju E elektrona čije je naelektrisanje e u polju koje potiče od naelektrisanja Q je:

$$E + \frac{Qe}{4\pi\epsilon_0 r} = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (108)$$

Ovaj izraz dopušta takođe rešenja sa negativnom energijom i naelektrisanjem suprotnog znaka $-e$, kada se koristi negativna vrednost kvadratnog korena. Kvantna teorija pokazuje da je to opšta osobina, a dva rešenja odgovaraju nečemu što se naziva **antimaterija**.

Ustvari, antimateriju kao saputnika elektrona pretpostavio je Pol Dirak dvadesetih godina prošlog veka iz njegove jednakosti (107), koja se zasniva na gore prikazan relativistički odnos (108). Ne znajući za ovo predviđanje Karl Anderson (Carl Anderson) je 1932. godine otkrio antielektron i nazvao ga je **pozitron**. (Ispravno ime bi trebalo da bude “poziton”, bez “r”. Ovakav ispravan oblik koristi se u francuskom jeziku.) Anderson je proučavao kosmičke zrake, pa je primetio da neki “elektroni” skreću na pogrešnu putanju u magnetnom polju koje je primenjeno u njegovom uređaju. Temeljno je proveravao svoj uređaj i konačno zaključio da je pronašao česticu koja ima istu masu kao elektron, ali sa pozitivnim električnim nabojem.

Postojanje pozitrona ima mnogo čudnih posledica. Već je 1928. godine, pre njihovog otkrića, švedski teoretičar Oskar Klajn (Oscar Klein) naglasio da Dirakova jednakost za elektrone ima čudno predskazanje: kada elektron udari u dovoljno strm potencijalni zid, sačinilac odbijanja je veći od jedinice. Takav zid će odbiti više od onoga što je bačeno u njega. Osim toga, veliki deo talasne funkcije prenosi se kroz zid. Posle otkrića pozitrona, 1935. godine, Verner Hajzenberg (Werner Heisenberg) i Hans Ojler (Hans Euler) objasnili su ovaj paradoks. (**Ref. 139**). Oni su našli da Dirakova jednakost predviđa da uvek kada električno polje premašuje kritičnu vrednost od

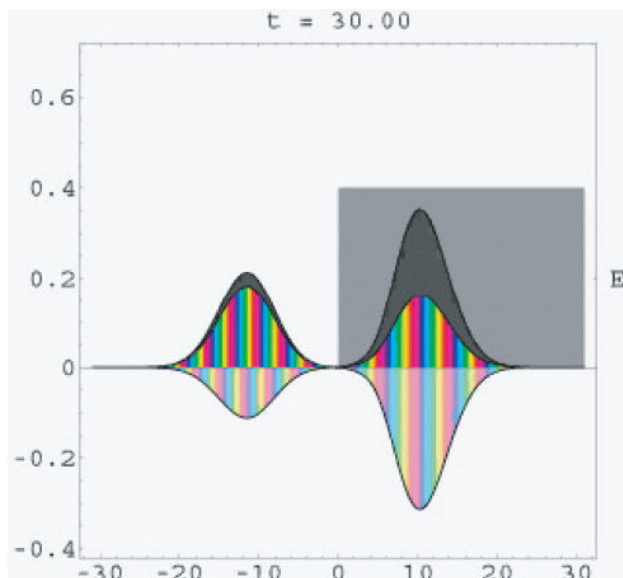
$$E_c = \frac{m_e c^2}{e\lambda_e} = \frac{m_e^2 c^3}{e\hbar} = 1,3 \text{ EV/m} \quad (109)$$

vakuum će spontano da proizvede par elektron-pozitron, koji potom polje razdvoji. Kao rezultat toga, početno polje se smanjuje. Ova takozvana vakuumska polarizacija razlog je tome da je **sačinilac odbijanja** veći od jedinice, što je otkrio Klajn. Ustvari, strmi potencijali odgovaraju jačim električnim poljima.

Vakuumska polarizacija pokazuje da broj čestica nije stalan u mikroskopskom području, što je u suprotnosti sa svakodnevnim životom. Pokazalo se da je očuvana samo razlika između broja čestica i broja antičestica. Vakuumska polarizacija prema tome ograničava našu mogućnost da izbrojimo čestice u prirodi!

Vakuumska polarizacija je slab efekt. Ona je zapažena samo pri sudaru čestica velike energije. U takvim slučajevima, efekt čak povećava konstantu fine strukture! Kasnije ćemo opisati zaista gigantske primere vakuumske polarizacije koje se pretpostavljaju oko crnih rupa sa nabojem. (**Vol. V, strana 116**).

Naravno, proizveden par elektron-pozitron nije stvoren ni iz čega, već **pretvaranjem** energije u materiju. Takav proces je deo svakog relativističkog opisa prirode. Na nesreću, fizičari imaju naviku da ovo pretvaranje nazivaju “stvaranje para čestica-antičestica”, čime se ovo pitanje malo zamagljuje. Transformacija je opisana kvantnom teorijom polja, što ćemo istraživati u sledećem delu.



Slika 84 Klajnov paradoks: kretanje relativističke talasne funkcije koja se sreće sa vrlo strmim potencijalom. Deo talasne funkcije se prenosi; ovaj deo je antimaterija, kao što pokazuje velika donja komponenta (QuickTime film © Bernd Thaller, može se pogledati na veb strani vqm.uni-graz.at/movies.html)

VIRTUALNE ČESTICE

Uprkos svemu što smo do sada rekli, vrednosti rada manje od najmanjeg rada imaju svoju ulogu. Mi smo se već sreli sa jednim primerom: u sudaru između dva elektrona, postoji razmena virtualnih fotona. (**Strana 53**). Naučili smo da razmenjeni virtualni fotoni na mogu da se opažaju. Zaista, rad S za ovu razmenu ispunjava

$$S \leq \hbar \quad (110)$$

Ukratko, virtualne čestice se pojavljuju samo kao posrednici prilikom interakcija. One ne mogu da se opažaju. Virtualne čestice, nasuprot običnim, stvarnim česticama, ne ispunjavaju relaciju $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$. Na primer, kinetička energija mogla bi da bude negativna. Ustvari, virtualne čestice nisu suprotnost “slobodnim” ili stvarnim česticama. One se mogu primetiti u vakuumu ako je vreme merenja veoma kratko. One su suštinski kratog trajanja.

Virtualni fotoni su uzrok za elektrostatičke potencijale, za magnetna polja, za Kazimirov (Casimir) efekt, za spontane emisije, za Van der Valsove (Van der Waals) sile, i za Lambov pomak u atomima. Detaljnija obrada pokazuje da u svakoj situaciji sa virtuelnim fotonima postoje uz još manju verovatnoću, virtualni elektroni i virtualni pozitroni,.

Virtualne čestice sa masom suština su za vakuumsku polarizaciju, za ograničenje broja elemenata, za zračenje cnih rupa i za Unru (Unruh) zračenje. Virtualne čestice sa masom igraju takođe ulogu u jakim interakcijama, u kojima drže zajedno nukleone u atomskom jezgru, gde one objašnjavaju beta raspad i zbog čega Sunce sija.

Posebno, virtualan par čestica-antičestica materije i virtualno zračenje čestica zajedno čine ono što nazivamo **vakuum**. Osim toga virtualno zračenje čestica oblikuje ono što obično nazivamo statično polje. Virtualne čestice su potrebne za potpun opis svih interakcija. Posebno, virtualne čestice su odgovorne za svaki proces raspada.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O BOJI

Gde je boja mora najviše plava? Morska voda, kao i slatka voda, plava je zbog toga što upija crvenu i zelenu svetlost. Upijanje nastaje usled pojasa vibriranja molekula vode koje nastaje zbog kombinacije simetričnih i nesimetričnih istežanja molekula. (**Ref. 140**). Upijanje je slabo ali primetno. Pri 700 nm (crvena svetlost), upijanje 1/e vode iznosi 1 m. Morska voda može biti svetlije boje ukoliko morsko dno odbija svetlost. Osim toga, morska voda može da bude zelena, ako sadrži male čestice koje upijaju plavu svetlost. Najčešće su ovo čestice zemlje ili planktoni. (Sateliti mogu da odrede sadržaj planktona prema “zelenilu” mora.) Prema tome, more je posebno plavo ako je duboko, mirno i hladno; u takvom slučaju dno

je udaljeno, zemlja nije umešana u vodu, a sadržaj planktona je mali. Sargasko more ima dubinu od 5 km, mirno je i hladno tokom većeg perioda u godini. Ono se često naziva najplavljom vodom na zemlji.

* * *

O savremenim visoko preciznim merenjima vodonikovog spektara, slušajte nespornog gospodara u ovom polju: uživajte na veb strani www.mediatheque.lindau-nobel.org u razgovoru Teodora Hanša (Theodor Hansh) za 2012. godinu, koji je posvetio veliki dio svog života ovoj temi, .

* * *

Ako atom sadrži elektrone koji se obrću, obrtanje Zemlje, preko Koriolisovog ubrzanja trebalo bi da ima uticaj na njihovo kretanje, pa prema tome i na boju atoma. (**Ref. 135**). Ovu lepu pretpostavku izneo je Mark Silverman (Mark Silverman); uticaj je tako mali, međutim, još uvek nije bio izmeren.

* * *

Svetlost se prelama usled materijalnih rešetaka. Može li materijal da se prelama usled svetlosnih rešetaka? Iznenadjuće je, ali može, kao što su pretpostavili Dirak i Kapica (Kapitza) 1937. godine. Prvi put je to ostvareno 1986. godine korišćenjem atoma. (**Ref. 141**) Za slobodne elektrone poduhvat je teži: prva potvrda je došla 2001. godine, kada je laserska tehnologija upotrebljena za uzvođenje lepog merenja tipičnog maksimuma prelamanja elektrona koji su se prelamali na svetlosnoj rešetki.

* * *

Svetlost ima totalno odbijanje kada se usmeri na gust materijal pod dovoljno velikim uglom, tako da ne može da prodre u materijal. Grupa fizičara u Rusiji pokazala je da ako se gust materijal pobudi, jačina zraka totalnog odbijanja može da se **pojača**. (**Ref. 135**). Nije jasno da li će ovo ikada imati primenu.

* * *

Načini na kojima ljudi rukuju **pojedinačnim** atomima pomoću elektromagnetnih polja dali su mnoge lepe primere primene savremenih tehnologija. U današnje vreme moguća je levitacija, hvatanje, pobuđivanje, fotografisanje, razbuđivanje i pomeranje (**Vol. I, strana 250**) pojedinačnog atoma tako što se samo osvetli svetlošću. (**Ref.142**) Godine 1997. Nobelovom nagradom nagrađeni su osnivači ove oblasti Stiven Ču (Steven Chu), Klod-Kohen-Tanoudi (Claude Cohen-Tannoudi) i Viljem Filips (William Philips).

* * *

Uzimajući u obzir dva ogledala i nekoliko fotona, moguće je uhvatiti atom i držati ga u plivajućem stanju između dva ogledala. (**Ref. 143**). Ovaj poduhvat, jedan od mnogih da se izdvoji pojedinačni atom, sada je standardni postupak u laboratorijama. Možete li da zamislite kako se to radi? (**Izazov 152s**).

* * *

Primer savremenog istraživanja je proučavanje **šupljih** atoma, to jest, atoma kojima nedostaju brojni spoljni elektroni. Njih je otkrio 1990. godine Žan-Pjer Brian (Jean-Pierre Briand) i njegov tim. Oni se pojavljuju kada je atom potpuno jonizovan, odnosno bez ijednog elektrona, dovede u dodir sa metalom. Prihvaćeni elektroni imaju tada spoljnu orbitu, ostavljajući prazne unutrašnje ljuske, što je u velikoj suprotnosti sa običnim atomima, Takvi šuplji atomi mogu isto tako da se formiraju pomoću jakog laserskog ozračivanja. (**Ref. 144**).

* * *

Relativistički kvantni efekti mogu da se vide. Dva najvažnija se odnose na zlato i živu. Žuta boja zlata – čiji je atomski broj 79, je usled prelaska energije između 5d i 6s elektrona čime se upija plava svetlost. Bez relativističkog efekta ovo prenošenje bi ležalo u ultraljubičastom području, slično kao kod prelaska između 4d i 5s elektrona srebra, pa bi zlato bilo bezbojno. Prema tome, žuta boja zlata predstavlja relativistički efekt.

* * *

Da li je fosfor fosforescentan? (**Izazov 153s**).

* * *

Moguće je otkriti prolaz pojedinačnog fotona kroz uređaj bez njegove apsorpcije. Kako biste vi to učinili? (**Izazov 154ny**).

OSOBINE MATERIJE

Isto kao veličina atoma vodonika, tako su i veličine svih drugih atoma određene kvantom rada. Ustvari, kvant rada određuje najveći stepen interakcije između elektrona. Čineći to, kvant promene određuje interakcije između atoma u svakodnevnim materijama i stoga određuje sve osobine materija. Elastičnost,

plastičnost, krtost, magnetne i električne osobine materijala podjednako su određeni kvantom rada. Jedino $\hbar$ čini elektrone mogućim. Mi ćemo proučiti neke primere osobina materijala u narednom delu. Razni detalji opštih povezanosti između $\hbar$ i osobina materijala još uvek su predmet istraživanja, premda nijedan nije u suprotnosti sa kvantom rada. Istraživanje materijala spada među najvažnija područja savremene nauke, a većina vrednosti u svakodnevnom životu posledice su toga. Mi ćemo istražiti neke vidove u sledećem delu.

Ukratko, nauka o materijalima potvrdila je da je kvantna fizika takođe tačan opis svih materijala, kvantna fizika je potvrdila da sve osobine materijala u svakodnevnom životu imaju elektromagnetno poreklo; i kvantna fizika je potvrdila da sve osobine materijala u svakodnevnom životu nastaju usled interakcija koje uključuju elektrone.

SNAGA ELEKTROMANETIZMA

Veliki fizičar Wolfgang Pauli (Wolfgang Pauli) govorio je da bi posle njegove smrti prva stvar bila da upita Boga za objašnjenje Zomerfeldove konstante fine strukture. (Ostali su komentarisali, da pošto mu Bog to bude objasnio, on će malo da se zamisli i da odseče: "Pogrešno!")

Konstanta fine strukture, koju je uveo Zomerfeld, je konstanta prirode bez dimenzije, čija je vrednost izmerena i iznosi (**Ref. 145**)

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137,03599679(94)} \approx 0,0072973525376(50) \quad (111)$$

Brojka se pojavila u objašnjenju fine strukture atomskog spektra boja; otuda njeno čudno ime. (**Ref. 146**). Zomerfeld je bio prvi koji je razumeo njenu opštu važnost. Ona je centralna u kvantnoj elektrodinamici iz više razloga. Broj α rezultat je interakcije dva električna naboja e .

Pre svega, konstanta fine strukture opisuje jačinu elektromagnetizma. Ako napišemo Kulonovu relaciju za silu F između dva elektrona kao

$$F = \alpha \frac{\hbar c}{r^2} \quad (112)$$

postaje jasno da konstanta fine strukture opisuje jačinu elektromagnetizma. Veća vrednost za konstantu fine strukture značila bi veće privlačenje ili odbijanje naelektrisanih tela. Zato vrednost α određuje veličinu atoma, i zapravo svih stvari, kao i boje u prirodi.

Drugo, samo zbog toga što je konstanta fine strukture α tako mala, mi smo uopšte u stanju da govorimo o česticama. Ustvari, samo zato što je konstanta fine strukture mnogo manja od 1 moguće je međusobno razlikovanje čestica. Ako bi vrednost broja α bila u blizini ili veća od 1, interakcija čestica bi bila toliko jaka da nebi bilo moguće da se opažaju posebno ili da se uopšte govori o česticama.

To dovodi do trećeg razloga za važnost konstante fine strukture. Pošto je ona broj bez dimenzije, to podrazumeva neke još uvek nepoznate mehanizme koji određuju njenu vrednost. Otkrivanje ovih mehanizama jedan je od preostalih izazova u našoj pustolovini. Sve dok ovi mehanizmi ne budu otkriveni – kao što je to slučaj 2007. godine – mi nećemo da razumemo boju i veličinu pojedinih stvari oko nas.

Mala promena u jačini elektromagnetnog privlačenja između elektrona i protona imala bi brojne bitne posledice. Možete li da objasnite šta bi se dogodilo sa veličinom ljudi, sa bojama predmeta, sa bojom Sunca ili sa radom računara, ako bi jaična postala dvostruka? A šta bi bilo ako bi se postepeno smanila na polovinu uobičajene vrednosti? (**Izazov 155s**).

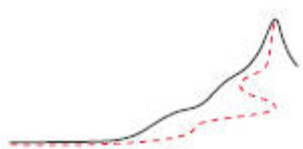
Pošto je 1920-ih godina objašnjena vrednost α , bila je sagledana jedna od najžilavijih zagonetki sa kojom je sučeljavala savremena fizika. To je bio razlog Paulijeve fantazije. Godine 1946, tokom predavanja na dodeli Nobelove nagrade, on je ponovio rečenicu da teorija koja ne određuje ovaj broj nije kompletna. (**Ref. 147**). Od tog vremena izgleda da su fizičari podelili u dve klase: oni koji se ne usuđuju da preuzmu izazov i one koji nemaju pojma. Ova zadivljujuća priča čeka nas.

Problem sa konstantom fine strukture je toliko dubok da dovodi do mnogo grešaka. Na primer, ponekad se tvrdilo da je nemoguće promeniti fizičke jedinice na takav način da su $\hbar$, c i e jednaki 1 istovremeno, pošto bi to promenilo $\alpha = 1/137,036 \dots$. Možete li pokazati da je ovaj dokaz pogrešan? (**Izazov 156s**)

ZAKLJUČAK O BOJAMA I MATERIJALIMA

Ukratko, kvant rada $\hbar$ – zajedno sa interakcijom između elektromagnetnog polja i elektrona u atomu, molekulima, tečnostima i čvrstim telima – određuje veličinu, oblik, boju i osobine svih stvari oko nas. Jačina elektromagnetne interakcije opisana je konstantom fine strukture $\alpha = 1/137,036$. Njena vrednost još uvek nije objašnjena.





Poglavlje 9

KVANTNA FIZIKA U ORAHOVOJ LJUSCI

U poređenju sa klasičnom fizikom kvantna teorija je sigurno složenija. Osnovna ideja je međutim jednostavna: u prirodi postoji najmanja promena, ili najmanji rad $\hbar = 1,1 \cdot 10^{-34}$ Js. Vrednost najmanjeg rada dovodi do svih čudnih opažanja načinjenih u mikroskopskoj oblasti, kao što su talasno ponašanje materije, relacija neodređenosti, dekoherencija, nasumičnost u merenjima, nemogućnost razlikovanja, kvantifikovanje momenta količine kretanja, tunelski efekat, stvaranje parova, raspad i reakcija čestice.

Sušтина kvantne teorije je prema tome nepostojanje beskonačno male promene. Međutim, matematika kvantne teorije ipak je apstraktna i zamršena. Da li je ovaj deo našeg hodanja bio vredan truda? Jeste: rezultati su smisleni a tačnost opisa je **potpuna**. Prvo ćemo dati pregled ovih rezultata, a potom ćemo se oktenuti pitanjima koja su ostala još uvek otvorena.

FIZIČKI REZULTATI KVANTNE TEORIJE.

*Deorum injuria diis curae.*¹

Tiberije (Tiberius), prema Tacitu (Tacitus).

Sve iz kvantne teorije može da bude ponovljeno u jednoj rečenici:

- Rad manji od $\hbar = 1,1 \cdot 10^{-34}$ Js nije zapažen u prirodi.

Postojanje najmanjeg rada u prirodi neposredno dovodi do glavne lekcije koju smo naučili u vezi sa kretanjem u kvantnom delu naše pustolovine:

- Ako se kreće, načinjeno je od kvantona, ili kvantnih čestica.

Ovaj iskaz se primenjuje na svaki fizički sistem, prema tome na sve premete i slike, to jest, na svu materiju i zračenja. Pokretne stvari načinjene su od **kvantona**. Možemo biti u interakciji sa kamenjem, talasima na vodi, svetlosti, zvučnim talasima, zemljotresima, žetatinom i bilo čime drugim što je sastavljeno od kvantnih čestica.

Jednom smo postavili pitanje: šta je materija i šta su interakcije? (**Vol. II, strana 228**). Sada znamo: i jedno i drugo su složenosti elementarnih kvantnih čestica. (**Vol. II, strana 241**). Elementarna kvantna čestica je prebrojiva suština koja je manja od sopstvene Komptonove (Compton) talasne dužine. Sve elementarne čestice su opisane energija-količinom kretanja, masom, spinom i C, P i T paritetom. Međuti, to nije još uvek potpun popis svojstava čestica, kao što ćemo videti u sledećem delu. O **unutrašnjim** svojstvima kvantnih čestica, to jest o onim koji ne zavise od posmatrača, kvantna teorija daje jednostavan iskaz:

- Sva unutrašnja svojstva kvantona ili kvantnih čestica u prirodi – uz izuzetak mase – kao što su spin, električni naboj, jaki naboj, paritet itd, pojavljuju se kao celobrojni umnošci osnovne jedinice. (**Strana 101**). Pošto su svi fizički sistemi načinjeni od kvantona, u složenim sistemima sva unutrašnja svojstva – uz izuterak mase² – ili se sabiraju ili množe.

Ukratko, sve pokretne stvari načinjene su od kvantnih čestica koje su opisane **diskretnim** unutrašnjim svojstvima. Da bi se sagledalo koliko je ovaj rezultat snažan, možete ga primeniti na one pokretne stvari koje se obično zaboravljaju, kao što su aveti, duhovi, anđeli, nimfe, demoni, đavoli, bogovi, boginje i duša. Možete sami da proverite šta se događa kada se uzme u obzir priroda njihove čestice. (**Izazov 157e**).

¹ Uvreda bogova delo je samih bogova.

² Još preciznije, zajedno sa masom nisu kvantifikovanini ni mešoviti uglovi. Ova svojstva su definisana u sledećem delu.

REZULTATI KRETANJA KVANTNIH ČESTICA

Kvantoni ili kvantne čestice, razlikuju se od čestica u svakodnevnom životu: kvantne čestice mogu da budu u **interferenciji**: one se ponašaju kao mešavina čestica i talas. Ovo svojstvo sledi neposredno iz postojanja $\hbar$, najmanjeg mogućeg rada u prirodi. Iz postojanja $\hbar$, kvantna teorija izvodi sve svoje iskaze o kretanju kvantne čestice. Mi ćemo sumirati one glavne.

Ne postoji mirovanje u prirodi. Svi predmeti su podvrgnuti relaciji neodređenosti, koja izražava da neodređenost položaja x i količine kretanja p sledi iz

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{gde je} \quad \hbar = 1,1 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad (113)$$

i onemogućava mirovanje. Stanje kvantnih čestica je određeno preko istih opažanja kao u klasičnoj fizici, uz razliku da se opažanja ne mogu zamenjivati. Klasična fizika se pojavljuje na granici gde Plankova konstanta $\hbar$ može da se efikasno postavi na nulu.

Kvantna teorija uvodi u kretanje **elemente verovatnoće**. Verovatnoća nastaje iz vrednosti najmanjeg rada kroz interakciju sa kupatilima koja su sastavni deo okoline svakog fizičkog sistema. Isto tako, verovatnoća je rezultat u svakom eksperimentu koji pokušava da uvede promenu koja je manja od kvanta rada.

Kvantne čestice se **ponašaju kao talasi**. Pridružena de Brolijeva talasna dužina λ izražena preko količine kretanja p sa

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (114)$$

kako za slučaj materije, tako i za zračenje. Ovaj obrazac je poreklo talasnog ponašanja svetlosti i materije. Čestice svetlosti nazivaju se fotoni; njihovo opažanje standardni je postupak u današnje vreme. Kvantna teorija izražava da talasi čestica, kao i svi talasi, imaju interferenciju, prelamanje, rasipanje, prigušenje, mogu da se priguše i da budu polarizovani. To se primenjuje na fotone, elektrone, atome i molekule. Budući da su svi talasi načinjeni od kvantnih čestica, svi talasi mogu da se vide, dodirnu i pomeraju. Svetlost na primer, može da se “vidi” u foton-foton rasipanju u vakuumu pri velikim energijama, može da se “dodirne” korišćenjem Komptonovog efekta i može da se “pomeri” savijanjem usled gravitacije. Materijalne čestice, kao što su molekuli ili atomi, mogu da se vide pomoću elektronskih mikroskopa i mogu da se dodirnu i pomere pomoću mikroskopa sa atomskom silom. Interferencija i savijanje talasnih čestica danas se posmatraju pomoću elektronskog mikroskopa.

Talasi materije mogu da se zamisle kao oblak koji se **obrće lokalno**. Na granici zanemarljive veličine oblaka kvantne čestice mogu da se zamisle kao male strelice koje se obrću. Shodno tome, kvantoni imaju fazu.

Čestice **ne mogu da budu zatvorene zauvek**. Iako je materija neprobojna, kvantna teorija pokazuje da ne postoje čvrste kutije ili nesavladive prepreke. Zatvaranje nije nikada zauvek. Ako se dovoljno dugo čeka uvek će se dopustiti da se savlada bilo koja granica, pošto postoji konačna verovatnoća da se svaka prepreka savlada. Ovaj proces se naziva **tunelski efekt** kada se posmatra sa tačke gledišta prostora, a naziva se **raspad** kada se posmatra sa vremenske tačke gledišta. Efekt tunela objašnjava rad elektronskih cevi u televizoru kao i radioaktivni raspad.

Sve čestice i zraci čestica **mogu da se obrću**. Čestice poseduju unutrašnji moment količine kretanja, nazvan **spin**, koji određuje njihovo ponašanje pri obrtanju. Bozoni imaju celobrojnu vrednost spina, a fermioni imaju spin polovine celog broja. Paran broj vezanih fermiona ili bilo koji broj vezanih bozona daju složen bozon; neparan broj vezanih fermiona daje fermion male energije. Čvrsta tela su neprobojna zbog fermionskog karaktera njihovih elektrona u atomu.

Ista vrsta čestica ispoljava **nerazlikovanje**. Zračenje je načinjeno od čestica koje se ne mogu razlikovati međusobno pod nazivom bozoni, a materija od fermiona. Pri razmeni dva fermiona prostornim razdvajanjem, talasna funkcija menja predznak, dok pri zameni dva bozona predznak talasne funkcije ostaje nepromenjen. Sva ostala svojstva kvantnih čestica ista su kao za klasične čestice, naime prebrojivost, interakcija, masa, naelektrisanje, moment količine kretanja, energija, količina kretanja, položaj, kao i neprobojnost za materiju i probojnost za zračenje. Savišene mašine za kopiranje ne postoje.

U sudaru, čestice su u lokalnoj interakciji, razmenom drugih čestica. Kada se materijalne čestice sudare one su u interakciji preko razmene virtualnih bozona, to jest bozona izvan ljuske. Promena kretanja je

prema tome usled razmene čestica. Razmena bozona sa parnim spinom posreduje interakciji privlačenja. Razmena bozona sa neparnim spinom isto tako posreduje interakciji odbijanja

Svojstva sudara podrazumevaju neočuvanje broja čestica. Pri sudarima čestice mogu da se pojave – to jest da budu “stvorene” – ili da nestanu – to jest, da se “unište”. Ovo važi i za bozone i za fermione.

Svojstva pri sudaru podrazumevaju postojanje *antičestica*, koje se redovno opažaju u eksperimentima. Elementarni fermioni, za razliku od mnogih elementarnih bozona, razlikuju se od svojih antičestica; oni se mogu stvarati i poništavati samo u parovima. Elementarni fermioni imaju masu koja ne nestaje i kreću se sporije od svetlosti.

Čestice mogu da se raspadnu i da se pretvaraju. Detaljnija istraživanja pokazuju da sudari podrazumevaju vrstu čestice koja nije očuvana. Ovo posmatranje će biti detaljnije objašnjeno u sledećem delu. Isto tako kvant rada podrazumeva da se stvari *lome*, a živa bića *umiru*.

Slike, načinjene od zračenja, opisane su preko istih zapažanja kao za materiju: položaj, faza, brzina, masa, količina kretanja itd. – mada se njihove vrednosti razlikuju. Slike mogu da se lokalizuju uz preciznost talasne dužine λ zračenja koje ih proizvodi.

Pojava Plankove konstante $\hbar$ podrazumeva da u prirodi postoje *razmere dužine* i *razmere vremena*. Kvantna teorija uvodi osnovno kolebanje u svaki primer kretanja. Stoga je beskonačno malo odbačeno. Na taj način pojavila se donja granica strukturnih dimenzija i mnogih drugih merljivih veličina. Kvantna teorija naročito pokazuje da je nemoguće da na elektronu u atomu žive mala bića na isti način kako ljudi žive na Zemlji koja se obrće oko Sunca. Kvantna teorija pokazuje nemogućnost postojanja Liliputanaca.

Satovi i metarske trake imaju *konačnu preciznost*, zbog postojanja najmanjeg rada i zbog njihove interakcije sa kupatilima. S druge strane, svi uređaji za merenje moraju da sadrže kupato, pošto u suprotnom nebi bilo moguće da se rezultati zapisuju.

Kvantni efekti ne ostavljaju prostor za hladnu fuziju, astrologiju, teleportovanje, telekinezu, nadprirodne pojave, višestruke svemire i pojave brže od svetlosti – bez obzira na paradoks EPR (Ajnštajn-Podolski-Rozen). (**Strana 120**) (**Ref. 148**).

TABELA 8 Odabrana upoređenja između klasične fizike, kvantne teorije i eksperimenata

Posmatranje	Klasična predpostavka	Predpostavka kvantne teorije ^a	Merenje	Procena troškova
Prosto kretanje tela				
Nerazlikovanje	0	$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$	$(1 \pm 10^{-2}) \hbar/2$	10 k€
Talasna dužina materije	ne postoji	$\lambda p = 2\pi\hbar$	$(1 \pm 10^{-2}) \hbar$	10 k€
Komptonova talasna dužina	ne postoji	$\lambda_C = \hbar/m_e c$	$(1 \pm 10^{-3}) \lambda$	20 k€
Stepen stvaranja para	0	σE	slaže se	100 k€
Radioaktivni raspad u vodoniku	ne postoji	$\tau \sim 1/n^3$	(1 ± 10^{-2})	5 k€
Najmanji moment količ. kretanja	0	$\hbar/2$	$(1 \pm 10^{-6}) \hbar/2$	10 k€
Kazimirov efektpritisak	0	$p = (\pi^2 \hbar c)/(240 r^4)$	(1 ± 10^{-3})	30 k€
Boje predmeta				
Spektar toplih tela	razlikuje se	$\lambda_{\max} = hc/(4,956 kT)$	$(1 \pm 10^{-4}) \Delta\lambda$	10 k€
Lambov pomak	ne postoji	$\Delta\lambda = 1057,86 (1) \text{ MHz}$	$(1 \pm 10^{-6}) \Delta\lambda$	50 k€
Ridbergova konstanta	ne postoji	$R_\infty = m_e c \alpha^2 / 2\hbar$	$(1 \pm 10^{-9}) R_\infty$	50 k€
Štefan-Bolcmanova konstanta	ne postoji	$\sigma = \pi^2 k^4 / 60 \hbar^3 c^2$	$(1 \pm 3 \cdot 10^{-8}) \sigma$	20 k€
Vinova konstanta rasipanja	ne postoji	$b = \lambda_{\max} T$	$(1 \pm 10^{-5}) b$	20 k€
Indeks prelamanja vode	ne postoji	1,34	unutar nekoliko %	1 k€
Foton-foton rasipanje	0	iz QED: konačno	slaže se	50 M€
Stepen žiromagnetike elektrona	1 ili 2	2,002319304365(7)	2,00231930436153(53)	30 M€
Anomalija magn.momenta miona	0	$116591827(63) \cdot 10^{-11}$	$116592080(60) \cdot 10^{-11}$	100 M€
Svojstva složenih materijala				
Vek trajanja atoma	$\approx 1 \mu\text{s}$	∞	$> 10^{20} \text{ god}$	1 €
Hiperfini rascep mionijuma	ne postoji	4463302542(620) Hz	4463302765(53) Hz	1 M€
Veličina i oblik molekula	ne postoji	iz QED	unutar 10^{-3}	20 k€

- a Sve ove pretpostavke proračunate su iz osnovnih fizičkih konstanti navedenih u **Dodatku A (strana 166)**.

DOSTIGNUĆA U TAČNOSTI I PRECIZNOSTI

Pored konceptijskih promena, kvantna teorija poboljšala je tačnost predviđanja od nekoliko cifara u klasičnoj mehanici – ako ih uopšte ima – do punog broja cifara što se danas može izmeriti – ponekad trinaest. Ograničena preciznost obično nije data nepreciznošću teorije, već je uslovljena tačnošću merenja. Drugim rečima, postavka je ograničena samo iznosom novca koji je eksperimentator voljan da potroši. U **Tabeli 8** dato je više detalja.

Iz tabele zapažamo da se pretpostavljene vrednosti ne razlikuju od izmerenih. Ako se prisetimo da klasična fizika de dopušta da se izračuna bilo koja od izmerenih vrednosti, dobijamo pojam o napretku koji je postigla kvantna fizika. Ovaj napredak u razumevanju je usled uvođenja kvanta rada $\hbar$. Ekvivalentno tome, možemo da izjavimo: nijedan opis prirode nije potpun bez kvanta rada.

Ukratko, kvantna teorija je precizna i tačna. U mikroskopskoj oblasti kvantna teorija je u **savršenom** skladu sa prirodom; uprkos perspektivi slave i bogatstva, uprkos najvećem broju istraživača ikada, još nije pronađena suprotnost između posmatranja i teorije. S druge strane, objašnjenja izmerenih vrednosti konstante fine strukture, $\alpha = 1/137,035999074(44)$, ostaje otvoren problem elektromagnetne interakcije.

DA LI JE KVANTNA TEORIJA MAGIČNA?

Proučavanje prirode je kao doživljavanje magije. Priroda često izgleda drugačije od onog što jeste. Tokom magije mi smo prevareni – ali samo ako zaboravimo maša sopstvena ograničenja. Kada počnemo da posmatramo sebe kao da smo deo igre, počinjemo da shvatamo iluzije. U tome je zabava magije. Isto se događa i sa kvantnim kretanjima.

* * *

Priroda izgleda kao da je nepovratna, premda nije. Mi se nikada ne sećamo budućnosti. Mi smo prevareni zato što smo makroskopski.

* * *

Priroda izgleda da je dekoherentna, premda nije. Ponovo smo prevareni pošto smo makroskopski.

* * *

U prirodi **ne postoje časovnici**. Prevareni smo onim iz svakodnevnih života pošto smo okruženi ogromnim brojem čestica.

* * *

Izgleda da kretanja često nestaju, premda su beskrajna. Ponovo smo prevareni, pošto naša čula ne mogu da osele mikroskopsko područje.

* * *

Izgleda da se predmeti razlikuju, premda statistička svojstva njihovih komponenti pokazuju da to nije moguće. Prevareni smo pošto živimo uz male energije.

* * *

Izgleda da je materija neprekidna, premda nije. Prevareni smo zbog ograničenja naših čula.

* * *

Kretanja izgledaju deterministička u klasičnom smislu, premda su nasumična. Prevareni smo jer smo makroskopski

* * *

Ukratko, naše ljudsko stanje neprestano nas vara. Odgovor na pitanje iz naslova je: klasična mehanika je kao magija, a trikove je otkrila kvantna teorija. To je njena glavna privlačnost.

KVANTNA TEORIJA JE TAČNA, ALI MOŽE DA UČINI I VIŠE

Možemo zaključiti ovaj deo naše pustolovine uz jednostavnu rečenicu: **kvantna fizika je opis materije i zračenja bez pojma beskonačno malog**. Sve promene u prirodi opisane su konačnim veličinama, a pre svega sa najmanjim mogućim promenama u prirodi, kvantom rada $\hbar = 1,054571726(47) \cdot 10^{-34}$ Js

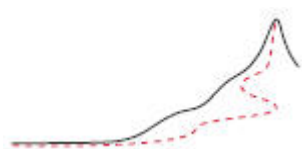
Svi eksperimenti, bez izuzetaka, pokazuju da je kvant rada $\hbar$ najmanja promena koja se može zapaziti. Opis prirode pomoću kvanta rada prema tome je **tačan** i **konačan**. Najmanji rad koji se može izmeriti $\hbar$, kao i maksimalna brzina energije c , temeljne su osobine prirode. One se takođe mogu nazvati **osnovnim istinama**.

Pošto kvantna teorija sledi logički i u potpunosti iz najmanjeg rada $\hbar$ koji se može izmeriti, najjednostavniji – i jedini način – da se opovrgne kvantna teorija je da se nađe posmatranje koje je u suprotnosti sa najmanjom vrednošću promene $\hbar$. Pokušajte to! (**Izazov 158e**).

Iako smo izveli osnovnu osobinu prirode, ako se vratimo na početak našeg istraživanja kvantne teorije, ne možemo sakriti određeno razočaranje. (**Strana 17**). Znamo da klasična fizika ne može da objasni život. Traženjem detalja mikroskopskih kretanja, sreli smo se sa mnogim zanimljivim vidovima o kojima **nismo** još postigli objašnjenja o životu. Na primer, ne znamo šta određuje brzinu elektrona u atomu, iako znamo šta određuje brzinu atletičara. Ustvari, mi čak nismo razmatrali osobine bilo kojeg čvrstog tela ili tečnosti, a kamo li onih složenih struktura kao što su živa bića.

Drugim rečima, posle ovog uvoda u kvantnu teoriju, moramo da još uvek da povezujemo kvantne procese sa svakodnevnim životom. Prema tome, tema u sledećem delu knjige biće istraživanje kretanja živih bića i kretanja unutar njih – kao i kretanja unutar svake vrste materije, uključujući čvrsta tela i zvezde, korišćenjem kao osnove kvant rada.





DODATAK A

JEDINICE, MERENJA I KONSTANTE

Merenje je upoređivanje neke veličine sa standardom. Standardi se zasnivaju na **jedinicama**. Širom sveta koristili su se različiti sistemi mernih jedinica. Većina ovih standarda davala je moć organizaciji koja je za njih bila nadležna. Kako ova moć može da bude zloupotrebljena, kao što je slučaj danas, vidi se u primeru industrije računara, a isto tako je postojala i u minulim vremenima. Rešenje je isto za oba slučaja: organizovati nezavisni globalni standard. Za merne jedinice to se dogodilo u 18. veku: kako bi se izbegla zloupotreba autoritarnih institucija, da bi se isključili problemi u razlikama, promene i neponovljivi standardi, kao i – ovo nije šala – uprostilo prikupljanje poreza i da bi ih načinili još pravednijim, grupa naučnika, političara i ekonomista saglasila se sa skupom mernih jedinica. On je nazvan **Systeme International d’Unites**, ili skraćeno **SI**, a bio je utvrđen međunarodnom ugovorom, “*Convention du Metre*”. Jedinice su čuvane u međunarodnoj organizaciji “*Conference Generale des Poids et Mesures*” i u njenim ćerka-organizacijama “*Commission Inter-nationale des Poids et Mesure*” i “*Bureau International des Poids et Mesures*” (BIPM). Sve ovo je poteklo iz vremena neposredno pre Francuske revolucije. (Ref. 149)

SI MERNE JEDINICE

Sve SI merne jedinice izvedene su iz sedam osnovnih mernih jedinica, čije su zvanične odrednice, prevedene sa francuskog na engleski (ovde i na srpski) navedene niže, zajedno sa datumom njihovih formulacija:

- **sekunda** je trajanje od 9 192 631 770 periode radijacije koja odgovara prelasku između dva hiperfina nivoa osnovnog stanja atoma cezijuma 133 (1967.)¹
- **metar** je dužina pređenog puta svetlost u vakuumu tokom vremenskog intervala od 1/299 792 458 dela sekunde (1983)¹
- **kilogram** je jedinica mase koja je jednaka masi međunarodnog prototipa kilograma (1901)¹
- **amper** je ona konstantna struja koja u dva paralelna prava provodnika beskonačne dužine, postavljenih u vakuumu na rastojanju od 1 m, proizvede između ta dva provodnika silu jednaku $2 \cdot 10^{-7}$ njutna po metru dužine, (1948)¹
- **kelvin**, jedinica za termodinamičku temperaturu, je razlomak 1/273,16 termodinamičke temperature trojne tačke vode (1967)¹
- **mol** je količina supstance sistema koji sadrži isto onoliko elementarnih subjekata koliko postoji atoma u 0,012 kilograma ugljenika 12 (1971)¹
- **kandela** je jačina osvetljenja u određenom pravcu iz izvora koji emituje monohromatsko zračenje učestanosti $540 \cdot 10^{12}$ herca i ima intenzitet zračenja u tom smeru od 1/683 vati po sterradianu (1979)¹

Primitili smo da su merne jedinice i za vreme i za dužinu određene preko izvesnih osobina standardnog primera za kretanje, naime svetlosti. Drugim rečima, i “*Conference Generale des Poids et Mesures*” je naglasila da je posmatranje kretanja preduslov za određivanje i konstrukciju vremena i prostora.

¹ Simboli ovih jedinica su, respektivno: **s**, **m**, **kg**, **A**, **K**, **mol** i **cd**. Međunarodni prototip kilograma je valjak od legure platina-iridijum, koji se čuva u BIPM u Sevru, u Francuskoj. (Vol. 1, strana 83). Za više detalja o nivoima atoma cezijuma, pogledati u knjigu o atomskoj fizici. (Ref. 150). Celzijusova skala temperature θ , određena je je na ovakav način: θ (°C) = T (K) – 273,15; treba zapaziti malu razliku od broja koji se pojavljuje u odrednici kelvina. SI takođe navodi: “Kada se koristi mol, elementarni subjekti moraju biti specificirani, a mogu biti atomi, molekuli, joni, elektroni, druge čestice ili određene grupe takvih čestica.” U odrednici mola je razumljivo da atomi ugljenika 12 nisu vezani u mirovanju i u njegovom osnovnom stanju. U odrednici za kandelu, učestanost svetlosti odgovara 555,5 nm, to jest zelenoj svetlosti, oko talasne dužine na koju je ljudsko oko najosetljivije.

Kretanje je osnova svakog posmatranja i svih merenja. Uzgred, upotrebu svetlosti u odrednicama zagovarao je još 1827. godine Žak Babine (Jacques Babinet).¹

Iz ovih osnovnih jedinica, izvedene su sve ostale merne jedinice množenjem ili deljenjem. Prema tome sve SI merne jedinice imaju sledeće osobine:

- SI merne jedinice obrazuju sistem koji ima **najsavremeniju preciznost**: sve merne jedinice su određene uz preciznost koja je veća od preciznosti u uobičajenim merenjima. Štaviše, preciznost odrednica redovno se popravља. Trenutna relativna nesigurnost za odrednicu sekunde je oko 10^{-14} , za metar oko 10^{-10} , za kilogram oko 10^{-9} , za amper 10^{-7} , za mol je manja od 10^{-6} , za kelvin 10^{-6} i za kandelu 10^{-3}
- SI merne jedinice obrazuju **apsolutni** sistem: sve jedinice određene su na takav način da se mogu reprodukovati u svakoj prigodno opremljenoj laboratoriji, nezavisno i uz veliku preciznost. Time je izbegnuta zloupotreba što je moguće više od strane organizacija koje postavljaju standarde. (Samo je još kilogram određen uz pomoć tvorevine, pa predstavlja izuzetak od ovih zahteva; vrše se intenzivna istraživanja da se nađe način da se ova tvorevina izbaci iz odrednica – to jr mrđunarodna trka koja traje već više godina. Postoje dva pristupa: brojanje čestica ili fiksiranje $\hbar$. Prvo se može postići u kristalima, to jest u kristalu načinjenom od čistog silicijuma, a drugo preko upotrebe obrasca u kojem se pojavljuje $\hbar$, kao što je obrazac za de Brolijevu (de Broglie) talasnu dužinu ili ona za Josepsonov (Josephson) efekt.
- SI merne jedinice obrazuju **praktičan** sistem: osnovne jedinice imaju veličine iz svakodnevnih opažanja. Često upotrebljavane merne jedinice imaju imena i skraćenice. Kompletan popis obuhvata sedam upravo pomenutih jedinica, dopunske merne jedinice, izvedene merne jedinice i dopuštene jedinice za upotrebu.
- **Dopunske** SI merne jedinice su dve: jedinica za ugao u ravni, određena je kao odnos dužine luka kružnice i poluprečnika, jedinica je **radijan** (rad). Za prostorni ugao, određena je kao površina koja se vidi i kvadrata poluprečnika, jedinica je **steradian** (sr).
- **Izvedene** merne jedinice sa posebnim nazivima napisane u zvaničnom engleskom pisanju², to jest bez velikih slova i akcenata su:

Naziv	Skraćenica
herc	Hz = 1/s
paskal	Pa = N/m ² = kg/m s ²
vat	W = kg m ² /s ³
volt	V = kg m ² /A s ³
om	Ω = V/A = kg m ² A ² s ²
veber	Wb = V s = kg m ² /A s ²
henri	H = V s/A = kg m ² /A ² s ²
lumen	lm = cd sr
bekerel	Bq = 1/s
sivert	Sv = 1/kg = m ² /s ²

Naziv	Skraćenica
njutn	N = kg m/s ²
džul	J = N m = kg m ² /s ²
kulon	C = A s
farad	F = A s/V = A ² s ⁴ /kg m ²
simens	S = 1/ Ω
tesla	T = Wb/m ² = kg/A s ² = kg/C s
stepen Cel.	°C (videti odrednicu za kelvin)
luks	lx = lm/m ² = cd sr/m ²
grej	Gy = J/kg = m ² /s ²
katal	kat = mol/s

Zapazili smo da se u svim odrednicama mernih jedinica pojavljuje kilogram samo sa stepenom 1, 0 i -1. Da li možete da odredite razlog? (**Izazov 159s**).

Jedinice **dozvoljene** za upotrebu izvan SI sistema su: **minut**, **čas**, **dan** (za vreme), stepen $1^\circ = \pi/180$ rad, minut $1' = 1^\circ/60 = \pi/10800$ rad, sekunda $1'' = 1'/60 = 1^\circ/360 = \pi/648000$ rad (za uglove), **litar** i **tona**. Sve ostale jedinice treba izbegavati

Još praktičnijim sve SI merne jedinice čini uvođenje standardih imena i skraćenica za stepene 10, takozvani **prefiksi**.³

¹ Žak Babine (Jacques Babinet, 1794–1874), bio je francuski fizičar koji je objavio poznata dela radova u optici.

² U saglasnosti sa ostatkom teksta prevoda, nazivi će biti u obliku koji se koristi u srpskom jeziku.

³ Neki od ovih naziva su izmišljeni (yocto zvuči kao latinski **octo** – osam, zepto zvuči kao latinsko **septem**, yotta i zetta liče na njih, exa i peta zvuče kao grčke reči **ἑξάκι** – šest puta i **πεντάκις** – pet puta, a nezvanične zvuče kao grčke reči devet, deset jedanaest i dvanaest); neke su dansko/norveške (atto od **atten** – jedanaest, femto od **femten** – petnaest); neke su iz latinskog (od **mille** – hiljadu, od **centum** – sto, od **decem** – deset, od **nanus** – patuljak); neke su iz italijanskog (od **piccolo** – mali); neke iz grčkog (micro od **μικρός** – mali, deca/deka od **δέκα** – deset,

Stepen	Naziv
10^1	deka da
10^2	hekto h
10^3	kilo k
10^6	Mega M
10^9	Giga G
10^{12}	Tera T
10^{15}	Peta P

Stepen	Naziv
10^{18}	Exa E
10^{21}	Zetta Z
10^{24}	Yotta Y
nezvanično (Ref. 151)	
10^{27}	Xenta X
10^{30}	Wekta W
10^{33}	Vendekta V
10^{36}	Undekta U

Stepen	Naziv
10^{-1}	deci d
10^{-2}	centi c
10^{-3}	mili m
10^{-6}	mikro μ
10^{-9}	nano n
10^{-12}	piko p
10^{-15}	femto f

Stepen	Naziv
10^{-18}	atto a
10^{-21}	zepto z
10^{-24}	yocto y
nezvanično (Ref. 151)	
10^{-27}	xenno x
10^{-30}	weko w
10^{-33}	vendeko v
10^{-36}	udeko u

- SI merne jedinice obrazuju kompletan sistem: one na sistematski način pokrivaju ceo skup opažanja u fizici. Štaviše, one određuju jedinice za merenja takođe i za ostale oblasti u nauci.
- Si merne jedinice obrazuju univerzalni sistem: one se mogu koristiti u trgovini, u industriji u saobraćaju, u kući, u nauci i u istraživanjima. Mogi čak i da se koriste i u vanzemaljskim civilizacijama, ukoliko postoje.
- SI merne jedinice obrazuju **samosledan** sistem: proizvod ili količnik dve SI jedinice daju takođe SI jedinicu. To u principu znači da se ista skraćenica, ti jest “SI” može koristiti za svaku jedinicu

SI merne jedinice nisu jedini mogući skup koji može da ispuni sve ove zahteve, ali su one jedini sistem koji to čini.¹ U bliskoj budućnosti BIPM planira da ponovo odredi SI jedinice koristeći “kocku fizike”, prikazane na **slici 1 (strana 9)**. To će biti ostvareno fiksiranjem, pored vrednosti za c i K_{cd} , takođe i vrednosti za: $\hbar$, e , k i N_A . Predložene vrednosti iznose $h = 6,62606957 \cdot 10^{-34}$ Js, $e = 1,602176565 \cdot 10^{-19}$ C, $k = 1,3806488 \cdot 10^{-23}$ J/K i $N_A = 6,02214129 \cdot 10^{23}$ 1/mol. Odrednica za sekundu će se zadržati, da bi se izbegla mala preciznost u svim do sada poznatim merenjima G. Pojednostavljenosti iz ove budućnosti, novi SI sistem, prikazan je na veb stranama: www.bipm.org/en/measurement-units/new-si/, www.bipm.org/utis/common/pdf/si-brochure-draft-2016.pdf i www.bipm.org/utis/common/pdf/SI-roadmap.pdf

SMISAO MERENJA

Svako merenje je upoređivanje sa standardom. Prema tome, svako merenje iziskuje **materiju** kako bi se realizovao standard (čak i za standard brzine), kao i **zračenje** da bi se postiglo upoređenje. (**Izazov 161e**). Pojam merenja prema tome podrazumeva da postoje materija i zračenje i da su jasno međusobno razdvojeni.

Svako merenje je upoređivanje. Merenje, prema tome, podrazumeva da postoje takođe prostor i vreme i da su jasno međusobno razdvojeni. (**Izazov 161e**)

Svako merenje proizvodi rezultate merenja. Prema tome, svako merenje podrazumeva i **čuvanje** podataka. Proces merenja stoga podrazumeva da mogu da se izdvoje situacije pre i posle merenja. Drugim pojmom rečeno, svako merenje je **nepovratan** proces.

Svako merenje je proces, Stoga svako merenje uzima izvesnu količinu vremena i izvesnu količinu prostora.

Sve ove osobine merenja su jednostavne, ali važne. Klonite se svakog ko ih negira.

hekto od *ἑκατόν* – sto, kilo od *χίλιοι* – hiljadu, mega od *μέγας* – veliki, giga od *γίγα* – džin, tera od *τέρας* – monstrum).

Prevedite: Bio sam zarobljen u takvoj saobraćajnoj gužvi da mi je bilo potrebno mikrostoleće da predem pikoparsek a potrošnja goriva je bila dve desetine kvadratnog milimetra. (**Izazov 160e**)

¹ Osim internacionalnih mernih jedinica, postoje i takozvane **provincijske** jedinice. Većina ovih jedinica je u upotrebi još iz doba starog Rima. Milja je došla od “*milia passum*”, što je bilo hiljadu (dvostrukih) koraka, svaki od po oko 1480 mm; današnja nautička milja, nekada određena je kao dužina luka ugla od 1 minura na površini Zemlje, određena je tačno kao 1852 m, Inč je došao od “*uncia/onzia*” (dvanaest – današnja stopa), Funta (pound) od “*pondere* to weight” korišćena je kao prevod za *libra* – vaga – što je i poreklo njene skraćenice lb. Čak je i navika da se nešto razbraja na *tuce* (dvanaest) umesto deset, rimskog porekla. Ove i sve ostale slične smešne jedinice – kao što je sistem u kojem sve jedinice počinju na “f”, a koje koriste furlong/fortnight za jedinicu brzine – sada su zvanično određene kao umnožak SI jedinica.

PLANKOVE PRIRODNE JEDINICE

Pošto tačan oblik mnogih jednakosti zavisi od sistema jedinica koji se koristi, teoretski fizičari često koriste sisteme jedinica koje su optimizirane da bi jednakosti bile jednostavnije. Izabrane jedinice i vrednosti konstanti iz prirode su relativni. U mikroskopskoj fizici često se koristi sistem Plankovih prirodnih jedinica. On je određen tako što se stavlja da je $c = 1$, $\hbar = 1$, $G = 1$, $k = 1$, $\varepsilon_0 = 1/4\pi$ i $\mu_0 = 4\pi$. Plankove jedinice su stoga određene preko kombinacija osnovnih konstanti; njihov odnos prema SI jedinicama prikazan je u **Tabeli 10**.¹ Tabela je isto tako korisna za pretvaranje jednakosti napisanih u Plankovim prirodnim jedinicama ponovo u SI jedinice: potrebno je zameniti svaku veličinu X sa X/X_{Pl} . (**Izazov 162e**)

TABELA 10 Plankove (neispravljene) prirodne jedinice

Naziv	Odrednica	Vrednost
Osnovne jedinice		
Plankova dužina	$l_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$= 1,6160(12) \cdot 10^{-35} \text{ m}$
Plankovo vreme	$t_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$= 5,3906(40) \cdot 10^{-44} \text{ s}$
Plankova masa	$m_{Pl} = \sqrt{\hbar c/G}$	$= 21,767(16) \mu\text{g}$
Plankova struja	$I_{Pl} = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 c^6/G}$	$= 3,4793(22) \cdot 10^{25} \text{ A}$
Plankova temperatura	$T_{Pl} = \sqrt{\hbar c^5/Gk^2}$	$\cdot 10^{25} \text{ A}$
Proste jedinice		
Plankova brzina	$v_{Pl} = c$	$= 0,3 \cdot \text{Gm/s}$
Plankov moment količine kretanja	$L_{Pl} = \hbar$	$= 1,1 \cdot 10^{-94} \text{ Js}$
Plankov rad	$S_{aPl} = \hbar$	$= 1,1 \cdot 10^{-94} \text{ Js}$
Plankova entropija	$S_{cPl} = k$	$= 3,8 \text{ yJ/K}$
Složene jedinice		
Plankova gustina mase	$\rho_{Pl} = c^5/G^2\hbar$	$= 5,2 \cdot 10^{96} \text{ kg/m}^3$
Plankova energija	$E_{Pl} = \sqrt{\hbar c^5/G}$	$= 2,0 \text{ GJ} = 1,2 \cdot 10^{28} \text{ eV}$
Plankova količina energije	$p_{Pl} = \sqrt{\hbar c^3/G}$	$= 6,5 \text{ Ns}$
Plankova snaga	$P_{Pl} = c^5/G$	$= 3,6 \cdot 10^{52} \text{ W}$
Plankova sila	$F_{Pl} = c^4/G$	$= 1,2 \cdot 10^{44} \text{ N}$
Plankov pritisak	$p_{Pl} = c^7/G\hbar$	$= 4,6 \cdot 10^{113} \text{ Pa}$
Plankovo ubrzanje	$a_{Pl} = \sqrt{c^7/\hbar G}$	$= 5,6 \cdot 10^{51} \text{ m/s}^2$
Plankova učestanost	$f_{Pl} = \sqrt{c^5/\hbar G}$	$= 1,9 \cdot 10^{43} \text{ Hz}$
Plankov električni naboj	$q_{Pl} = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}$	$= \cdot 1,9 \text{ aC} = 11,7 \text{ e}$
Plankov napon	$U_{Pl} = \sqrt{c^4/4\pi\varepsilon_0 G}$	$= 1,0 \cdot 10^{27} \text{ V}$
Plankova otpornost	$R_{Pl} = 1/4\pi\varepsilon_0 c$	$= 30 \Omega$
Plankov kapacitet	$C_{Pl} = 4\pi\varepsilon_0 \sqrt{\hbar G/c^3}$	$= 1,8 \cdot 10^{-45} \text{ F}$
Plankova induktivnost	$L_{Pl} = (1/4\pi\varepsilon_0) \sqrt{\hbar G/c^7}$	$= \cdot 1,610^{-42} \text{ H}$
Plankovo električno polje	$E_{Pl} = \sqrt{c^7/4\pi\varepsilon_0 \hbar G^2}$	$= 6,5 \cdot 10^{61} \text{ V/m}$
Plankova gustina magnetnog upliva	$B_{Pl} = \sqrt{c^5/4\pi\varepsilon_0 \hbar G^2}$	$= 2,2 \cdot 10^{53} \text{ T}$

Prirodne jedinice su važne i iz drugog razloga: uvek kada je veličina nemarno nazvana “beskonačno mala (ili velika)”. ispravan izraz bi bio “tako mala (ili tako velika) kao što odgovara ispravljenoj Plankovoj

¹ Prirodne jedinice x_{Pl} navedene ovde su one koje se obično koriste danas, to jest one koje su određene korišćenjem konstante $\hbar$, a ne one koje je Plank izvorno koristio sa $h = 2\pi\hbar$. Elektromagnetne jedinice mogu isto tako da se odrede u jednakostima uz drugačiji činilac od $4\pi\varepsilon_0$: na primer, korišćenjem $4\pi\varepsilon_0\alpha$, uz **konstantu fine strukture** α , (**Strana 151**) daje $q_{Pl} = e$. Za objašnjenje brojeva koji stoje u zagradi, pogledati u tekstu koji sledi..

jedinici”. Kao što je objašnjeno u celom tekstu, a posebno u poslednjem delu (**Vol. VI, strana 34**), zamena je moguća pošto sve Plankove jedinice predviđaju, unutar korekcionog činioca reda 1, krajnje vrednosti odgovarajuće posmatrane veličine – za neke gornju, a za neke donju granicu. Nažalost, ovi korekcionni činioci nisu još uvek široko poznati. Tačne krajnje vrednosti za svaku posmatranu veličinu u prirodi dobijaju se kada se G zameni sa $4G$ i $4\pi\epsilon_0$ sa $4\pi\epsilon_0\alpha$ u svim Plankovim veličinama. Ove krajnje vrednosti, ili **ispravljene Plankove jedinice** su **stvarne prirodne jedinice**. Prekoračenja ovih krajnjih vrednosti moguće su samo za neke proširene veličine. (Možete li da otkrijete koje su to? (**Izazov 163s**)).

DRUGI SISTEMI JEDINICA

Glavni cilj istraživanja u fizici velikih energija je izračunavanje jačine svih interakcija; rema tome nije praktično da se stavi da je gravitaciona konstanta G jednaka jedan, kao što je u Plankovom sistemu jedinica. Iz tog razloga, u fizici velikih energija često se samo stavlja $c = \hbar = k = 1$ i $\mu_0 = 1/\epsilon_0 = 4\pi^1$ ostavljajući u jednakostima samo gravitacionu konstantu G .

U tom sistemu postoje samo osnovne jedinice, ali je njihov izbor slobodan. Često se kao osnovna jedinica odabere standardna dužina, budući da je dužina arhitip merenih veličina. Najvažnija fizička posmatranja tada se odnose kao

$$\begin{aligned} 1/[l^2] &= [E^2] = [F] = [B] = [E_{\text{electric}}], \\ 1/[l] &= [E] = [m] = [p] = [a] = [f] = [I] = [U] = [T], \\ 1 &= [v] = [q] = [e] = [R] = [S_{\text{action}}] = [S_{\text{entropy}}] = \hbar = c = k = [\alpha], \\ [l] &= 1/[E] = [t] = [C] = [L] \quad \text{i} \\ [l]^2 &= 1/[E]^2 = [G] = [P] \end{aligned} \quad (115)$$

gde je napisano $[x]$ za jedinicu veličine x . Međutim korišćenje iste jedinice za vreme, kapacitet i induktivitet nije baš po svačijem ukusu, pa zato električari ne koriste ovaj sistem.²

Da bi se dobilo saznanje o energijama potrebnim da se posmatra neki efekat tokom proučavanja, često se se kao osnovna jedinica izabere standardna energija. U fizici čestica najuobičajenija jedinica energije je **elektronvolt** eV, koja je određena kao kinetička energija dobijena od jednog elektrona kada je ubrzan razlikom električnog potencijala od 1 V (“proton volt” bi bilo bolje ime). Prema tome, ima se $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, ili približno

$$1 \text{ eV} \approx \frac{1}{6} \text{ aJ} \quad (116)$$

što je lakše za pamćenje. Pojednostavljenje $c = \hbar = 1$ daje $G = 6,9 \cdot 10^{-57} \text{ eV}^{-2}$ i omogućava da se koristi jedinica eV i za masu, količinu kretanja, temperaturu, učestanost, vreme i dužinu, uz sledeće povezanosti: $1 \text{ eV} \equiv 1,8 \cdot 10^{-36} \text{ kg} \equiv 5,4 \cdot 10^{-28} \text{ Ns} \equiv 242 \text{ THz} \equiv 11,6 \text{ kK}$ i $1 \text{ eV}^{-1} = 4,1 \text{ fs} \equiv 1,2 \text{ } \mu\text{m}$ (**Izazov 164e**)

Da bi se dobio osećaj za jedinicu eV, korisni su sledeći odnosi. Sobna temperatura koja se obično uzima da je 20°C ili 293 K odgovara kinetičkoj energiji po čestici od $0,025 \text{ eV}$ ili $4,0 \text{ zJ}$. Najveća do sada izmerene energija čestice pripada kosmičkom zračenju sa energijom od $3 \cdot 10^{20} \text{ eV}$ ili 48 J . (**Ref. 153**). Ovde dole na Zemlji izgrađen je akcelerator je sposoban da proizvede energiju od 105 GeV ili 17 nJ za elektrone i antielektone, a drugi, koji će moći da proizvede energiju od 14 TeV ili $2,2 \text{ } \mu\text{J}$ za protone, biće uskoro završen. Oba su u vlasništvu CERN-a iz Ženeve i imaju obim od 27 km

¹ Druge odrednice za konstante srazmernosti u elektrodinamici dovode do Gausovog sistema jedinica koji se često koristi u teorijskim izračunavanjima, do Hevisajd-Lorencovog sistema jedinica, elektostatičkog sistema jedinica i elektromagnetnog sistema jedinica, između ostalih. (**Ref. 152**)

² U ovom popisu l je dužina, E energija, F sila, E_{electric} električno polje, B magnetno polje, m masa, p količina kretanja, a ubrzanje, f učestanost, I električna struja, U napon, T temperatura, v brzina, q naelektrisanje, R otpornost, P snaga, G gravitacijska konstanta.

Na veb strani www.chemie.fu-berlin.de/chemistry/general/units_en.html dat je alat za pretvaranje raznih jedinica jedne u druge.

Istraživači u opštoj teoriji relativnosti često koriste drugačiji sistem jedinica, u kojem se Švarcšildov poluprečnik $r_s = 2Gm/c^2$ koristi za merenje mase, tako što se stavi $c = G = 1$. U tom slučaju masa i dužina imaju istu dimenziju, a $\hbar$ ima dimenziju površine.

Najniža do sada izmerena temperatura je 280 pK, u sistemu jezgra rodijuma držanog u posebnom sistemu za hlađenje. (**Ref. 154**). Unutrašnjost takvog kriostata mogla biti čak najhladnija tačka u celom svemiru. Kinetička energija po čestici, koja odgovara ovoj temperaturi, takođe je najmanja koja je ikada izmerena: ona odgovara 24 feV, ili $3,8 \text{ eV} = 3,8 \cdot 10^{-33} \text{ J}$. Za izolovane čestice, rekord izgleda drže neutroni: postignute su kinetičke energije manje od 10^{-7} eV , koje odgovaraju de Broglijevoj talasnoj dužini od 60 nm.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O MERNIM JEDINICAMA

Plankova dužina je otprilike de Broglieva talasna dužina $\lambda_B = h/mv$ čoveka koji opušteno hoda ($m = 80 \text{ kg}$, $v = 0,5 \text{ m/s}$); takvo hodanje se stoga naziva “Plankova šetnja”. (**Ref. 155**).

* * *

Plankova masa je jednaka masi od oko 10^{19} protona. To je otprilike masa ljudskog embriona starog oko deset dana.

* * *

Najpreciznije izmerene veličine su učestanosti nekih milisekundnih pulsara, učestanosti izvesnih uskih atomskih prelazaka i Ridbergove konstante atomskog vodonika, koje su mogle da budu izmerene onoliko precizno koliko je precizno određena sekunda. (**Ref. 156**). Prelazak cezijuma koji određuje sekundu ima konačnu širinu linije koja ograničava postignuće preciznosti: granica je oko 14 decimalnih mesta.

* * *

Najprecizniji časovnik koji je ikada izgrađen, korišćenjem mikro talasa, ima stabilnost od 10^{-16} u toku perioda rada od 500 s. (**Ref. 157**). Za duži period rada rekord je u 1997. godini bio 10^{-15} ; međutim, vrednost 10^{-17} izgleda da je tehnološki dostižna. (**Ref. 158**). Preciznost časovnika je ograničena šumom pri merenju kratkih intervala vremena, a pomakom pri merenju dugih intervala vremena, to jest sistemskim efektima. Područje najveće stabilnosti zavisi od tipa časovnika; ono obično leži između 1 ms za optičke časovnike i 5000 s za masere. Pulsari su jedini tip časovnika za koje se još uvek ne zna ovo područje; ono je svakako veće od 20 godina, vreme koje je prošlo od njihovog otkrića do vremena ovog pisanja.

* * *

Najkraće izmereno vreme je je vreme trajanja izvesnih “elementarnih” čestica. Posebno, vreme trajanja izvesnih D mezona izmereno je da je kraće od 10^{-23} s . (**Ref. 159**). Takva vremena se mere korišćenjem komore sa mehurićima, gde se fotografiše trag. Možete li da procenite koliko je dug trag? (**Izazov 165s**). (Ovo je trik pitanje – ako vaš izračunati trag ne može da se zapazi optičkim mikroskopom, napravili ste grešku u vašem proračunu.)

* * *

Najduže vreme koje se sreće u prirodi je vreme trajanja izvesnih radioizotopa, preko 10^{15} godina, a donja granica nekih raspada protona je preko 10^{32} godina. Ova vremena su prema tome mnogo veća od starosti svemira, koja je procenjena na 14 000 miliona godina. (**Ref. 160**).

* * *

Često je mnogo lakše izmeriti odstupanje veličina nego li njihove vrednosti. Na primer, u detektorima gravitacijskih talasa postignuta je 1992. godine osetljivost $\Delta l/l = 3 \cdot 10^{-19}$ za dužinu reda 1 m. (**Ref. 161**). Drugim rečima, za blok metala od oko 1 m^3 moguće je izmeriti promenu dužine oko 3000 puta manju od poluprečnika protona. Ova postavka je sada potisnuta prstenastim interferometrima. Već su napravljeni prstenasti interferometri koji mere razliku učestanosti od 10^{-21} ; a oni se još uvek usavršavaju. (**Ref. 162**).

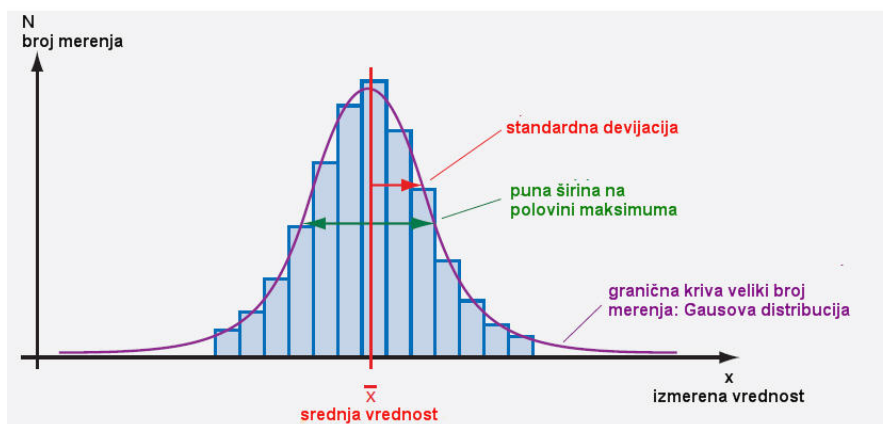
PRECIZNOST I TAČNOST MERENJA

Merenje je osnova fizike. Svako merenje ima **grešku**. Greške nastaju usled nedostatka preciznosti ili usled nedostatka tačnosti. **Preciznost** znači koliko uspešno je rezultat ponovljen kada se merenje ponovi; **tačnost** je stepen u kojem merenje odgovara stvarnoj vrednosti.

Nedostatak preciznosti je usled slučajnih **slučajnih grešaka**; to se najbolje meri pomoću **standardne devijacije**, obično prikazane skraćeno kao σ ; ona je određena kao:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (125)$$

gde je $\bar{x}$ srednja vrednost merenja x_i . (Da li možete da pretpostavite zašto je u obrascu korišćeno $n - 1$ umesto n ?) (**Izazov 166s**).



Slika 85 Precizan eksperiment i distribucija merenja. Preciznost je veća ako je širina distribucije manja, tačnost je veća ako je centar distribucije slaže sa stvarnom vrednošću.

Za većinu eksperimenata, uvek kada je rastao broj merenja, distribucija izmerenih vrednosti teži prema normalnoj distribuciji, takođe nazvanom **Gausova distribucija**. Ova distribucija je prikazana na **slici 85**, a opisana je izrazom:

$$N(x) = e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (126)$$

kvadrat σ^2 standardne devijacije naziva se takođe **varijansa**. Za $2,35\sigma$ Gausove distribucije izmernih vrednosti ima se puna širina na polovini maksimuma. (**Izazov 167e**).

Nedostatak tačnosti je usled **sistematskih grešaka**; obično se one mogu samo proceniti. Ove procene se često dodaju slučajnim greškama da bi se dobila ukupna greška eksperimenta, ponekad nazvana i **totalna nepouzdanost**. (**Ref. 163**). **Relativna** greška je odnos između greške i izmerne vrednosti.

Na primer, profesionalno merenje će dati rezultat kao što je 0,312(6) m. Broj u zagradi prikazuje standardnu devijaciju σ , u jedinicama poslednjeg decimala. Kao i gore, pretpostavljena je Gausova distribucija za rezultate merenja. Prema tome, vrednost 0,312(6) m podrazumeva da se očekuje da stvarna vrednost leži: (**Izazov 168e**)

- unutar 1σ uz verovatnoću 68,3%, stoga u ovom primeru unutar $0,312 \pm 0,006$ m
- unutar 2σ uz verovatnoću 95,4%, stoga u ovom primeru unutar $0,312 \pm 0,012$ m
- unutar 3σ uz verovatnoću 99,73%, stoga u ovom primeru unutar $0,312 \pm 0,018$ m
- unutar 4σ uz verovatnoću 99,993 7%, stoga u ovom primeru unutar $0,312 \pm 0,024$ m
- unutar 5σ uz verovatnoću 99,9937, %, stoga u ovom primeru unutar $0,312 \pm 0,030$ m
- unutar 6σ uz verovatnoću 99,999 943%, stoga u ovom primeru unutar $0,312 \pm 0,036$ m
- unutar 7σ uz verovatnoću 99,999 999 999 74%, stoga u ovom primeru unutar $0,312 \pm 0,041$ m

(Imaju li naredni brojevi smisla? (**Izazov 169s**).

Treba zapaziti da standardna devijacija ima jednu cifru; morali bi da budete stručnjak svetskog ranga da biste koristili dve, a ludak ako želite da koristite i više. Ako nije navedena standardna devijacija, podrazumeva se (1). Kao rezultat, kod profesionalaca 1 km i 1000 m **nisu** iste dužine.

Šta se događa sa greškom kada se dve izmerene vrednosti A i B sabiraju ili oduzimaju? Ukoliko su sva merenja nezavisna – ili nepovezana – standardna devijacija za zbir i za razliku je data kao:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

Za proizvod i za količnik dve izmerene i nepovezane vrednosti C i D , rezultat je:

$$\rho = \sqrt{\rho_C^2 + \rho_D^2}$$

gde je ρ pojam za **relativnu** standardnu devijaciju.

Predpostavimo da ste izmerili da se neki objekt kreće 1,0 m za 3,0 s: kolika je vrednost izmerene brzine? (**Izazov 170s**).

GRANICE PRECIZNOSTI

Kolike su granice preciznosti i tačnosti? Ne postoji način, čak ni u principu, da se dužina x izmeri uz preciznost veću od oko 61 decimale, pošto je u prirodi odnos između namanje i najveće dužine koja se može izmeriti: $\Delta x/x > l_P/d_{\text{horiz}} = 10^{-61}$. (Da li taj odnos važi i za silu ili zapreminu?) (**Izazov 171e**). U poslednjem volumenu našeg teksta, proučavanja časovnika i metarske trake još više sužavaju ovu teorijsku granicu. (**Vol. VI, strana 78**).

Medjutim nije teško zaključiti da postoje još uže praktične granice. Nikakva zamišljena mašina ne može izmeriti veličinu uz veću preciznost nego što je merenje prečnika Zemlje unutar najmanje ikada izmerene dužine, od oko 10^{-19} m; to je oko 26 decimala preciznosti. Korišćenje realističnijeg ograničenja sa mašinom od 1000 m podrazumeva granicu od 22 decimale. Ako je merenjem vremena, kako je previđeno gore, popstignuta preciznost od 17 decimala, onda je ona u blizini praktičnih granica, pošto odvojeno od veličine, postoji još jedno praktično ograničenje: cena. Zapravo, svako decimalno mesto u preciznosti merenja često znači još jednu cifru u ceni uređaja.

FIZIČKE KONSTANTE

Opšta zapažanja u fizici izvedena su iz onih osnovnih. Kao posledica toga i većina merenja može da se izvede iz onih osnovnih. Najosnovnija merenja su merenja fizičkih konstanti.

U tablicama koje slede date su najtačnije svetske vrednosti najvažnijih konstanti u fizici i osobina čestica – u SI jedinicama i nekoliko drugih uobičajenih jedinica – koje su objavljene u referencama standarda. (**Ref. 164**). Date su srednje svetske vrednosti najboljih merenja izvršenih do sada. Kao i obično, eksperimentalne greške, uključujući kako slučajne tako i sistematske, izražene su navedenom standardnom devijacijom u poslednjoj cifri. Zapravo, iza svakog broja u tablicama koje slede postoji duga priča koja zasluži da bude ispričana, ali za koje ovde nema dovoljno mesta. (**Ref. 165**).

U principu, sve kvalitativne osobine materijala mogu da se izračunaju kvantom teorijom, kao i vrednosti izvesnih fizičkih konstanti. (**Ref. 164**). Na primer, boja, gustina i osobine elastičnosti mogu da budu predviđene korišćenjem jednakosti za standardni model fizike čestica (**Vol. V, strana 195**) i vrednosti osnovnih konstanti koje slede.

TABELA 11 Osnovne fizičke konstante

Veličina	Simbol	SI vrednost	Nepouz. ^a
Konstante koje određuju SI jedinice merenja			
Brzina svetlosti u vakuumu ^c	c	299 792 458 m/s	0
Magnetna provodnost vakuuma ^c	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m = 1,256 637 061 435... μ H/m	0
Dielektrična konstanta vakuuma ^c	$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	8,854 187 817 620...pF/m	0
Orginalna Plankova konstanta	h	$6,626\,069\,57(52) \cdot 10^{-34}$ Js	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Redukovana Plankova konstanta, kvant energije	$\hbar$	$1,054\,571\,726(47) \cdot 10^{-34}$ Js	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Naelektrisanje pozitrona	e	0,160 217 656 5(35) aC	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Bolcmanova konstanta	k	$1,380\,6488(13) \cdot 10^{-23}$ J/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Gravitacijska konstanta	G	$6,673\,84(80) \cdot 10^{-11}$ Nm ² /kg ²	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Gravitacijska konstanta veze	$k = 8\pi G/c^4$	$2,076\,50(25) \cdot 10^{-43}$ s ² /kg m	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Osnovne konstante (ili nepoznatog porekla)			
Broj dimenzija prostor-vreme		3+1	0 ^b
Konstanta fine strukture ^d ili	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$	1/137,035 999 074(44)	$3,2 \cdot 10^{-10}$
elektromagnetna konstanta veze	$= g_{em} (m_e^2 c^2)$	= 0,007 297 352 5698(24)	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Fermijeva konstanta veze ^d ili	$G_F/(\hbar c)^2$	$1,166\,364(5) \cdot 10^{-5}$ GeV ⁻²	$4,3 \cdot 10^6$
konstanta slabe veze	$\alpha_w (M_Z) = g_w^2/4\pi$	1/30,1(3)	$1 \cdot 10^{-2}$
Ugao slabog mešanja	$\sin^2 \theta_w (\overline{MS})$	0,23124(24)	$1,0 \cdot 10^{-3}$
	$\sin^2 \theta_w$ na ljsci	0,2224(19)	$8,7 \cdot 10^{-3}$
	$= 1 - (m_w/m_Z)^2$		
Konstanta jake veze ^d	$\alpha_s (M_Z) = g_s^2/4\pi$	0,118(3)	$25 \cdot 10^{-3}$

Matrica CKM (Cabibbo–Kobayashi–Maskawa) mešanja kvarka	$ V $	$\begin{pmatrix} 0,67428(15) & 0,2253(7) & 0,00347(16) \\ 0,2252(7) & 0,97345(16) & 0,0410(11) \\ 0,00862(26) & 0,0403(11) & 0,999152(45) \end{pmatrix}$	
Invarijanta Jarlskog	J	$2,96(20) \cdot 10^{-5}$	
Matrica PMNS (Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata) mešanja neutina	P	$\begin{pmatrix} 0,82 & 0,55 & 0,15 + 0,038i \\ -0,36 + 0,020i & 0,70 + 0,013i & 0,61 \\ 0,44 + 0,26i & -0,45 + 0,017i & 0,77 \end{pmatrix}$	
Mase elementarnih čestica (nepoznatog porekla)			
Masa elektrona	m_e	$9,109\,382\,91(40) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Masa miona	m_μ	$5,458\,799\,0946(22) \cdot 10^{-24} \text{ u}$	$4,0 \cdot 10^{-10}$
		$0,510\,998\,928(11) \text{ MeV}$	$2,2 \cdot 10^{-8}$
		$1,883\,531\,475(96) \cdot 10^{-28} \text{ kg}$	$5,1 \cdot 10^{-8}$
		$0,113\,248\,9267(29) \text{ u}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$
		$105,658\,3715(35) \text{ MeV}$	$3,4 \cdot 10^{-8}$
Tau masa	m_τ	$1,776\,82(16) \text{ GeV}/c^2$	.
Masa el. neutrina	m_{ν_e}	$< 2 \text{ eV}/c^2$	.
Masa mion neutrina	m_{ν_μ}	$< 2 \text{ eV}/c^2$	.
Masa tau neutrina	m_{ν_τ}	$< 2 \text{ eV}/c^2$	
Masa gornjeg kvarka	u	$1,8 \text{ do } 3,0 \text{ MeV}/c^2$	
Masa donjeg kvarka	d	$4,5 \text{ do } 5,5 \text{ MeV}/c^2$	
Masa čudnog kvarka	s	$95(5) \text{ MeV}/c^2$	
Masa čarobnog kvarka	c	$1,275(25) \text{ GeV}/c^2$	
Masa dubinskog kvarka	b	$4,18(17) \text{ GeV}/c^2$	
Masa vršnog kvarka	t	$173,5(1,4) \text{ GeV}/c^2$	
Masa fotona	γ	$< 2 \cdot 10^{-54} \text{ kg}$	
Masa W bozona	$W^\pm$	$80,385(15) \text{ GeV}/c^2$	
Masa Z bozona	Z^0	$91,1876(21) \text{ GeV}/c^2$	
Higsova masa	H	$126(1) \text{ GeV}/c^2$	
Masa gluona	$g_{1\dots 8}$	$\text{oko } 0 \text{ MeV}/c^2$	
Mase složenih čestica			
Masa protona	m_p	$1,672\,621\,777(74) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
		$1,007\,276\,466\,812(90) \text{ u}$	$8,9 \cdot 10^{-11}$
		$938,272\,046(21) \text{ MeV}$	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Masa neutrona	m_n	$1,674\,927\,351(74) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
		$1,008\,664\,916\,00(43) \text{ u}$	$4,2 \cdot 10^{-10}$
		$939,565\,379(21) \text{ MeV}$	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Jedinica atomske mase	$m_u = m_{12C}/12 = 1 \text{ u}$	$1,660\,538\,921(73) \text{ yg}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$

- Nepouzdanost: standardna devijacija greške merenja.
- Mereno samo od 10^{-19} do 10^{28} m
- Odrednica konstante
- Sve konstante veza zavise od prenosa četverca količine kretanja, kao što je objašnjeno u odeljku za renormalizaciju (**strana 102**). Konstanta fine strukture je tradicionalni naziv za konstantu elektromagnetne veze g_{em} za slučaj prenosa četverca količine kretanja $Q^2 = c^2 m_e^2$ koji je najmanji moguć. Kod većih prenosa količine kretanja ona ima veću vrednost, to jest $g_{\text{em}} (Q^2 = c^2 M_W^2) \approx 1/128$. Nasuprot tome, konstanta jake veze ima manju vrednost na višim prenosima količine kretanja, to jest, $\alpha_s(34 \text{ GeV} = 0,14(2))$

Zašto sve ove osnovne konstante imaju ovakve vrednosti? Za svaku osnovnu konstantu **sa dimenzijom**, kao što je kvant energije $\hbar$ numerička vrednost ima samo istorijsko značenje. Ona je $1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ zato što je SI odredio džul i sekundu. Pitanje zašto vrednost konstante sa dimenzijom nije veća ili manja stoga uvek zahteva da se razume poreklo nekog neimenovanog broja koji određuje odnos između konstante i odgovarajuće **prirodne jedinice** koja je određena pomoću c , G , $\hbar$ i α . Više detalja i vrednosti prirodnih jedinica biće dato kasnije. (**strana 162**). Shvatanje veličine atoma, ljudi, drveća i zvezda, trajanje procesa u molekulima i atomima, ili mase atomskih jezgra i planina, podrazumeva shvatanje odnosa između ovih

vrednosti i odgovarajuće jedinice u prirodi. Ključ za razumevanje prirode je prema tome razumevanje svih odnosa, pa prema tome i svih konstanti bez dimenzije. Traganje za razumevanjem svih odnosa, uključujući i samu konstantu fine strukture α , kompletno je samo u poslednjem volumenu naše avanture.

Osnovne konstante daju naredna korisna zapažanja velike preciznosti.

TABELA 12 Izvedene fizičke konstante

Veličina	Simbol	Vrednost u SI jedinicama	Nepouz.
Talasni otpor vakuumu	$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$	376,730 313 461 77... Ω	0
Avogadrov broj	N_A	6,022 141 29(227) $\cdot 10^{23}$	4,4 $\cdot 10^{-8}$
Lošmitov broj (273,16 K i 101325 Pa)	N_L	2,686 7805(24) $\cdot 10^{23}$	9,1 $\cdot 10^{-7}$
Faradejeva konstanta	$F = N_A e$	96 485,3365(21) C/mol	2,2 $\cdot 10^{-8}$
Univerzalna gasna konstanta	$R = N_A k$	8,314 4621(75) J/mol K	9,1 $\cdot 10^{-7}$
Molarna zapr. ideal. gasa (273,15 K i 101325 Pa)	$V = RT/p$	22,413 968(20) l/mol	9,1 $\cdot 10^{-7}$
Ridbergova konstanta	$R_\infty = m_e c \alpha^2 / 2h$	10 973 731,568 539 m^{-1}	5 $\cdot 10^{-12}$
Kvant provodnosti	$G_0 = 2e^2/h$	77,480 917 346(25) μS	3,2 $\cdot 10^{-10}$
Kvant magnetnog upliva	$\varphi_0 = h/2e$	2,067 833 758(46) pWb	2,2 $\cdot 10^{-8}$
Odnos Jozefsonove učestanosti	$2e/h$	483,597 870(11) T Hz/V	2,2 $\cdot 10^{-8}$
Fon Klicingova konstanta	$h/e^2 = \mu_0 c / 2\alpha$	25 812,807 4434(84) Ω	3,2 $\cdot 10^{-10}$
Borov magnetron	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	9,274 009 68(20) yJ/T	2,2 $\cdot 10^{-8}$
Klasičan poluprečnik elektrona	$r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 c^2 m_e$	2,817 940 3267(27) fm	9,7 $\cdot 10^{-10}$
Komptonova tal. dužina	$\lambda_C = h/m_e c$	2,426 310 2389(16) pm	6,5 $\cdot 10^{-10}$
... elektrona	$\tilde{\lambda}_c = \hbar/m_e c = r_e/\alpha$	0,386 159 268 00(25) pm	6,5 $\cdot 10^{-10}$
Borov poluprečnik ^a	$a_\infty = r_e/\alpha$	52,917 721 092(17) pm	3,2 $\cdot 10^{-10}$
Kvant cirkulacije	$h/2m_e$	3,636 947 5520(24) $\cdot 10^{-4}$ m ² /s	6,5 $\cdot 10^{-10}$
Specifično naelektisanje pozitrona	e/m_e	1,758 820 088(39) $\cdot 10^{11}$ C/kg	2,2 $\cdot 10^{-8}$
Učestanost elektrona u Ciklotronu	$f_c/B = e/2\pi m_e$	27,992 491 10(62) GHz/T	2,2 $\cdot 10^{-8}$
Magnetni moment elektrona	μ_e	-9,284 754 30(21) $\cdot 10^{-24}$ J/T	2,2 $\cdot 10^{-8}$
	μ_e/μ_B	-1,001 159 652 180 76(27)	2,6 $\cdot 10^{-13}$
	μ_e/μ_N	-1,838 281 970 90(75) $\cdot 10^3$	4,1 $\cdot 10^{-10}$
G-faktor elektrona	g_e	-2,002 319 304 361 53(53)	2,6 $\cdot 10^{-13}$
Odnos masa mion-elektron	m_μ/m_e	206,768 2843(52)	2,5 $\cdot 10^{-8}$
Magnetni moment miona	μ_μ	-4,490 448 07(15) $\cdot 10^{-26}$ J/T	3,4 $\cdot 10^{-8}$
G-faktor miona	g_μ	-2,002 331 8418(13)	6,3 $\cdot 10^{-10}$
Odnos masa proton-elektron	m_p/m_e	1863,152 672 45(75)	4,1 $\cdot 10^{-10}$
Specifično naelektrisanje protona	e/m_p	9,578 833 58(21) $\cdot 10^7$ C/kg	2,2 $\cdot 10^{-8}$
Komptonova talasna dužina proton	$\lambda_{C,p} = h/m_p c$	1,321 409 856 23(94) fm	7,1 $\cdot 10^{-10}$
Magnetron jezgra	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	5,050 783 53(11) $\cdot 10^{-27}$ J/T	2,2 $\cdot 10^{-8}$
Magnetni moment protona	μ_p	1,410 606 743(33) $\cdot 10^{-26}$ J/T	2,4 $\cdot 10^{-8}$
	μ_p/μ_B	1,521 032 210(12) $\cdot 10^{-3}$	8,1 $\cdot 10^{-9}$
	μ_p/μ_N	2,792 847 356(23)	8,2 $\cdot 10^{-9}$
Žiromagnetski odnos protona	$\gamma_p = 2\mu_p/\hbar$	2,675 222 005(63) $\cdot 10^8$ Hz/T	2,4 $\cdot 10^{-8}$
G-faktor protona	g_p	5,587 694 713(46)	8,2 $\cdot 10^{-9}$
Odnos masa neutron-elektron	m_n/m_e	1838,683 6605(11)	5,8 $\cdot 10^{-10}$
Odnos masa neutron-proton	m_n/m_p	1,001 738 419 17(45)	4,5 $\cdot 10^{-10}$
Komptonova talasna dužina neutrona	$\lambda_{C,n} = h/m_n c$	1,319 590 9068(11) fm	8,2 $\cdot 10^{-10}$
Magnetni moment neutrona	μ_n	-0,966 236 47(23) $\cdot 10^{-26}$ J/T	2,4 $\cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_B	-1,041 875 63(25) $\cdot 10^{-3}$	2,4 $\cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_N	-1,913 042 72(45)	2,4 $\cdot 10^{-7}$
Štefan-Bolcmanova konstanta	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	56,703 73(21) nW/m ² K ⁴	3,6 $\cdot 10^{-6}$
Vinova konstanta	$b = \lambda_{max} T$	2,897 7721(26) mmK	9,1 $\cdot 10^{-7}$
		58,789 254(53) GHz/K	9,1 $\cdot 10^{-7}$

Elektron volt	eV	$1,602\,176\,565(35) \cdot 10^{-19}$ J	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Konstanta pretvaranja bitova u entropiju	$k \ln 2$	10^{23} bita = 0,956 994 5(9) J/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Sadržaj energije TNT		3,7 do 4,0 MJ/kg	$4 \cdot 10^{-2}$

a. Za beskonačnu masu atomskog jezgra

U narednoj tablici su date neka korisna svojstva iz lokalnog okruženja.

TABELA 13 Astronomske konstante

Veličina	Simbol	Vrednost
Tropska 1900. godina ^a	a	31 556 925,974 7 s
Tropska 1994. godina	a	31 556 925,2 s
Srednji sideralni (zvezdani) dan	d	23 h 56 min 4,090 53 sec
Srednja udaljenost Zemlja – Sunce ^b		149 597 870 691(30) km
Astronomska jedinica ^b	AU	149 597 870 691 m
Svetlosna godina, bazirana na Julijanskoj godini ^b	al	9,460 730 472 5808 Pm
Parsek	pc	30,856 775 806 Pm = 3,261 634 al
Masa Zemlje	$M_{\oplus}$	$5,973(1) \cdot 10^{24}$ kg
Geocentrična gravitacijska konstanta	GM	$3,986\,004\,418(8) \cdot 10^{14}$ m ³ /s ²
Gravitacijska dužina Zemlje	$l_{\oplus} = 2GM/c^2$	8.870 056 078(16) mm
Poluprečnik Zemlje na ekvatoru ^c	$R_{\oplus eq}$	6378,1366(1) km
Poluprečnik Zemlje na polovima ^c	$R_{\oplus p}$	6356,752(1) km
Rastojanje ekvator – pol (prosečno) ^c		10 001,966 km
Sploštenje zemlje ^c	$e_{\oplus}$	1/298,25642(1)
Prosečna gustina Zemlje	$\rho_{\oplus}$	5,5 Mg/m ³
Starost Zemlje	$T_{\oplus}$	4,50(4) Ga = 142(2) Ps
Normalna gravitacija Zemlje	g	9,806 65 m/s ²
Standardni atmosferski pritisak na Zemlji	p_0	101 325 Pa
Poluprečnik Meseca iz pravca Zemlje	$R_{\zeta v}$	1738 km
Poluprečnik Meseca iz druga dva pravca	$R_{\zeta b}$	1737,4 km
Masa Meseca	M_{ζ}	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg
Srednja udaljenost Meseca ^d	d_{ζ}	348 401 km
Udaljenost Meseca u perigeju		363 Mm (tipično)
		359 861 km (istorijski minimum)
Udaljenost Meseca i apogeju		404 Mm (tipično)
		406 720 km (istorijski maksimum)
Ugaona veličina Meseca ^e		0,5181° = 31,08'
		0,49° (minimum)
		0,55° (maksimum)
Prosečna gustina Meseca	ρ_{ζ}	3,3 Mg/m ³
Gravitacija na površini Meseca	g_{ζ}	1,62 m/s ²
Atmosferski pritisak na Mesecu	p_{ζ}	od 10^{-10} Pa (noću) do 10^{-7} Pa (danju)
Masa Jupitera	$M_{\mathcal{J}}$	$1,90 \cdot 10^{27}$ kg
Poluprečnik Jupitera na ekvatoru	$R_{\mathcal{J}}$	71,398 Mm
Poluprečnik Jupitera na polovima	$R_{\mathcal{J}}$	67,1(1) Mm
Prosečna udaljenost Jupitera od Sunca	$D_{\mathcal{J}}$	778 412 020 km
Gravitacija na površini Jupitera	$g_{\mathcal{J}}$	24,9 m/s ²
Atmosferski pritisak na Jupiteru	$p_{\mathcal{J}}$	od 20 kPa do 200 kPa
Masa Sunca	$M_{\odot}$	$1,988\,43(3) \cdot 10^{30}$ kg
Gravitacijska dužina Sunca	$2GM_{\odot}/c^2$	2,953 250 08(5) km

Heliocentrična gravitacijska konstanta	$GM_{\odot}$	$132,712\,440\,018(8) \cdot 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Sjaj Sunca	$L_{\odot}$	384,6 384,6 W
Poluprečnik Sunca na ekvatoru	$R_{\odot}$	695,98(7) Mm
Ugaona veličina Sunca		0,53° prosečno, minimum 4.07.1888. (afel) maksimum 4.01.1952. (perihel)
Prosečna gustina Sunca	$\rho_{\odot}$	1,4 Mg/m ³
Prosečna ugaljenost Sunca	AU	149 597 870,691(30) km
Starost Sunca	$T_{\odot}$	4,6 Ga
Solarna brzina oko centra galaksije	$v_{\odot g}$	220(20) km/s
Solarna brzina prema pozadini svemira	$v_{\odot b}$	370,6(5) km/s
Gravitacija na površini Sunca	$g_{\odot b}$	274 m/s ²
Najmanji fotosferični pritisak Sunca	$p_{\odot b}$	15 kPa
Udaljenost od centra Mlečnog puta		8,0(5) kpc = 26.1(1,6) kal
Starost Mlečnog puta		13,6 Ga
Veličina Mlečnog puta		oko 10 ²¹ m ili 100 kal
Masa Mlečnog puta		10 ¹² solarne mase, oko 2 · 10 ⁴² kg
Najdalje poznato jato galaksije	SXDF-XCLJ 0218-0510	9,6 · 10 ⁹ al

- Određuje konstantu od prolethne ravnodnevice do prolethne ravnodnevice; koristila se za odrednicu sekunde. (Upamtite: π sekundi je oko nanostoleća.) Vrednost za 1990 je manja za oko 0,7 s što odgovara usporenju od otprilike 0,2 ms/godišnje. (Pazite: Zašto?) (**Izazov 172s**). Postoji empirijski obrazac za promenu dužine godine tokom vremena. (**Ref. 166**).
- Zaista iznenađujuća preciznost za srednje rastojanje Zemlja-Sunce, od samo 30 m, posledica je prosečnog vremena signala kojeg šalje Viking u orbiti i spušten na Mars, a koji su primani u periodu većem os 20 godina. Zapazite da *International Astronomical Union* razlikuje srednje rastojanje Zemlja-Sunce od same **astronomске jedinice**; koja je kasnije određena i tačne dužine. Isto tako svetlosnu godinu je odredio IAU kao tačan broj. Za više detalja, pogledati: www.iau.org/public/measuring.
- Oblik Zemlje je preciznije opisan sa World Geodetic System. Poslednje izdanje datira iz 1984. godine. Za opširnije predstavljanje njene pozadine i detalja, pogledajte veb stranu www.wgs84.com. Godine 2000. International Geodesic Union prečistila je podatke. Poluprečnici i spljoštenost dati ovde su oni uzeti iz “mean tide system”. Oni se razlikuju od onih u “zero tide system” i u ostalim sistemima za 0,7 m. Detalji su dovoljni za posebnu nauku.
- Mereno od centra do centra. Da se nađe precizam položaj Meseca na nebu na određen datum, pogledajte veb stranu www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html. Za položaje planeta pogledajte veb stranu www.fourmilab.ch/solar/solar.html i ostale strane na istom mestu
- Uglovi su određeni na sledeći način: 1° = $\pi/180$ rad, 1' = 1°/60, 1" = 1'/60. Stare mere “third minute” i “fourth minute”, svaki za 1/60 puta manji od predhodnog, nisu više u upotrebi. (“Minut” u originalu znači “vrlo malo”, kao što je zadržano u savremenom engleskom jeziku.)

Izvesne osobine prirode u celini nabrojane su u narednoj tabeli. (Ako želite izazov, možete li da odredite da li je navedena bilo koja osobina samog svemira?) (**Izazov 173s**).

TABELA 14 Kosmološke konstante

Veličina	Simbol	Vrednost
Kosmološka konstanta	Λ	oko $1 \cdot 10^{-52} \text{ m}^{-2}$
Starost svemira ^a	t_0	$4,333(53) \cdot 10^{17} \text{ s} = 13,8(0.1) \cdot 10^9 \text{ a}$
(određena iz prostor-vreme, preko proširenja opšte teorije relativnosti)		
Starost svemira ^a	t_0	preko $3,5(4) \cdot 10^{17} \text{ s} = 11,5(1,5) \cdot 10^9 \text{ a}$
(određena iz materije, preko galaksija i zvezda, korišćenjem kvantne teorije)		
Hablov parametar ^a	H_0	$2,3(2) \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} = 0.73(4) \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$
$= h_0 \cdot 100 \text{ km/sMpc} = h_0 \cdot 1,0227 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$		
Redukovan Hablov parametar ^a	h_0	0,71(4)
Parametar usporavanja ^a	$q_0 = -(\ddot{a}/a)_0/H_0^2$	-0,66(10)
Udaljenost horizonta svemira ^a	$d_0 = 3ct_0$	$40,0(6) \cdot 10^{26} \text{ m} = 13,0(2) \text{ Gpc}$

Topologija svemira ^a		obično do 10^{26} m
Broj dimenzija svemira		3 (do udaljenosti do 10^{26} m)
Kritična gustina	$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$	$h02 \cdot 1,878\ 82(24) \cdot 10^{-26}$ kg/m ³
... svemira		$= 0,95(12) \cdot 10^{-26}$ kg/m ³
Parametar (totalne) gustine ^a	$\Omega_0 = \rho_0/\rho_c$	1,02(2)
Parametar gustine bariona ^a	$\Omega_{B0} = \rho_{B0}/\rho_c$	0,044(4)
Parametar gustine hladne tamne materije ^a	$\Omega_{CDM0} = \rho_{CDM0}/\rho_c$	0,23(4)
Parametar gustine neutrina ^a	$\Omega_{\nu 0} = \rho_{\nu 0}/\rho_c$	0,001 do 0,05
Parametar gustine tamne energije	$\Omega_{X0} = \rho_{X0}/\rho_c$	0,73(4)
Parametar stanja tamne energije	$w = p_X/\rho_X$	-1,0(2)
Masa bariona	m_b	$1,67 \cdot 10^{-27}$ kg
Gustina broja bariona		0,25(1) / m ³
Gustina svetleće materije		$3,8(2) \cdot 10^{-28}$ kg/m ³
Broj zvezda u svemiru	n_s	$10^{22 \pm 1}$
Broj bariona u svemiru	n_b	$10^{81 \pm 1}$
Mikrotalasna temperatura pozadine ^b	T_0	2,725(1) K
Fotona u svemiru	n_γ	10^{89}
Gustina energije fotona	$\rho_\gamma = \pi^2 k^4/15 T_0^4$	$4,6 \cdot 10^{-31}$ kg/m ³
Gustina broja fotona		410,89/cm ³ ili 400/cm ³ ($T_0/2,7$ K ³)
Gustina amplitude perturbacija	$\sqrt{S}$	$5,6(1,5) \cdot 10^{-6}$
Amplituda gravitacijskih talasa	$\sqrt{T}$	$< 0,71 \sqrt{S}$
Fluktuacija mase u 8Mpc	σ_8	0,84(4)
Skalarni indeks	n	0,93(3)
Tekući skalarni indeks	$dn/d \ln k$	-0,03(2)
Plankova dužina	$l_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$1,62 \cdot 10^{-35}$ m
Plankovo vreme	$t_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$5,39 \cdot 10^{-44}$ s
Plankova masa	$m_{Pl} = \sqrt{\hbar c/G}$	21,8 µg
Trenutaka u istoriji ^a	t_0/t_{Pl}	$8,7(2,8) \cdot 10^{60}$
Tačke prostor-vreme	$N_0 = (R_0/l_{Pl})^3$	$10^{244 \pm 1}$
unutar horizonta	(t_0/t_{Pl})	
Masa unutar horizonta	M	$10^{54 \pm 1}$ kg

a. Indeks 0 odnosi se na vrednost na današnji dan.

b. Zračenje potiče iz vremena kada je svemir bio star 380 000 godina i imao temperaturu od oko 3000 K; fluktuacija ΔT_0 koja je dovela do formiranja galaksija danas iznosi oko $16 \pm 4 \mu\text{K} = 6(2) \cdot 10^{-6} T_0$. (**Vol. II, strana 180**)

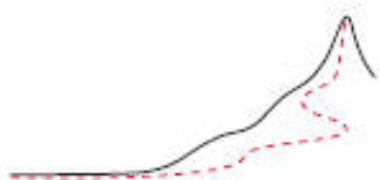
KORISNI BROJEVI (**Ref. 167**)

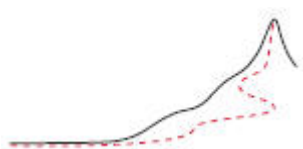
π	3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510(5)
e	2.71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995(9)
γ	0.57721 56649 01532 86060 65120 90082 40243 10421 59335 93992(3)
$\ln 2$	0.69314 71805 59945 30941 72321 21458 17656 80755 00134 36025(5)
$\ln 10$	2.30258 50929 94045 68401 79914 54684 36420 76011 01488 62877(2)
$\sqrt{10}$	3.16227 76601 68379 33199 88935 44432 71853 37195 55139 32521(6)

Ako bi broj π bio normalan, to jest ako se sve cifre i brojčane kombinacije u decimalnoj ekspanziji pojavljuju sa istom učestanošću ograničenja, onda bi se svaki tekst koji je bilo kada napisan ili tek treba da bude napisan, kao i svaka reč koja je bilo kada izgovorena ili tek treba da se izgovori, mogli da nađu

kodirani u njenom redosledu. Svojstvo normalnosti još nije dokazano, iako se sumnja da postoji. Da li to znači da je sva mudrost kodirana u prostom krugu? Ne. Svojstvo nije ništa posebno: ono se takođe odnosi i na broj 0,123456789101112131415161718192021 ... i na mnoge druge. Možete li da navedete nekoliko primere? (**Izazov 174s**).

Uzgred, u grafiku eksponencijalne funkcije e^x , tačka (0, 1) jedina je tačka sa dve racionalne koordinate. Ako zamislite da u plavo obojite sve tačke na ravni sa dve racionalne koordinate, ravan bi izgledala prilično plavkasto. Ipak, grafik prolazi kroz samo jednu od tih tačaka i uspeva da izbegne sve ostale





DODATAK B

BROJEVI I VEKTORSKI PROSTORI

Matematičar je mašina koja pretvara kafu u teoreme

Pal Erdeš (Paul Erdős)¹

Matematički pojmovi mogu da se izraze terminima “skupovi” i “relacije”. U poslednjem poglavlju biće predstavljeni mnogi osnovni pojmovi. Zbog čega je matematika, budući da ima takve proste temelje prerasla u strast mnogih ljudi? Kako mogu skupovi i odnosi (**Vol. III, strana 206**) da postanu centar života neke osobe? Matematički priloži što je moguće jednostavnije i živopisnije predstavljaju više naprednih pojmova za sve one koji žele da razumu i da omirišu strast za matematikom. (**Ref. 168**).

Nažalost, strast prema matematici nije lako da se primeti, pošto kao i drugi profesionalci, matematičari takođe kriju svoje strasti. U matematici se to radi preko formalizma i očiglednim odvajanjem od intuicije. Dobro učenje matematike, međutim, stavlja intuiciju na početak. U ovom dodatku mi treba da upoznamo najjednostavnije **algebarske** strukture. Dodatak u sledećem delu predstaviće će neke više korišćene algebarske strukture, a potom najvažnije **topološke** strukture; treći osnovni tip matematičkih struktura, struktura redova, nije toliko važan u fizici – uz jedan izuzetak: definicija realnih brojeva sadrži strukturu reda.

Matematičari se ne bave samo istraživanjem pojmova, već isto tako i njihovom **klasifikacijom**. Uvek kada se uvodi nov matematički pojam, matematičari se trude da klasifikuju sve moguće slučajeve i vrste. To je postignuto najspektakularnije za razne vrste brojeva, za konačne proste frupe i za mnogo vrsta prostora i složenosti.

BROJEVI KAO MATEMATIČKA STRUKTURA

Osoba koja može da reši $x^2 - 92y^2 = 1$ za manje od godine je matematičar. (**Izazov 175ny**).

Brahmagupta (598. Sindh – 668.) (podrazumeva se: rešenje celim brojevima)

Deca znaju: brojevi su nešto što može da se sabira i množi. Matematičari su razboritiji. Svaki matematički sistem sa istim osnovnim svojstvima kao **prirodni** brojevi naziva se **poluprsten**. Svaki matematički sistem sa istim osnovnim svojstvima kao **celi** brojevi naziva se **prsten**. (Ove pojmove je uveo Dejvid Hilbert. Ove strukture mogu biti takođe konačne a ne beskonačne.) Još preciznije, prsten $(R, +, \cdot)$ je skup R elemenata sa dve binarne operacije koje se nazivaju sabiranje i množenje, obično de pišu kao $+$ i $-$ (ovo poslednje može jednostavnije da se razume, stoga bez očividnog zapisa) za koje važe sledeće osobine za sve elemente $a, b, c \in R$:

- R je komutativna grupa u odnosu na sabiranje, to jest važi:
 $a + b \in R, a + b = b + a, a + 0 = a, a + (-a) = a - a = 0$ kao i: $a + (b + c) = (a + b) + c$;
- R je zatvoren pri množenju, o jest: $ab \in R$;
- Množenje je asocijativno, to jest: $a(bc) = (ab)c$;
- važi distributivnost, to jest: $a(b + c) = ab + ac$, kao i $(b + c)a = ba + ca$.

Neki autori dodaju i aksiom

- postoji jedinično množenje, to jest: $1a = a1 = a$.

¹ Pal Erdeš (Paul Erdős, 1913 Budapest – 1996.Warsaw)

Definisanje osobina kao što su ove, nazivaju se **aksiomi**. Naglašavamo da aksiomi nisu osnovna uverenja, kao što se često navodi ili primenjuje; aksiomi su su osnovne osobine koja se koriste za definiciju pojma: u ovom slučaju prstena. Za poslednji aksiom kaže se da je **jedinični prsten**.

Poluprsten je skup koji zadovoljava sve aksiome iz prstena, osim što se postojanje neutralnih i negativnih elemenata za sabiranje zamenjuje slabijim zahtevom da ako je $a + c = b + c$, tada je $a = b$. Prostije rečeno, poluprsten je skup “bez” negativnih elemenata.

Da bi se uvelo deljenje i definisli racionalni brojevi, potreban nam je drugi pojam. **Polje brojeva** ili **polje K** je prsten sa sledećim svojstvima:

- identitet množenja sa 1, takav da svi elementi a ispunjavaju $1a = a$;
- da je barem jedan element različit od nule; i najvažnije
- da je inverzija (množenja) a^{-1} za svaki element $a \neq 0$.

Za prsten ili polje se kaže da su **komutativni** ako je množenje komutativno. Nekomutativno polje se takođe naziva **iskrivljeno polje**. Polja mogu biti konačna ili beskonačna. (Polje ili prsten okarakterisan je svojim **karakteristikom p** . To je najmanji broj množenja kojem mora da se doda 1 da bi se dobila 0. p je uvek prost broj ili nula.) Sva konačna polja su komutativna. U polju, sve jednakosti tipa $cx = b$ i $xc = b$ (za $c \neq 0$) imaju rešenje za x ; postoji jedinstveno rešenje ako je $b \neq 0$. Da se ukratko sumira fokusiranjem na najvažniju osobinu, polje je skup elemenata za koje je, zajedno sa sabiranjem, oduzimanjem i množenjem, definisano i **deljenje** (elementima koji je različiti od nule). **Racionalni brojevi** su najprostije polje koje obuhvata cele brojeve.

Sistem realnih brojeva je najmanje proširenje racionalnih brojeva koje je kompletirano i potpuno uređeno.¹ Možete li da pokažete da je $\sqrt{2}$ realan ali ne i racionalan broj? (**Izazov 176e**).

U klasičnoj fizici i kvantnoj teoriji uvek se naglašavalo da rezultati merenja jesu i moraju da budu realni brojevi. Međutim, da li su realni brojevi jedini mogući rezultati merenja? Drugim rečima, jesu li svi rezultati merenja samo podskup realnih brojeva? (**Izazov 177s**)

Pojam “broj”, međutim, nije ograničen samo na ove primere. On može da bude uopšten na mnoge načine. (**Ref. 169**). Najprostije uopštavanje se postiže proširenjem realnih brojeva množenjem na više od jedne dimenzije.

KOMPLEKSNI BROJEVI

Kompleksni brojevi su korisan način da se u prirodi opišu u kompaktnom obliku sistemi i situacije koji sadrže **fazu**. Kompleksni brojevi prema tome su korisni da se opišu talasi bilo koje vrste.

Kompleksni brojevi obrazuju dvodimenzionalno množenje. Kompleksni brojevi su definisani u Dekartotvom (kartuzijanskom) obliku kao $z = a + ib$, gde su a i b realni brojevi, a i je nova oznaka, takozvana imaginarna jedinica. Pri množenju rezultati kompleksnih brojeva 1 i i daju

$$\begin{array}{c|cc} \cdot & 1 & i \\ \hline 1 & 1 & i \\ i & i & -1 \end{array} \quad (119)$$

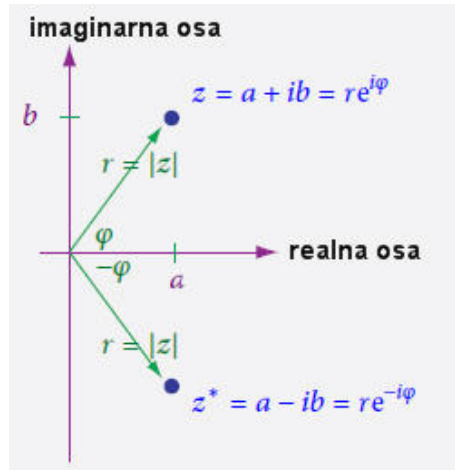
što se često skraćuje kao $i = +\sqrt{-1}$. U kompleksnom broju $z = a + ib$, a se naziva **realni deo**, a b je **imaginarni deo**. To je prikazano na **slici 86**.

¹ Skup je matematički **potpun** ako ga fizičari nazivaju **neprekidnim**. Još preciznije, skup brojeva je potpun ako svaki podskup koji nije prazan i ograničen je sa gornje strane ima najmanje gornju granicu.

Skup je **potpuno uređen** ako postoji binarna operacija $\leq$ između parova elemenata kao za elemente a i b

- ako je $a \leq b$ i $b \leq c$, tada je $a \leq c$,
- ako je $a \leq b$ i $b \leq a$, tada je $a = b$,
- $a \leq b$ ili $b \leq a$ je očuvano

Ukratko, skup je potpuno uređen ako postoji binarna relacija koja dopušta da se kaže za bilo koja dva elementa na nedvosmislen način koji je od njih dva predhodnik, a koji je sledbenik. To je osnovna – a takođe struktura reda koja se koristi u fizici.



Slika 86 Kompleksni brojevi su tačke u dvodimenzionalnoj ravni; kompleksni broj z i njegova konjugacija z^* može da se opišu u Dekartovom obliku ili u polarnom obliku

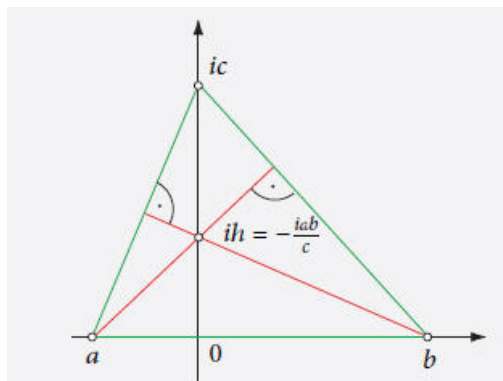
Kompleksno konjugovan broj z^* koji se može napisati i kao $\bar{z}$ kompleksnog broja $z = a + ib$ definisan je kao $z^* = a - ib$. **Apsolutna vrednost** $|z|$ kompleksnog broja definisana je kao $|z| = \sqrt{zz^*} = \sqrt{z^*z} = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Ona definiše normu vektorskog prostora kompleksnih brojeva. Iz $|wz| = |w| \cdot |z|$ sledi **teorema dva kvadrata**

$$(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) = (a_1b_1 - a_2b_2)^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)^2 \quad (120)$$

što važi za sve realne brijewe a_i, b_i . To je bilo već poznato Diofantu iz Aleksandrije u trećem veku naše ere, u njegovoj verziji za cele brojeve.

Kompleksni brojevi mogu takođe da se napišu ka uređeni parovi (a, A) realnih brojeva, uz njihovu definiciju sabiranja kao $(a, A) + (b, B) = (a + b, A + B)$, kao i uz i njihovu deficiiju množenja $(a, A) \cdot (b, B) = (ab - AB, aB + bA)$. Ovakvo zapisivanje omogućava da se odredi kompleksni broj **tačkom** u ravni, ili ako vam se više sviđa **strelom** u ravni. Prevođenjem definicije množenja na jezik geometrije omogućava nam da brzo proverimo neke geometrijske teoreme, kao što je ona na **slici 87**. (**Izazov 178e**).



Slika 87 Svojstva trouglova jednostavno se proveravaju pomoću kompleksnih brojeva.

Kompleksni brojevi $a + ib$ mogu takođe da se predstave kao matrice 2×2

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \quad \text{sa} \quad a, b \in \mathbb{R} \quad (121)$$

Sabiranje i množenje matrica tada odgovara sabiranju i množenju kompleksnih brojeva. Na takav način kompleksni brojevi mogu da se predstave posebnom vrstom realnih matrica. Šta je $|z|$ na jeziku matrica? (**Izazov 179s**).

Skup $\mathbb{C}$ kompleksnih brojeva uz dodatak sabiranja i množenja kako je definisano u tekstu (**strana 181**) formira i komitativno dvodimenzionalno polje i vektorsko polje nad $\mathbb{R}$. U polju kompleksnih brojeva kvadratna jednakost $az^2 + bz + c = 0$ za nepoznatu z uvek ima **dva** rešenja (za $a \neq 0$ i brojne umnoške). (**Izazov 180e**).

Kompleksni brojevi mogu da se koriste za opis tačke u ravi. Obrtanje oko početka može da se opiše množenjem kompleksnog broja jedinične dužine. Ostale dvodimenzionalne veličine mogu takođe da se opišu kompleksnim brojevima da bi se opisale veličine sa fazom, kao što je naizmenična električna struja ili električna polja u prostoru.

Način zapisa kompleksnog broja jedinične dužine kao $\cos\theta + i \sin\theta$ korisan je način za pamćenje obrazaca sabiranja uglova. (**Izazov 181e**). Pošto se ima da je $(\cos\theta + i \sin\theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$, mogu se lako izvesti obrasci kao što su $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ i $\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$. (**Izazov 182e**). Uzgred, jedinični kompleksni brojevi formiraju Lijevu grupu $SO(2) = U(1)$.

Svaki kompleksni broj može da se napiše kao

$$z = r e^{i\varphi} \quad (122)$$

Ovakav polarni oblik pisanja kompleksnih brojeva razlog je njegovog uvođenja na prvo mesto. Ugao φ se naziva faza; realan broj $r = |z|$ naziva se **apsolutna vrednost** ili **moduo** ili **veličina**. Kada se koristi za opis oscilacija ili talasa ima smisla da se r nazove **amplituda**. Kompleksna eksponencijalna funkcija ima periodu $2\pi i$; drugim rečima, imamo

$$e^1 = e^{1+2\pi i} \quad (123)$$

što pokazuje svojstvo koje smo i očekivali od faznog ugla.

Ako se koristi poslednja jednakost dva puta, može se napisati

$$e^1 = e^{1+2\pi} = (e^{1+2\pi})^{1+2\pi} = e^{(1+2\pi)(1+2\pi)} = e^{1-4\pi^2+4\pi i} = e^{1-4\pi^2} \quad (124)$$

Opa, to podrazumeva da je $\pi = 0$! Šta je ovde pogrešno? (**Izazov 183e**).

Kompleksni brojevi mogu takođe da se koriste da bi opisali Euklidovu geometriju u ravni. Obrtanje, pomeranje i druge izometrije, ali isto tako i refleksija, glatke refleksije i merenja lako se opisuju jednostavnim operacijama sa kompleksnim brojevima koji opisuju koordinate tačaka.

Uzgred, postoji tačno toliko kompleksnih brojeva koliko je realnih brojeva. Možete li to da pokažete? (**Izazov 184s**).

Ljubav je kompleksna: ima realni i imaginarni deo

Anonymous

KVATERNIONI

Položaji tačaka na pravoj mogu da se opišu pomoću realnih brojeva. Kompleksni brojevi mogu da se upotrebe da bi se opisali položaji tačaka na ravni. Prirodno je da se pokuša sa uopštavanjem ideje o broju za prostore sa više dimenzija. Međutim, pokazalo se da ne postoji upotrebljiv sistem koji može da definiše prostor od tri dimenzije. Novi sistem brojeva **kvaternioni** može da se konstruiše da odgovara tačkama u prostoru od **četiri** dimenzije, ali samo ako se žrtvuje komutativnost množenja. Ne može da se definiše sistem brojeva da dimenzije različite od 1, 2 i 4

Kvaternione je otkrilo nekoliko matematičara u devetnestom veku, između ostalih i Hamilton,¹ koji ih je proučavao tokom velikog dela života. Ustvari, Maksvelova teorija elektrodinamike bila je izražena pojmovima kvaterniona i pre no što su bili korišćeni trodimenzionalni vektori. (**Ref. 171**).

Pri množenju kvaternioni $\mathbb{H}$ formiraju 4-dimenzionalnu algebru (**Vol. V, strana 271**) u realnim brojevima sa osnovom 1, i, j, k koja zadovoljava

·	1	i	j	k	(125)
1	1	i	j	k	
i	i	-1	k	-j	
j	j	-k	-1	i	
k	k	j	-i	-1	

¹ Vilijam Rouan Hamilton (William Rowan Hamilton, 1805. Dublin – 1865. Dunsink), čudo od deteta i čuveni matematičar dao je naziv kvaternioni prema rečenici iz *Vulgate* (Acts. 12: 4).

Ove relacije se često pišu kao: $i^2 = j^2 = k^2 = 1$, $ij = -ji = k$, $jk = -kj = i$, $ki = -ik = j$. Kvaternioni 1, i, j, k takođe se nazivaju **osnovne jedinice** ili **generatori**. Odsustvo nesimetrije duž dijagonale u tabeli pokazuje nekomutativnost množenja kvaterniona. Sa kvaternionima se prvi put pred matematičarima pojavio nekomutativni proizvod. Međutim, množenje kvaterniona je asocijativno. Kao posledica nekomunikativnosti, polinomske jednakosti u kvaternionima imaju mnogo više rešenja nego li u kompleksnim brojevima: potražite samo rešenje jednкости $X^2 + 1 = 0$ da biste se uverili u to. (**Izazov 185s**).

Svaki kvaternion može da se napiše u obliku

$$X = x_0 + x_1 i + x_2 j + x_3 k = x_0 + \mathbf{v} = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (x_0, \mathbf{v}) \quad (126)$$

pri čemu se x_0 naziva deo **skalara**, a $\mathbf{v}$ deo **vektora**. Množenje je prema tome definisano kao $(x, \mathbf{v}) \cdot (y, \mathbf{w}) = (xy - \mathbf{v} \cdot \mathbf{w}, x\mathbf{w} + y\mathbf{v} + \mathbf{v} \times \mathbf{w})$. Množenje dva opšta kvaterniona može da se napiše kao

$$(a_1, b_1, c_1, d_1)(a_2, b_2, c_2, d_2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2 - c_1 c_2 - d_1 d_2, a_1 b_2 + b_1 a_2 + c_1 d_2 - d_1 c_2, \\ a_1 c_2 - b_1 d_2 + c_1 a_2 + d_1 b_2, a_1 d_2 + b_1 c_2 - c_1 b_2 + d_1 a_2) \quad (127)$$

Konjugovani kvaternion $\bar{X}$ definisan je kao $\bar{X} = x_0 - \mathbf{v}$, tako da je $\bar{X} \bar{Y} = \bar{Y} \bar{X}$. Norma kvaterniona X , definisana je prema tome kao $|X|^2 = X \bar{X} = \bar{X} X = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = x_0^2 + \mathbf{v}^2$. Norma je multiplikativna, to jest $|XY| = |X| |Y|$

Za razliku od kompleksnih brojeva svaki kvaternion se odnosi prema svojoj konjugovanoj vrednosti kao

$$\bar{X} = \frac{1}{2}(X + iXi + jXj + kXk) \quad (128)$$

Relacije ove vrste ne postoje za kompleksne brojeve. Na jeziku fizike, kompleksni brojevi i njihove konjugacije nezavisne su promenljive; kod kvaterniona to nije slučaj. Kao rezultat toga, funkcije sa kvaternionima manje se koriste u fizici od funkcija sa kompleksnim promenljivima.

Relacija $|XY| = |X| |Y|$ podrazumeva **četvoro-kvadratnu teoremu**:

$$(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + b_4^2) = \\ = (a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 - a_4 b_4)^2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_4 - a_4 b_3)^2 + \\ + (a_1 b_3 + a_3 b_1 + a_4 b_2 - a_2 b_4)^2 + (a_1 b_4 + a_4 b_1 + a_2 b_3 - a_3 b_2)^2 \quad (129)$$

koja važi za sve realne brojeve a_i i b_i , pa stoga i za svaki skup od 8 celih brojeva. Njih je otkrio 1748. godine Leonard Ojler (Leonhard Euler, 1707. – 1783.) kada je pokušavao da dokaže da je svaki ceo broj zbir četiri kvadrata. (Ovu poslednju činjenicu dokazao je 1770. godine Žozef Lagranž (Joseph Lagrange).)

Hamilton je smatrao da se kvaternion sa nultim skalarnim delom, koji je jednostavno nazvao **vektor** (pojam koji je on izmislio), mogao identifikovati sa običnim trodimenzionalnim vektorom prevođenja; ali nije bio u pravu. Takav kvaternion se u današnje vreme naziva **čist**, ili **homogen**, ili **imaginran** kvaternion. Proizvod dva čista kvaterniona $V = (0, \mathbf{v})$ i $W = (0, \mathbf{w})$ dat je kao $VW = (-\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}, \mathbf{v} \times \mathbf{w})$, pri čemu znak $\cdot$ označava skalarni, a znak $\times$ vektorski proizvod. Treba zapaziti da se svaki kvaternion može napisati kao odnos dva čista kvaterniona.

U stvarnosti se čist kvaternion $(0, \mathbf{v})$ ne ponaša kao vektor prevođenja pri transformaciji koordinata; činjenica je da čist kvaternion predstavlja obrtanje za ugao π ili 180° oko ose koja je određena smerom vektora $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ (**Izazov 186ny**). Pokazalo se da u prostoru sa tri dimenzije opšte obrtanje oko početka može da se opiše **jediničnim** kvaternionom Q , koji se takođe naziva **normirani** kvaternion, koji je $|Q| = 1$. Takav kvaternion može da se napiše kao $(\cos\theta/2, \mathbf{n} \cdot \sin\theta/2)$, gde je $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ normirani vektor koji opisuje smer ose obrtanja, a θ određuje ugao obrtanja. Takav jedinični kvaternion $Q = (\cos\theta/2, \mathbf{n} \cdot \sin\theta/2)$ obrće čist kvaternion $V = (0, \mathbf{v})$ u drugi čist kvaternion $W = (0, \mathbf{w})$ prema

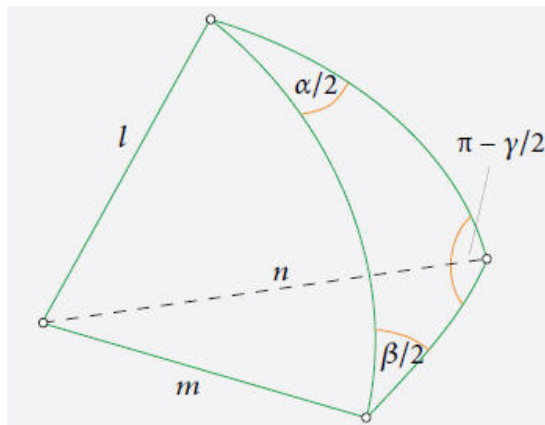
$$W = QWQ^* \quad (130)$$

Prema tome, ako koristimo čiste kvaternione kakvi su V ili W da bismo opisali položaj, možemo da koristimo jedinične kvaternione da bismo opisali obrtanje i da bismo izračunali promenu kordinata. Povezivanje dva obrtanja je tada predstavljeno proizvodom dva odgovarajuća jedinična kvaterniona.

Zaista, obrtanje za ugao α oko ose l praćeno obrtanjem za ugao β oko ose m , daje obrtanje za ugao γ oko ose n , uz vrednosti koje su određene sa

$$\left(\cos \frac{\gamma}{2}, \sin \frac{\gamma}{2n} \right) = \left(\cos \frac{\beta}{2}, \sin \frac{\beta}{2m} \right) \left(\cos \frac{\alpha}{2}, \sin \frac{\alpha}{2l} \right) \quad (131)$$

Jedan od načina da se ovaj rezultat prikaže grafički dat je na **slici 88**, Crtanjem trougla na jediničnoj lopti, i vodeći računa o činiocu 1/2 kod uglova, kombinacija dva obrtanja jednostavno se određuje.



Slika 88 Kombinacija dva obrtanja

Predstavljanje kvaterniona kao obrtanja takođe je prikazano, ali na malo drugačiji način, u kretanju svake ruke. (**Ref. 172**). Da biste to sagledali uzmite zeleni marker i napišite slova 1, i , j i k na vašu ruku kao što je prikazano na **slici 89**. Određivanje tri moguća ose obrtanja za 180° kao što je prikazano na slici i uzimajući povezanost kao množenje. Kretanje desne ruke prati iste “zakone” kao što su za čiste kvaternione. (**Izazov 187e**). (Potrebno je praviti razliku $+i$ i $-i$, a isto tako i za ostale jedinice, prema smislu obrtanja ruke. A rezultat množenja je ono slovo koje može da pročita osoba koja stoji ispred vas.) (**Izazov 188s**). Možete pokazati da je $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, da je $i^4 = 1$ i da potvrdite sve ostale relacije kvaterniona. Model takođe pokazuje da je ugao obrtanja ruke polovina ugla obrtanja odgovarajućeg kvaterniona. Drugim rečima, kvaternioni se mogu koristiti za opis trika sa opasčem (**strana 103**) ako se uzme da množenje VW dva kvaterniona znači da je obrtanje V izvedeno **posle** obrtanja W. Kvaternioni, kao i ljudske ruke, ponašaju se kao čestice sa spinom 1/2. Kvaternioni i spinori su istovetni.

Razlog za ponašanje obrtanja sa polovinom ugla može da se odredi tačnije ako se koristi jezik matematike. Obrtanje u tri dimenzije oko tačke obrazuje “posebnu ortogonalnu grupu” u tri dimenzije, koja se naziva $SO(3)$. Ali kretanje šake pričvršćene za rame preko ruke obrazuje različitu grupu, istovetnu sa Lijevom grupom $SU(2)$. (**Vol. V, strana 279**). Razlika nastaje usled pojave polovine ugla u parametrizaciji obrtanja; ustvari, gornja parametrizacija podrazumeva da obrtanje za 2π odgovara množenju sa -1 . Tek u dvadesetom veku shvatilo se da postoji temeljno fizičko posmatranje koje se ponaša kao šake vezane za ruke: ono je nazvano **spinor**. (**Strana 103**). Više o spinorima može se naći u odeljku o permutaciji simetrije, u kojem se opasči koriste kao analogija, slično kao ruke, Ukratko, grupa $SU(2)$ sačinjena od jediničnih kvaterniona je **dvostruki pokrivač** grupe rotacije $SO(3)$. (**Ref. 173**).

Jednostavan prikaz obrtanja i položaja pomoću kvaterniona je iskorišćen u programima računara i u robotici, u astronomiji i u simulacijama letenja. U softveru se koriste za stvaranje trodimenzionalnih slika i pokreta, softveru vizualizacije, kvaternioni se često koriste za izračunavanje putanje koju ima uzastopno ponavljan reflektovan zrak svetlosti i stoga daje površini realistički prikaz.

Algebra kvaterniona je samo asocijativna nekomutativna normirana algebra konačnog broja dimenzija sa identitetom nad poljem realnih brojeva. Kvaternioni oblikuju nekomutativno polje, to jest iskošeno polje, u kojem je kvaternionu X inverzan kvaternion $\bar{X}/|X|$. Možemo prema tome da definišemo deljenje kvaterniona (pri čemu treba biti pažljiv pri razlikovanju XY^{-1} i $Y^{-1}X$). Prema tome, kaže se da kvaternioni formiraju **algebru deljenja**. Zapravo, kvaternioni $\mathbb{H}$, kompleksni brojevi $\mathbb{C}$ i realni brojevi $\mathbb{R}$ su jedine tri konačne dimenzionalne asocijativne algebre deljenja. Drugim rečima, koso polje kvaterniona je jedina konačna dimenzionalna realna asocijativna nekomutativna algebra bez deljenja nulom. **Centar** kvaterniona, to jest skup kvaterniona koji se menjaju sa svim ostalim kvaternionima, je samo skup realnih brojeva.

Kvaternioni mogu da se predstave kao matrica u obliku

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B^* & A^* \end{pmatrix} \text{ sa } A, B \in \mathbb{C} \text{ pa prema tome: } A = a + ib, B = c + id \quad (132)$$

ili na drugi način

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix} \text{ sa } a, b, c, d \in \mathbb{R} \quad (133)$$

gde je kvaternion X tada dat kao $X = A + Bj = a + ib + jc + kd$. Sabiranje i množenje matrice tada odgovara kvadrioničkom sabiranu i množenju.

Generatori kvaterniona mogu da se realizuju kao

$$1: \sigma_0, \quad i: -i\sigma_1, \quad j: -i\sigma_2, \quad k: -i\sigma_3 \quad (134)$$

gde su σ_n Paulijeve matrice spina.¹

Realna 4×4 predstavljanja nisu jedinstvena, kao što pokazuje alternativno predstavljanje

$$\begin{pmatrix} a & b & -d & -c \\ -b & a & -c & d \\ d & c & a & b \\ c & -d & -b & a \end{pmatrix} \quad (136)$$

Nije moguće predstavljanje kvaterniona matricama 3×3 . (**Izazov 189ny**).

Ove matrice sadrže realne i kompleksne elemente, koji ne predstavljaju posebne probleme. Nasuprot tome, kada se prave matrice sa kvaternionskim elementima mora da se obrati pažnja, pošto kvaternionsko množenje nije komutativno tako da proste relacije kao što je $\text{tr}AB = \text{tr}BA$ ne važe generalno.

Šta možemo da naučimo iz kvaterniona o opisu prirode? Pre svega, vidimo da su binarna obrtanja slična položajima, a time i pomeranjima: svi su predstavljeni sa 3-vektorima. Da li je moguće da su pomeranja samo “senke” obrtanja? Veza između pomeranja i obrtanja istražuje se u poslednjem delu uspona na planinu. (**Vol. VI, strana 135**).

Kada je Maksvel zapisivao svoje jednakosti elektrodinamike, on je koristio kvaternionski zapis. (**Vol. III, strana 61**). (Zapisivanje pomoću 3-vektora koje se danas koristi uveli su kasnije Herc i Hevisajd.) Jednakosti se mogu pisati na različite načine korišćenjem kvaterniona. Najjednostavniji se postiže kada se zadrži razlikovanje između $\sqrt{-1}$ i jedinica kvaterniona i, j, k . (**Ref. 171**) Tada može da se napiše sve iz elektrodinamike u jednoj jednakosti (**Izazov 190s**)

$$dF = -\frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (137)$$

gde je F uopšteno elektromagnetno polje, a Q uopšten električni naboj. Oni su definisani preko

¹ **Paulijeve matrice spina** su kompleksne ermitske matrice

$$\sigma_0 = 1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (135)$$

sve čije su sostvene vrednosti ± 1 ; one zadovoljavaju relacije $[\sigma_i, \sigma_k]_+ = 2\delta_{ik}$ i $[\sigma_i, \sigma_k]_- = 2i\varepsilon_{ikl}\sigma_l$. Linearne kombinacije $\sigma_{\pm} = 1/2(\sigma_1 \pm \sigma_2)$ takođe se često koriste. Uzgred, drugo moguće predstavljanje kvaterniona je $i: i\sigma_3, j: i\sigma_2, k: i\sigma_1$

$$\begin{aligned}
F &= E + \sqrt{-1} cB \\
E &= iE_x + jE_y + kE_z \\
B &= iB_x + jB_y + kB_z \\
d &= \delta + \sqrt{-1} \partial_t / c \\
\delta &= i\partial_x + j\partial_y + k\partial_z \\
Q &= \rho + \sqrt{-1} J/c
\end{aligned} \tag{138}$$

pr čemu polja E i B kao i distribucija naboja ρ i J imaju uobičajena značenja. Sadržaj jednakosti (137) za elektromagnetno polje je u potpunosti iti kao uobičajena formulacija.

Uprkos njihovom šarmu i njihovoj četvorodimenzionalnosti, kvaternioni izgleda da nisu korisni za reformu specijalne teorije relativnosti; glavni razlog za ovo je znak u izrazu za njihovu normu. Prema tome, relativnost i prostor-vreme obično su opisani upotrebom realnih brojeva. Pa čak i kada bi kvaternioni bili od koristi, oni nebi dali poseban doprinos u fizici ili u prirodi.

OKTONIONI

Na isti način kao što su kvaternioni konstruisani od kompleksnih brojeva, **oktonioni** mogu da se konstuišu iz kvaterniona. Njih je prvi istraživao Artur Kejli (Arthur Cayley, 1821. – 1895.) **Oktonioni** (ili **oktave**) su elementi osmodimenzionalne algebre realnih brojeva sa generatorima $1 \dots i_n$ sa $n = 1 \dots 7$ koji zadovoljavaju

$\cdot$	1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
1	1	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
i_1	i_1	-1	i_3	$-i_2$	i_5	$-i_4$	i_7	$-i_6$
i_2	i_2	$-i_3$	-1	i_1	$-i_6$	i_7	i_4	$-i_5$
i_3	i_3	i_2	$-i_1$	-1	i_7	i_6	$-i_5$	$-i_4$
i_4	i_4	$-i_5$	i_6	$-i_7$	-1	i_1	$-i_2$	i_3
i_5	i_5	i_4	$-i_7$	$-i_6$	$-i_1$	-1	i_3	i_2
i_6	i_6	$-i_7$	$-i_4$	i_5	i_2	$-i_3$	-1	i_1
i_7	i_7	i_6	i_5	i_4	$-i_3$	$-i_2$	$-i_1$	-1

(139)

Ustvari, moguće je takođe još 479 drugih, istih takvih tabela množenja. Ova algebra se naziva **Kejlijeva algebra**; ona ima identitet i jedinstveno deljenje. Algebra je nekomutativna i neasocijativna. Međutim, ona je alternativna, što znači da se za sve elemente x i y ima $x(xy) = x^2y$ i $(xy)y = xy^2$: svojstvo koje je malo slabije od asocijativnosti. Ona je samo 8-dimenzionalna realna alternativna algebra bez delitelja jednakog nuli. Pošto ona nije asocijativna, skup $\mathbb{O}$ svih oktoniona ne formira polje, pa čak ni prsten, tako da je napušteno staro označavanje kao “Kejlijevi brojevi”. Oktonioni su najopštiji hiperkompleksni “brojevi” čija je norma multiplikativna. Njeni generatori se pridržavaju $(i_n i_m) i_l = \pm i_n (i_m i_l)$, gde znak minus, koji pokazuje neasocijativnost, važi za kombinacije indeksa koji nisu kvaternionski, kao što su 1-2-4. Oktonioni mogu da se predstave kao matrica u obliku:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B & \bar{A} \end{pmatrix} \quad \text{gde su} \quad A, B \in \mathbb{H}, \quad \text{ili kao realne } 8 \times 8 \text{ matrice} \tag{140}$$

Množenje matrica tada daje isti rezultat kao oktonionsko množenje.

Relacija $|wz| = |w| \cdot |z|$ omogućava da se izvede impresivna **teorema osam kvadrata**

$$\begin{aligned}
&(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 + a_6^2 + a_7^2 + a_8^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + b_4^2 + b_5^2 + b_6^2 + b_7^2 + b_8^2) = \\
&= (a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 - a_4 b_4 - a_5 b_5 - a_6 b_6 - a_7 b_7 - a_8 b_8)^2 + \\
&+ (a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_4 - a_4 b_3 + a_5 b_6 - a_6 b_5 + a_7 b_8 - a_8 b_7)^2 + \\
&+ (a_1 b_3 - a_2 b_4 + a_3 b_1 + a_4 b_2 - a_5 b_7 + a_6 b_8 + a_7 b_5 - a_8 b_6)^2 + \\
&+ (a_1 b_4 + a_2 b_3 - a_3 b_2 + a_4 b_1 + a_5 b_8 + a_6 b_7 - a_7 b_6 - a_8 b_5)^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (a_1b_5 - a_2b_6 + a_3b_7 - a_4b_8 + a_5b_1 + a_6b_2 - a_7b_3 + a_8b_4)^2 + \\
& + (a_1b_6 + a_2b_5 - a_3b_8 - a_4b_7 - a_5b_2 + a_6b_1 + a_7b_4 + a_8b_3)^2 + \\
& + (a_1b_7 - a_2b_8 - a_3b_5 + a_4b_6 + a_5b_3 - a_6b_4 + a_7b_1 + a_8b_2)^2 + \\
& + (a_1b_8 + a_2b_7 + a_3b_6 + a_4b_5 - a_5b_4 - a_6b_3 - a_7b_2 + a_8b_1)^2
\end{aligned} \tag{141}$$

koja važi za sve realne brojeve a_i i b_i pa stoga posebno takođe i za sve cele brojeve. (Postoji mnogo varijanti ovog izraza, sa svim mogućim različitim kombinacijama znakova.) Teoremu je otkrio 1818. godine Karl Ferdinand Degen (Carl Ferdinand Degen, 1766. – 1825.) a potom su je ponovo otkrili Džon Grejvz (John Graves) 1844. godine i i Artur Kejli (Arthur Cayley) 1845. godine. Ne postoji uopštavanje za veći broj kvadrata, činjenica koju je dokazao 1898. godine Adolf Hurvic (Adolf Hurwitz, 1859. – 1919.)

Oktonioni mogu da se koriste da bi se pokazalo da vektorski proizvod može da se definiše u više od tri dimenzije. Vektorski proizvod ili unakrsni proizvod je operacija sa $\times$ i koja zadovoljava

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} \times \mathbf{v} &= -\mathbf{v} \times \mathbf{u} && \text{antikomutativno} \\
(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \mathbf{w} &= \mathbf{u}(\mathbf{v} \times \mathbf{w}) && \text{pravilo promene}
\end{aligned} \tag{142}$$

Koristeći definiciju

$$X \times Y = \frac{1}{2}(XY - YX) \tag{143}$$

vektorski proizvodi imaginarnih kvaterniona, to jest kvaterniona tipa $(0, \mathbf{u})$, isto tako su imaginarni i odgovaraju uobičajenom, trodimenzionalnom vektorskom proizvodu, te stoga ispunjavaju zahtev iz relacije (142). Zanimljivo, ali moguće je isto tako da se koristi relacija (143) i za oktonione. (Ref. 169). U takvom slučaju proizvod imaginarnih oktoniona takođe je imaginaran, a relacija (142) opet je zadovoljena. (Izazov 191e). Ustvari, ovo je jedini drugi nesvakidašnji primer vektorskog proizvoda.

Ukratko: **vektorski proizvod postoji samo u tri i u sedam dimenzija**. Mnogi naučnici su pretpostavljali da je ova relacija povezana sa mogućih deset dimenzija prirode; međutim, njihove pretpostavke nisu se susrele sa bilo kojim uspehom.

Simetrije sila u prirodi dovode do dobro poznatog pitanja. Jedinичni kompleksni brojevi formiraju Lijevu grupu $U(1)$, a jedinичni kvaternioni Lijevu grupu $SU(2)$. Da li jedinичni oktonioni formiraju Lijevu grupu $SU(3)$? (Izazov 192s).

OSTALE VRSTE BROJEVA

Proces konstruisanja novih sistema hiperkompleksnih “brojeva” ili realnih algebri “udvostručavanjem” postojećih može da se produži do beskrajsnosti. Međutim, oktonioni, **sedenioni** i sva ostala udvostručavanja nisu niti prstenovi niti polja, već samo neasocijativne algebre sa jedinicama. Ostale algebre konačnog broja dimenzija sa jedinичnim elementima nad realnim brojevima, nekada nazivani hiper-kompleksni “brojevi”, takođe mogu da se definišu: one sadrže takozvane “dvojne brojeve”, dvostruke brojeve”, “Kliford-Lifšicove (Clifford-Lifshitz) brojeve” itd. One nemaju nikakvu primenu u fizici.

Matematičari su takođe definisali polja brojeva koja sadrže “jednu i još malo” dimenzija, takve kao algebarska polja brojeva, Postoji takođe i uopštavanje pojma celih brojeva u kompleksno područje: **Gausovi celi brojevi**, definisani sa $n + im$, gde su n i m obični celi brojevi. (Ref. 174). Gaus je takođe definisao ono što je danas poznato kao **Gausovi prosti brojevi**. (Možete li da odredite kako?) (Izazov 193s). Oni se ne koriste u opisu ptirode, ali su važni u teoriji brojeva, istraživanju svojstava celih brojeva.

Fizičari obično nazivaju operatore u kvantnoj mehanici “q-brojevi”. Ali je ovaj pojam ispao iz mode u današnje vreme.

Drugi način na koji prirodni brojevi mogu da se prošire je da se uključe brojevi veći od beskonačnih. (Ref. 175). Najvažnije takve klase **transkonačnih brojeva** su **ordinali**, **kardinali** i **surreali**. (Vol III, strana 212). Ordinali su u suštini proširenje celih brojeva iza beskonačnosti, dok su surreali neprekinuto proširenje realnih brojeva, takođe iza beskonačnosti. Slobodno rečeno, među transkonačnim brojevima, ordinali imaju sličnu ulogu koju imaju celi brojevi u realnim brojevima; surreali popunjavaju sve praznine između ordinala, kao što to čine realni brojevi za cele brojeve. Interesantno je da mnogi redovi koji divergiraju u realnim brojevima u surrealima konverguju. Možete li da nađete jedan primer? (Izazov 194ny).

Surreali uključuju beskonačno male brojeve, kao što čine brojevi **nestandardnih analiza**, koji se takođe nazivaju **hiperrealni brojevi**. (Ref. 169). U oba sistema brojeva, suprotno od realnih brojeva brojevi 1 i 0,999999... (pri čemu se podrazumeva beskonačan, ali hiperkonačan niz devetki) se ne podudaraju, već su razdvojeni sa beskonačno mnogo drugih brojeva. Mi smo surreale istraživali ranije. (Vol III, strana 212). Nestandardni brojevi mogu da se koriste radi definisanja infinitezimala koje se upotrebljavaju pri integriranju i diferenciranju, čak i na nivou srednjih škola. (Ref. 170).

OD VEKTORSKIH PROSTORA DO HILBERTOVIH PROSTORA

Vektorski prostor, takođe se nazivaju i **linearni prostori**, matematička su uopštavanja izvesnih vidova intuitivnog trodimenzionalnog prostora. Skup elemenata od kojih svaka dva mogu da se sabiraju i od kojih svaka dva mogu da se pomnože brojem naziva se vektorski prostor, ako se rezultat ponovo element skupa i ako ostaju da važe uobičajena pravila računanja.

Još preciznije rečeno, **vektorski prostor** nad brojnim poljem K je skup elemenata, pod imenom **vektori** za koje je definisano sabiranje vektora i **skalarno množenje**, kao što je za sve vektore a, b, c i za brojeve s i r iz skupa K ima se

$$\begin{aligned} (a+b)+c &= a+(b+c) = a+b+c && \text{asocijativnost zbira vektora} \\ n+a &= a && \text{postojanje nultog vektora} \\ (-a)+a &= 0 && \text{postojanje negativnog vektora} \\ 1a &= a && \text{pravilnost skalarnog proizvoda} \\ (s+r)(a+b) &= sa+sb+ra+rb && \text{potpuna distributivnost skalarnog proizvoda} \end{aligned} \quad (144)$$

Ako je polje K , čiji se elementi u ovom kontekstu nazivaju **skalari**, predstavljeno realnim (ili kompleksnim ili kvaternionskim) brojevima, reč je o realnom (kompleksnom ili kvaternionskom) vektorskom prostoru. Vektorski prostori se nazivaju takođe **linearni vektorski prostori** ili jednostavno **linearni prostori**.

Kompleksni brojevi, skup svih realnih funkcija definisanih na realnoj liniji, skup svih polinoma, skup matrica sa datim brojevima u redovima i kolonama, svi oni oblikuju vektorske prostore. U matematici je zato vektor mnogo opštiji pojam nego li u fizici. (Koji je što je moguće jednostavniji matematički vektorski prostor?) (Izazov 195s).

U fizici je pojam “vektor” rezervisan za elemente više posebne vrste vektorskog prostora, naime normiranim unutrašnjim vektorskim prostorima. Da bi se ona definisala, potreban nam je najpre pojam metričkog prostora.

Metrički prostor je skup sa metrikama, to jest načinom da se odrede rastojanja između elemenata. Realna funkcija $d(a, b)$ između elemenata naziva se metrika ako je

$$\begin{aligned} d(a, b) &\geq 0 && \text{pozitivnost metrike} \\ d(a, b) + d(b, c) &\geq d(a, c) && \text{nejednakost trougla} \\ d(a, b) &= 0, \text{ ako i samo ako je } a = b && \text{pravilnost metrike} \end{aligned} \quad (145)$$

Nesvakidašnji primeri su sledeći. Određujemo posebno rastojanje između gradova. Ako oba grada leže na liniji koja prolazi kroz Pariz, koristićemo uobičajena rastojanja. U svim ostalim slučajevima određujemo rastojanje d kao najkraće rastojanje od jednog do drugog putujući preko Pariza. (Izazov 196s). Ova čudna metoda određuje metriku između svih gradova u Francuskoj, takozvano **Francusko železničko rastojanje**.

Normiran vektorski prostor je linearan prostor sa normom, ili “dužinom” koja je pridružena svakom vektoru. Norma je nenegativan broj $\|a\|$ definisan za svaki vektor a sa svojstvima

$$\begin{aligned} \|ra\| &= |r| \|a\| && \text{linearnost norme} \\ \|a+b\| &\leq \|a\| + \|b\| && \text{nejednakost trougla} \\ \|a\| &= 0, \text{ ako i samo ako je } a = 0 && \text{pravilnost} \end{aligned} \quad (146)$$

Obično postoji mnogo načina da se odredi norma za dati vektorski prostor. (Izazov 197ny). Treba zapaziti da se norma uvek može koristiti za određivanje metrike ako se postavi

$$d(a, b) = \|a - b\| \quad (147)$$

tako da su svi normirani prostori takođe i metrički prostori. To je definicija **prirodnog** rastojanja (nasuprot onima neprirodnim kao što je pomenuto rastojanje gradova u Francuskoj).

Norma je često definisana pomoću skalarnog proizvoda. Ustvari, najposebnija klasa linearnih prostora su prostori skalarnog proizvoda. To su vektorski prostori sa **skalarnim proizvodom**, često nazivanim i kao **unutrašnji proizvod** (ne sme se mešati sa množenjem skalara!) koji pridružuju broj svakom paru vektora. Prostor skalarnog proizvoda nad skupom realnih brojeva $\mathbb{R}$ zadovoljava

$$\begin{aligned}
 a \cdot b &= b \cdot a && \text{komutativnost skalarnog proizvoda} \\
 (ra) \cdot (sb) &= rs(a \cdot b) && \text{dvolinearnost skalarnog proizvoda} \\
 (a+b) \cdot c &= a \cdot c + b \cdot c && \text{leva distributivnost skalarnog proizvoda} \\
 a \cdot (b+c) &= a \cdot b + a \cdot c && \text{desna distributivnost skalarnog proizvoda} \\
 a \cdot a &\geq 0 && \text{pozitivnost skalarnog proizvoda} \\
 a \cdot a = 0, &\text{ ako i samo ako je } a = 0 && \text{pravilnost skalarnog proizvoda}
 \end{aligned} \tag{148}$$

za sve vektore a, b, c i sve skalare r, s . Realni prostor skalarnog proizvoda konačne dimenzije naziva se i Euklidov vektorski prostor. Skup svih brzina, skup svih položaja ili skup svih mogućih količina kretanja formiraju takve prostore.

Skup skalarnog proizvoda nad skupom kompleksnih brojeva $\mathbb{C}$ zadovoljava¹

$$\begin{aligned}
 a \cdot b &= \overline{b \cdot a} = \overline{b} \cdot \overline{a} && \text{Ermitsko svojstvo} \\
 (ra) \cdot (sb) &= r\overline{s}(a \cdot b) \\
 (ra) \cdot (sb) &= \overline{rs}(a \cdot b) \\
 e^A e^B &= \exp\left(A + B + \frac{1}{2}[A, B] + \frac{1}{12}[[A, B], B] - \frac{1}{12}[[A, B], A] - \right. && \text{seskvilinearnost skalarnog proizvoda} \\
 &\quad \left. - \frac{1}{48}[B, [A, [A, B]]] - \frac{1}{48}[A, [B, [A, B]]] + \dots \right) \\
 (a+b) \cdot c &= a \cdot c + b \cdot c && \text{leva distributivnost skalarnog proizvoda} \\
 a \cdot (b+c) &= a \cdot b + a \cdot c && \text{desna distributivnost skalarnog proizvoda} \\
 a \cdot a &\geq 0 && \text{pozitivnost skalarnog proizvoda} \\
 a \cdot a = 0, &\text{ ako i samo ako je } a = 0 && \text{pravilnost skalarnog proizvoda}
 \end{aligned} \tag{149}$$

za sve vektor a, b, c i sve skalare r, s . Kompleksni prostor skalarnog proizvoda (konačne dimenzije) naziva se **unitaran** ili **ermitski** vektorski prostor. Ako je prostor skalarnog proizvoda potpun, posebno za kompleksni slučaj sa beskonačno dimenzijom, on se naziva **Hilbertov prostor**. (**Strana 173**). Prostor svih mogućih stanja kvantnog sistema obrazuje Hilbertov prostor.

Svi prostori skalarnog proizvoda su takođe metrički prostori, ako je metrika definisana kao

$$d(a, b) = \sqrt{(a-b) \cdot (a-b)} \tag{150}$$

Samo u smislu prostora skalarnog proizvoda možemo da govorimo o uglovima (ili razlikama faza) između vektora, onako kako to koristimo u fizici. Naravno, slično kao u normiranim prostorima, prostori skalarnih proizvoda dopuštaju da se govori o dužini vektora i da se definiše **baza**, matematički pojam koji ne neophodan da bi se odredio koordinatni sistem. Koji su vektorski prostori ili prostori skalarnog proizvoda važni u fizici? (**Izazov 198s**).

Dimenzija vektorskog prostora je broj linearnosti nezavisnih baznih vektora. Možete li da definišete ove pojmove precizno? (**Izazov 199s**).

Hilbertov prostor je realan ili kompleksni prostor skalarnog proizvoda koji takođe upotpunjuje metrički prostor. Drugačije rečeno u Hilbertovom prostoru rastojanja se neprekidno menjaju i ponašaju se kako je naivno i očekivano. Hilbertovi prostori imaju obično, ali ne i uvek, beskonačan broj dimenzija.

¹ Postoje dva neekvivalentna oblika aksioma seskvilinearnosti. Drugi je $(ra) \cdot (sb) = \overline{rs}(a \cdot b)$. Pojam seskvilinearan izveden je iz latinskog *sesquilinear* i znači **jedna i po linearnost**

Definicija Hilbertovih prostora i vektorskih prostora pretpostavlja neprekidne skupove za početak. Ako priroda nebi bila neprekidna, da li bi se mogli ipak koristiti ovi pojmovi? (**Izazov 200s**).

MATEMATIČKE ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI

Matematika daje mnogo rezultata suprotnih intuiciji. Čitanje dobre knjige o ovoj temi, kao što je *Theorems and Counterexamples in Mathematics* od Bernard R. Gelbaum & John M. H. Olmsted, , Springer, 1993, može vam pomoći da izoštrite mozak i da još više uživate u lepoti matematike

* * *

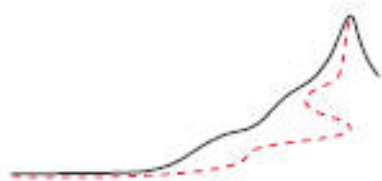
Moguće je nacrtati krivu koja prolazi kroz sve tačke u kvadratu ili u kocki. To je pokazano, na primer, u tekstu Hans Sagana, *Space Filling Curves*, Springer Verlag, 1994. Kao rezultat, razlikovanje između jedne, dve i tri dimenzije zamagljene su u čistoj matematici. Međutim, u fizici su dimenzije jasno i dobro definisane; svaki objekt u u prirodi ima tri dimenzije. (**Izazov 201e**).

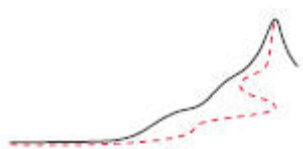
* * *

Pokazati da se dva operatora A i B pridržavaju (**Izazov 202ny**)

$$e^A e^B = \exp \left(A + B + \frac{1}{2}[A, B] + \frac{1}{12}[[A, B], B] - \frac{1}{12}[[A, B], A] - \right. \\ \left. - \frac{1}{48}[B, [A, [A, B]]] - \frac{1}{48}[A, [B, [A, B]]] + \dots \right) \quad (151)$$

za većinu operatora A i B . Ovaj rezultat se naziva **Bejker-Kepmbel-Hausdorf** (Baker–Campbell–Hausdorff) **obrazac** ili **BCH obrazac**.





IZAZOVI, SAVETI I REŠENJA

Nikada ne radi proračun pre no što znaš odgovor.

moto Džona Vilera (JohnWheeler)

Džon Viler je zatražio od ljudi da procene, da pokušaju i da pogode, ali da ne izgovore to naglas. Tačno pogađanje pojačava psihički instikt, dok pogrešno dovodi do zadovoljstva u iznenađenju. Nagađanje je prema tome važan prvi korak pri rešavanju bilo kojeg problema. Nastavnici imaju druge kriterijume koje treba imati na umu. Dobri problemi mogu da se reše na različitim nivoima težine, mogu da se reše pomoću reči ili pomoću slika ili pomoću obrazaca, aktivirajte znanje, bavite se odnosima u stvarnom svetu i budite otvoreni.

Izazov 1s, strana 10: Nemojte se ustručavati da budete zahtevni i strogi. Sledeće izdanje ovog teksta će imati od toga koristi.

Izazov 2s, strana 17: Klasična fizika ne uspeva da objasni bilo koje svojstvo materije, kao što su boja ili tvrdoća. Svojstva materije rezultat su interakcija sa prirodom; ona su neizbežno kvantna. Objašnjenja svojstava materijala zahtevaju bez izuzetaka da se koriste čestice i njihova kvantna svojstva

Izazov 3s, strana 19: Klasična fizika omogućava da se svako posmatranje menja postepeno u vremenu. U klasičnoj fizici ne postoji najmanja vrednost za bilo koju posmatranu fizičku veličinu.

Izazov 4s, strana 20: Što je veća masa, to je manja zamagljenost kretanja nastala usled kvanta rada, pošto je rad masa pomnožena brzinom i rastojanjem. Za velike mase male su promene brzine i rastojanja.

Izazov 5s, strana 20: Najjednostavnije vreme je $\sqrt{G\hbar/c^5}$. Brojni činilac nije očigledno određen; on se menja kasnije. Ako se uzme $4G$ umesto G , vreme postaje najkraće vreme koje se može izmeriti u prirodi.

Izazov 6s, strana 21: Naelektrisanje elektrona je specijalno pri elektromagnetnim interakcijama; ono ne uzima u obzir nuklearne interakcije ili gravitaciju. Nije jasno zašto bi dužina definisana elementarnim nabojem e trebala da bude od važnosti za neutralne sisteme ili za vakuum. S druge strane, kvant rada $\hbar$ važi za sve interakcije i za sva posmatranja. Osim toga, možemo tvrditi da dve opcije koje određuju osnovnu dužinu – sa kvantom rada i sa kvantom naboja – nisu suviše različite: naboj elektrona je povezan sa kvantom rada sa $e = \sqrt{4\pi\epsilon_0\alpha\hbar c}$. Dve razmere dužina određene putem dveju opcija razlikuju se samo za činilac približno jednak 11,7. Ustvari, obe razmere su **kvantne**.

Izazov 8s, strana 21: Iz čisto dimenzionalnih razloga, poluprečnik atoma mora da bude

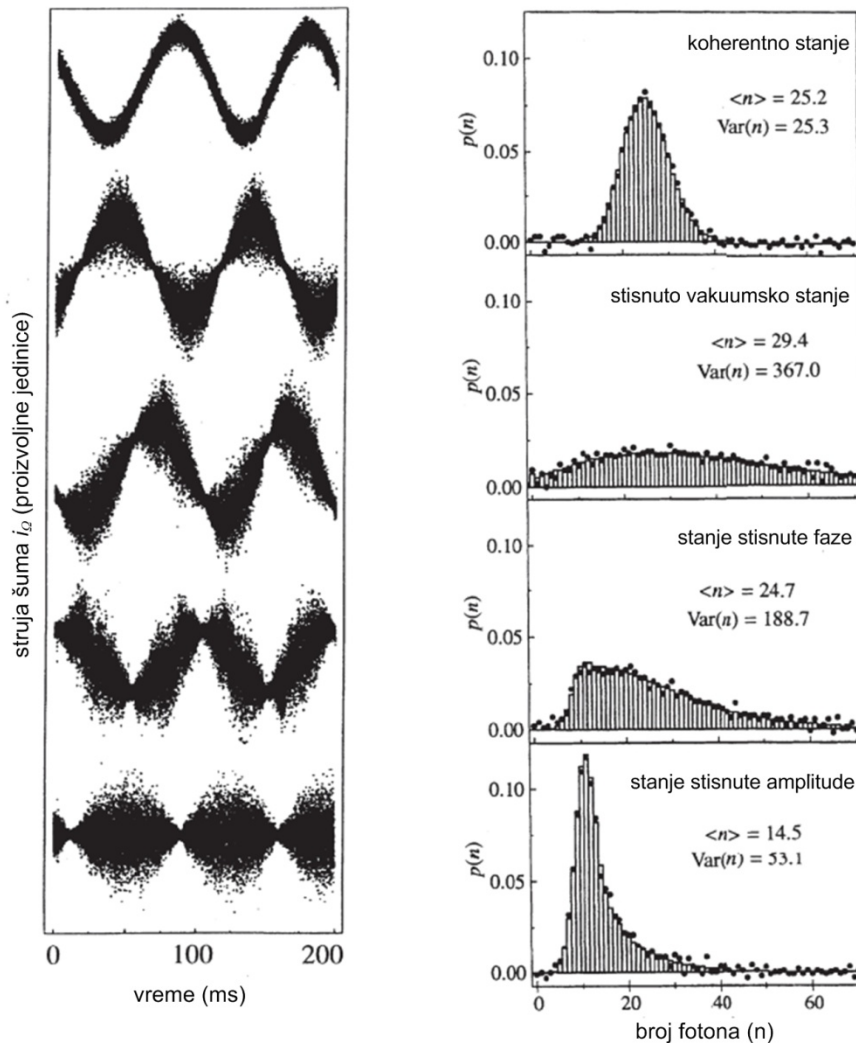
$$r \approx \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} \quad (152)$$

što je oko 53 nm. Zapravo, ova pretpostavka je izvanredna, to je upravo Borov poluprečnik atoma. (**Strana 143**).

Izazov 9s, strana 21: Usled kvanta rada, atomi u ljudima, bilo da su džinovi ili patuljci, imaju istu veličinu. To podrazumeva da džinovi ne mogu da postoje, što je pokazao već Galilej. (**Vol. I, strana 246**). Dokaz se zasniva s obzirom na jačinu materijala; i ista jačina svuda je ekvivalentna istim svojstvima atoma svuda. Tako patuljci ne mogu postojati iz sličnih razloga; priroda nije u stanju da načini ljude manjim nego što je uobičajeno (čak i u materici gde se značajno razlikuju od odraslih), jer bi to zahtevalo manje atome.

- Izazov 12s, strana 25:** Nestanak mase m u vremenu Δt je rad promene $c^2 m \Delta t$. To je mnogo veće od $\hbar$ za sve predmete iz svakodnevnog života.
- Izazov 14s, strana 26:** Efekt tunela lava podrazumeva vrednost rada S reda $S = 100 \text{ kgm}^2/\text{s} \gg \hbar$. Ovo ne može da se dogodi spontano.
- Izazov 15s, strana 27:** Svako pamćenje, bilo ljudsko pamćenje ili elektronsko u računarima, mora da izbegava raspad. A raspad se može izbeći putem visokih zidova i malih vrednosti tunelskog efekta.
- Izazov 16s, strana 27:** Da. Većina ubeđenja i mitova – od lutrije do duhova – nastaje usled odbacivanja kvantnih efekata.
- Izazov 17s, strana 27:** Savršen neprekidan protok je u suprotnosti sa zamagljenjem kretanja uzrokovanog kvantom rada.
- Izazov 18s, strana 28:** Nemogućnost praćenja dve čestice duž njihovih putanja nastaje kada je njihov međusobni razmak d manji od od njihove neodređenosti položaja usled njihovih relativnih količina kretanja p , to jest, kada je $d < \hbar/p$. Proverite brojke preko elektrona, atoma, molekula, bakterija, ljudi i galaksija.
- Izazov 19s, strana 28:** Takođe su i fotoni nerazpoznatljivi. Videti **stranu 69**.
- Izazov 21s, strana 31:** U materijalima koji čine mehanizam za izbegavanje.
- Izazov 22s, strana 32:** Rast nije srazmeran jačini svetlosti ili učestanosti svetlosti., ali pokazuje **pragove** i jačine i učestanosti.. To su kvantni efekti.
- Izazov 23s, strana 32:** Svi gore navedeni efekti, kao što je tunelski efekt, interferencija, raspad, pretvaranje, nepraznina vakuuma, nerazlikovanje i slučajnost opaženi su takođe u nuklearnoj oblasti.
- Izazov 24s, strana 32:** Ovo nije očigledno iz onoga što je rečeno do sada, ali pokazalo se kao tačno. Ustvari, druga opcija i ne postoji, kao što možete da vidite kada pokušate da je nađete.
- Izazov 25s, strana 32:** Predpostavlja se da je Toma Palčić pametan kao i ostali ljudi. Međutim mozak ne može da se umanjuje. Fraktali su u suprotnosti sa Plankovom dužinom, a Murov (Moor) zakon je u suprotnosti sa postojanjem atoma.
- Izazov 26s, strana 32:** Ukupan moment količine kretanja uključuje orbitalni moment količine kretanja. Orbitalni moment količine kretanja L određen je, korišćenjem poluprečnika i linearne količine kretanja, $L = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$. Ukupan moment količine kretanja je umnožak od $\hbar$.
- Izazov 27s, strana 32:** Da, mogli bismo da imamo!
- Izazov 28s, strana 32:** To je samo relacija nerazpoznatljivosti. Bor je proširio ovu ideju na sve vrste ostalih parova pojmova, više u filozofskom smislu, kao što su jasnoća i preciznost objašnjenja: oba ne mogu biti istovremeno visoka.
- Izazov 29d, strana 34:** Na primer, veliki prasak ne može da bude događaj.
- Izazov 32s, strana 38:** Naelektrisani fotoni mogli bi da se savijaju usled električnog ili magnetnog polja; posebno, oni nebi prolazili neometano. To nije zapaženo. Fotoni sa masom mogli bi da skrenu usled mase, kao što je Sunce, mnogo više no što je zapaženo.
- Izazov 34s, strana 39:** Da bi se izmerila količina kretanja, potreban nam je prostorno produžen uređaj; za merenje položaja potreban nam je lokalizovan merni uređaj.
- Izazov 35s, strana 40:** Fotoni su elementarni, pošto izvršavaju najmanji rad, pošto ne mogu da se raspadnu, pošto ne mogu da se izobličie ili rasepe, pošto nemaju masu, ni električni naboj ni ostali kvantni broj i pošto se pojavljuju u lagranžijanu kvantne elektrodinamike.
- Izazov 36s, strana 42:** Izmereno električno polje i raspodela fotona prikazani su na poznatim grafikonima prikazanim na **slici 90**.
- Izazov 38s, strana 42:** To je nejasno postavljen problem. Zračenje je toplotno, međutim broj fotona zavisi od zapremine o kojoj se govori.

Izazov 40s, strana 46: Izračeni fotoni mogu se prebrojati korišćenjem eksperimenata optičkog pumpanja u kojima su atomska stanja podeljena malom količinom "talasne dužine zračenja" pomoću magnetnih polja. Isto tako cezijumski časovnik otkriva izračene fotone optičkim sredstvima. Džozefonov (Josephon) efekt i snimanje magnetnom rezonansom predstavljaju ostale metode otkrivanja izračenih fotona



Slika 90 Levo, odozgo naniže: električno polje i njegova zamagljenost mereno u koherentnom stanju, za stisnuto vakuumsko stanje, za stanje stisnute faze, za mešovito, kvadraturni stisnuto stanje i za stanje stisnute amplitude, sve za mali broj fotona. Desno: odgovarajuća raspodela broja fotona za pomenuta četiri stanja. (© G. Breitenbach/Macmillan, from [Ref. 19](#))

Izazov 41s, strana 47: Da bi bili vidljivi okom, rubovi interferencije treba da budu vidljivii u toku od oko 0,1 s. To podrazumeva najveću razliku učestanosti između dva zraka od oko 10 Hz. Ovo može da se postigne samo ako se svaki od pojedinačnih zrakova rascepi na dva zraka ili ako dva zraka potiču od stabilisanih lasera velike preciznosti.

Izazov 42s, strana 51: U modelu strelica je podrazumevano da je jedna kvantna čestica opisana jednom strelicom.

Izazov 48s, strana 53: Uprkos ogromnom broju pokušaja i obećanju večne slave, ovo je trezven zaključak.

Izazov 53s, strana 55 Da, dokaz je ispravan. Ustvari, mnogo detaljnije razmatranje pokazuje da je klasična elektrodinamika u suprotnosti sa *svim* bojama zapaženim u prirodi.

Izazov 56d, strana 59: Proračun nije lak, ali nije ni težak. ([Ref. 176](#)). Za početni položaj približno vertikaln, pokazalo se da bi vreme pada T bilo

$$T = \frac{1}{2\pi} T_0 \ln \frac{8}{\alpha} \quad (153)$$

gde je α početni ugao, a pad do ugla π se podrazumeva. Ovde je T_0 vreme oscilacije olovke za male uglove. (Možete li da ga odredite?) Relacija neodređenosti za vrh olovke daje najmanji početni ugao, pošto neodređenost koičine kretanja ne može da bude proizvoljno velika. Trebalo bi da ste sposobni da odredite gornju granicu. Pošto bude poznat ugao, možete da izračunate maksimalno vreme.

Izazov 57s, strana 60: Iskoristite temperaturu za izračunavanje prosečne kinetičke energije, pa prema tome i prosečne brzine atoma.

Izazov 58s, strana 60: Na tako malim temperaturama ne mogu se razlikovati atomi u potpunosti; oni obrazuju stanje materije jedinstvenih svojstava, pod nazivom kondenzati. Ipak, kondenzati nisu u stanju mirovanja; međutim, zbog njihove velike mase njihovo kolebanje je jako smanjeno u poređenju sa pojedinačnim atomom.

Izazov 60s, strana 64: Samo promenljive čiji proizvod ima istu dimenziju kao fizički rad – Js – mogu da se dopunjuju međusobno.

Izazov 61s, strana 64: Upotrebite $\Delta E < E$ i $\Delta t < c$.

Izazov 66s, strana 69: Kvant rada se ne primenjuje samo za merenje, on se primenjuje i na samo kretanje, a posebno na sva kretanja. Isto tako efekt nuklearnih sila, od nuklearnih čestica i od čestica zračenja mora da se povinuje ovoj granici. A eksperimenti pokazuju upravo to. Ustvari, ako to nebi činili, kvant rada u situacijama elektrodinamike mogao bi da bude zaobiđen, kao što možete da proverite.

Izazov 72s, strana 78: Atomi izvan garaže trebalo bi ponovo da obrazuju isti sastav čvrstog tela.

Izazov 73s, strana 78: Terabajtski čipovi bi trebalo da imaju male ćelije za pamćenje. Male ćelije podrazumevaju tanke prepreke, male prepreke bi podrazumevale veliku verovatnoću tunelskog efekta. Tunelski efekti podrazumevaju gubljenje pamćenja.

Izazov 79s, strana 86: Ako čestica nebi bila elementarna, njene komponente bile bi ograničene interakcijom. Međutim ne postoje poznate interakcije osim onih za standardni model.

Izazov 80s, strana 87: Teškoća da se vide atomi vodonika nastaje usled njihove male veličine i njihovog malog broja elektrona. Kao rezultat toga, atomi vodonika proizvode samo mali kontrast pri snimanju X zracima. Iz istog razloga teško ih je snimiti korišćenjem elektrona; Borov poluprečnik vodonika je samo malo veći od Komptonove talasne dužine. Prvi put je 2008. godine tim istraživača tvrdio da je snimio atome vodonika apsorbovanih u grafenu pomoću prenosa elektronskog mikroskopa. Za detalje, videti kod J. C. Meyer, C.O. Grit, M. F. Crommle & A. Zetti, *Imaging and dynamics of light atoms and molecules on graphene*, Nature **454**, strane. 319–322, 2008. Međutim, izgleda da druge grupe još uvek nisu potvrdile izveštaj.

Mnoge slike vodonika pojavile su se poslednjih godina. (**Strana 145**). Na primer, možete pretraživati olimpicene na internetu. Za još jedan nedavni rezultat o slikanju vodonika, pogledajte predhodni tekst.

Izazov 82d, strana 87: To nije lako! Možete li da koristite pojam rada da biste pokazali da zaista postoji temeljna razlika između vrlo prostih i vrlo razlučitih operatora?

Izazov 84s, strana 88: $r = 86$ pm, stoga je $T = 12$ eV. To se poredi sa stvarnom vrednošću od 13,6 eV. Trik je u izvođenju obrasca korišćenjem

$$\langle \psi | r_x^2 | \psi \rangle = \frac{1}{3} \langle \psi | rr | \psi \rangle$$

relacije koja važi za stanja bez orbitalne momenta količine kretanja. Ona važi za sve koordinate i isto tako za tri zapažanja količina kretanja, sve dok je sistem nerelativistički.

Izazov 85s, strana 88: Kvantno kolebanje bi zahtevalo da svemir već postoji. Takve rečenice koje se redovno nalaze u novinama predstavljaju potpune gluposti.

Izazov 86s, strana 89: Tačkaste čestice ne mogu da se zapaze; čestice koje su skoro tačkaste ne mogu da se razlikuju zbog kvanta rada.

Izazov 87s, strana 89: Rešenje je *dve* rukavice. U originalu pitanje glasi, ako dva muškarca i dve žene žele da iaju siguran seks, teoretski im je potrebno samo *dva* kondoma.

Izazov 92d, strana 90: Sakur-Tetrode obrazac se najlakše izvodi na sledeći način. Počecemo od idealnog jednoatomskog gasa zapremine V sa N čestica i ukupnom energijom U . U faznom prostoru zbir stanja Z je dat sa

$$Z = \frac{V^N}{N!} \frac{1}{\Lambda^{3N}} \quad (154)$$

Koristićemo Stirlingovu približnost $N! \approx N^N/e^N$ i definiciju entropije kao $S = \partial (kT \ln Z) / \partial t$. Ubacujući definiciju Λ , ovo daje obrazac Sakur-Tetrode.

Izazov 94s, strana 93: Da bi se napisalo bilo šta o dve čestice na papir, potrebno je da se može načiniti razlika između njih dve, čak i ako je razlika proizvoljna.

Izazov 95s, strana 93: Drveće, kao i svi makroskopski predmeti, imaju vrednost spina koja zavisi od njihovog momenta količine kretanja. Budući da su to klasični objekti čija se faza može opaziti, vrednost spina je neizvesna. To čini besmislenim da se postavi pitanje da li su makroskopski predmeti, bozoni ili fermioni, pošto oni nisu kvantoni.

Izazov 98s, strana 97: Ideja, poznata kao *kvantni novac*, nije u saglasnosti sa veličinom i trajanjem koje je potrebno za stvarne novčanice.

Izazov 99s, strana 97: Blizanci se razlikuju po načinu sklapanja njihovih creva, po linijama na njihovim dlanovima i po drugim preklopima kože. Ponekad, ali ne uvek, karakteristike poput mladeža na koži obrnute su u ogledalu na dva blizanca.

Izazov 107s, strana 106: Tri.

Izazov 108d, strana 106: Ne za dušek. To nije jednostavno da se prikaže.

Izazov 109s, strana 107: Anđeli mogu da se razlikuju po imenu, mogu da govore i mogu da pevaju; zato su načinjeni od velikog broja fermiona. Ustvari, većina anđela ima oblik i veličinu ljudi, tako da se ne mogu postaviti na vrh pribadače.

Izazov 115s, strana 110: Bozon može da se predstavi kao predmet zalepljen na jednu beskonačno tanku nit, čija se dva kraja protežu prostorno do beskonačnosti.

Izazov 118s, strana 111: Duhovi, slično kao i anđeli, mogu da se razlikuju po imenu, mogu da govore i mogu da se vide; zato oni sadrže fermione. Međutim, oni mogu da prolaze kroz zidove i providni su; zbog toga ne mogu da budu načinjeni od fermiona, već moraju da budu slike, sastavljene od bozona. To je u međusobnoj suprotnosti.

Izazov 119s, strana 114: Makroskopske superpozicije nije moguće da se izvedu, pošto posmatranja podrazumevaju interakciju sa koritom koje poništava makroskopsku superpoziciju.

Izazov 121s, strana 115: Nepostojanje elemenata van glavne dijagonale dovodi do povećanja elemenata u dijagonalu, pa zato i do entropije.

Izazov 124s, strana 120: Brzina energije je određena napredovanjem dva spoljna repa; tako brzina nikada nije veća od brzine svetlosti.

Izazov 125s, strana 122: Ne, kao što fotografisanje podrazumeva interakciju sa koritom, što bi uništilo superpoziciju.

Izazov 126s, strana 122: Fotografu je potrebno osvetljenje; osvetljenje je makroskopsko elektromagnetno polje; makroskopsko polje je korito; korito podrazumeva dekoherenciju; dekoherencija uništava superpoziciju.

Izazov 129s, strana 123: Zavisi. Ono može da bude usled interferencije ili od ukupne jačine. U slučaju radija efekt je jasniji. Ako se na određenoj učestanosti signali menjaju periodično od jedne stanice do druge, postoji pravi efekt interferencije.

Izazov 130d, strana 123: Oni su u interferenciji. Međutim, ovo je trik pitanje; šta je ustvari monohromatski elektron? Da li se pojavljuje u laboratoriji?

Izazov 131s, strana 123: Takav računar zahteva čiste odnose faza između sastavnih delova; takvi odnosi faza izuzetno su osetljivi na spoljne smetnje. U današnje vreme oni ne traju duže od mikrosekunde, dok dugački računarski programi za izvršenje zahtevaju minute ili sate.

- Izazov 132s, strana 123:** Zapis je efekt ili proces koji mora da bude težak za promenu ili poništavanje. Tragove razbijenog jajeta lako je očistiti sa velike staklene površine, ali teško u runu ovce. Polomljen zub, pocepana odeća ili ogrebotine na velikoj površini predstavljaju dobre zapise. Stručnjaci u forenzici znaju još mnogo dobrih primera.
- Izazov 136s, strana 129:** Svako drugo korito takode izvodi trik, kao što je atmosfera, vibracije zvuka, elektromagnetna polja itd.
- Izazov 137s, strana 129:** Mesec je u dodiru sa koritom kao što je solarni vetar, meteoriti koji padaju, elektromagnetno zračenje iz pozadine dubokog svemira, tok neutrina sa Sunca, kosmičko zračenje itd.
- Izazov 138s, strana 130:** Prostorno periodični potencijali imaju svojstvo. Dekoherencija dovodi tada do postavljanja u dijagonalu količine kretanja.
- Izazov 140, strana 133:** Ako je tako, obavestite autora.
- Izazov 141s, strana 141:** Vrednos pomaka u crveno je $z = 9,9995$. Iz obrasca za podužni Doplerov pomak dobijamo $v/c = ((z + 1)^2 - 1) / ((z + 1)^2 + 1)$, što u ovom slučaju daje 0.984. Prema tome, galaksije se udaljavaju od zemlje sa 98,4% brzine svetlosti.
- Izazov 147s, strana 142:** Atomi vodonika su u sopstvenom stanju iz razloga objašnjenog u poglavlju o superpoziciji i verovatnoći; u gasu su atomi deo korita, pa stoga skoro uvek u sopstvenom stanju energije.
- Izazov 152s, strana 150:** Ako je nekoliko svetlosnih snopova fokusirano u prostor između ogledala, a ako je učestanost svetlosnog snopa pravilno podešena u odnosu na učestanost apsorpcije atoma, atomi će doživeti silu obnavljanja kad god odlaze iz oblasti fokusa. Atomi će biti zarobljeni ako se oblasti fokusa osvetljava svetlosnim snopovima iz 6 pravaca. Tehnika rashlađivanja laserima široko se koristi u istraživačkim laboratorijama.
- Izazov 153s, strana 150:** Ne, uprkos imenu, fosfor nije fosforescentan, već je hemoluminiscentan.
- Izazov 155s, strana 151:** Ovo je trik pitanje. Promene α zahtevaju promene c , $\hbar$, e ili ϵ_0 . Nijedna od ovih promena nije moguća ili zapažena, jer se svi naši uređaji za merenje zasnivaju na ovim jedinicama. Spekulacije oko promene α , uprkos čestim pominjanjima u štampi i naučnim časopisima predstavljaju praznu priču.
- Izazov 156s, strana 151:** Promena fizičkih jedinica kao što je $\hbar = c = e = 1$ promenila bi vrednost ϵ_0 na takav način da je $4\pi\epsilon_0 = 1/\alpha = 137,036$.
- Izazov 159s, strana 160:** Masa je merilo količine energije. Prema tome, “kvadrat mase” nema smisla.
- Izazov 163s, strana 163:** Plankove granice mogu biti prekoračene za obimna posmatranja kod kojih sistemi sa mnogo čestica mogu premašiti granice pojedinačnih čestica, kao što su masa, količina kretanja, energija ili električni otpor.
- Izazov 165s, strana 164:** Ne zaboravite relativističko širenje vremena
- Izazov 166s, strana 165:** Obrazac sa $n-1$ više odgovara. Zašto?
- Izazov 169s, strana 165:** Ne! Isuviše su precizni da bi imalo smisla. Oni se samo daji kao prikaz ponašanja Gausove raspodele. Stvarna raspodela merenja nije Gausova za preciznost koja je prisutna u ovim brojevima
- Izazov 170s, strana 166:** Oko 0,3 m/s. To **nije** 0,33 m/s, to **nije** 0,333 m/s i to nije ni bilo koji niz trojki.
- Izazov 172s, strana 170:** Usporavanje se odvija sa kvadratom vremena, pošto se svako novo usporavanje dodaje onom predhodnom.
- Izazov 173s, strana 170:** Ne, u popisu su navedena svojstava samo dela svemira. Sam svemir nema nikakvih svojstava, kao što je pokazano u poslednjem delu. (**Vol. VI, strana 90**).
- Izazov 174s, strana 172:** Dvostruka vrednost tog broja, broj čine redovi svih parnih brojeva, itd.
- Izazov 177s, strana 174:** U poslednjem delu ćemo doznati da sve vrednosti merenja imaju gornju i donju granicu. Isto tako ćemo doznati da rezultati dva fizička merenja ne mogu da se razlikuju samo od, recimo, 300-og decimalnog mesta nadalje. Tako zaista svi rezultati merenja su realni

brojevi, ali ne i obratno. Treba naglasiti da za kvantnu teoriju, za teoriju relativnosti i za fiziku Galilea ova ograničenja nemaju nikakvih posledica.

Izazov 179, strana 175: $|z|^2$ je determinanta matrice $z = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$

Izazov 184s, strana 176: Koristiti Kantorov (Cantor) dijagonalni dokaz, kao u **Izazovu 267**.

Izazov 185s, strana 177: Svaki kvaternion $X = ai + bj + ck$ uz $i^2 + j^2 + k^2 = 1$ rešava jednakost $X^2 + 1 = 0$; Čisto imaginarna rešenja $+i$ i $-i$ prema tome su proširenja neprekidnom sferom rešenja u kvaternionskom prostoru.

Izazov 188s, strana 178: Svako obrtanje za ugao 2π opisano je sa -1 . Samo obrtanje za ugao 4π opisano je sa $+1$; kvaternioni zaista opisuju spinore.

Izazov 190s, strana 179: Samo proverite rezultat sastojak po sastojak. Pogledajte i pomenutu literaturu.

Izazov 192s, strana 181: Ne. Pošto jedinični oktonioni nisu asocijativni, oni uopšte ne obrazuju grupu. Uprkos svojoj površnoj privlačnosti, ova linija razmišljanja nije dovela do uvida u prirodu osnovnih interakcija.

Izazov 193s, strana 181: Da bi Gausov ceo broj $n + im$ bude prost, ceo broj $n^2 + m^2$ mora da bude prost, a osim toga mora da bude zadovoljen uslov $n \bmod 3$; koji i zašto?

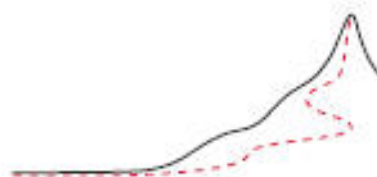
Izazov 195s, strana 182: Skup koji sadrži samo nulti vektor.

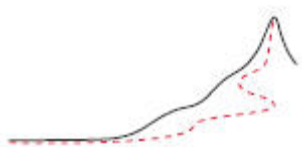
Izazov 196s, strana 182: Metrika je pravilna, pozitivno definisana i podudara se sa nejednakošću trougla.

Izazov 198s, strana 183: U suštini samo je vektorski prostor naveden u Dodatku (ili u knjizi).

Izazov 199s, strana 183: Ako ne možete, okrivite vašeg nastavnika matematike u srednjoj školi, a potom potražite definicije. To nije teška tema.

Izazov 200s, strana 184: Prostori mogu postojati približno, kao proseci nekontinualnih strauktura. Ova idela je izložena u savremenim istraživanjima; primer je dat u poslednjem delu ove serije.





BIBLIOGRAFIJA

Nijedan čovek, osim budale, nikada nije pisao osim za novac.

Semjuel Džonson (Samuel Johnson)

Čim napišete, ne preostane vam vremena za čitanje.

Anonimus

1. Giuseppe Fumagalli, *Chi l'ha detto?*, Hoepli, Milano, 1983. Citirano na **strani 17**
2. Kvant rada je uveo Maks Plank. *Über irreversible Strahlungsvorgänge*, izveštaj sa sednice Preußischen Akademie der Wissenschaften, Berlin, strane 440–480, 1899. U svom radu Plank je koristio slovo b za ono što se danas obeležava sa $\hbar$. Citirano na **strani 18**.
3. Bor je objasnio nedeljivost kvanta rada u svom poznatom radu *Como lecture*. Videti: N. Bohr, *Atomtheorie und Naturbeschreibung*, Springer, 1931. Na strani 16 on je napisao: “Nema više verovatnoće da će osnovni pojmovi klasičnih teorija ikada postati suvišni za opis fizičkog iskustva. Prepoznavanje nedeljivosti kvanta rada i određivanje njegove veličine ne samo da zavisi od analize mjerenja zasnovanih na klasičnim konceptima, ali to nastavlja primenu smisla tih pojmova koji omogućavaju povezivanje simbolike kvantne teorije sa podacima iskustva.” On dalje piše: “... osnovni postulat nedeljivosti kvanta rada sam je, s klasičnog stanovišta, iracionalni element koji neizbježno zahteva od nas da odustanemo od uzročnog načina opisa i koji zbog spajanja između pojava i njihovog opažanja tera nas da usvojimo novi način opisa označen kao komplementarni u smislu da svaka primena klasičnih pojmova isključuje istovremenu upotrebu drugih klasičnih pojmova koji su u drugačijoj vezi jednako neophodni za tumačenje pojava ...” kao i: “... konačna veličina kvanta rada sprečava u potpunosti oštru razliku između pojave i agencije koja je opaža, razlike koja je osnova uobičajnog pojma posmatranja i stoga predstavlja osnovu za klasične ideje kretanja.” Ostale iskaze o nedeljivosti možete naći u N. Bohr, *Atomic Physics and Human Knowledge*, Science Editions, 1961. Videti takođe Max Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Wiley, prvo izdanje, 1974, strane 90–91. Citirano na **strani 18**.
4. Za neke od retkih savremenih izdanja koja naglašavaju kvant rada, videti M. B. Mensky, *The action uncertainty principle and quantum gravity*, Physics Letters A 162, strana 219, 1992, i M.B. Mensky, *The action uncertainty principle in continuous quantum measurements*, Physics Letters A 155, strane 229–235, 1991. Švingerov (Schwinger) princip kvanta rada korišćen je i kod Richard F.W. Bader, *Atoms in Molecules – A Quantum Theory*, Oxford University Press, 1994. Postoji veliki broj opštih udžbenika iz kvantne teorije. Oni su za svačiji ukus.

Dobro poznati pojmovni uvod je od Jean-Marc Lévy-Leblond & Françoise Balibar, *Quantique – Rudiments*, Masson, 1997, preveden na engleski kao *Quantics*, North-Holland, 1990.

Jedna od najlepših knjiga je od Julian Schwinger, *Quantum Mechanics – Symbolism of Atomic Measurements*, editovao je Berthold-Georg Englert, Springer Verlag, 2001.

Savremen pristup sa lepim uvodom je od Max Schubert & Gerhard Weber, *Quantentheorie – Grundlagen und Anwendungen*, Spektrum Akademischer Verlag, 1993.

Standardni tekst za početnike je od C. Cohen-Tannoudi, B. Diu & F. Laloë, *Mécanique quantique I et II*, Hermann, Paris, 1977. Dostupan je u prevodu nekoliko jezika.

Dobar tekst je od Asher Peres, *Quantum Theory – Concepts and Methods*, Kluwer, 1995.

Za živahan pristup, videti Vincent Icke, *The Force of Symmetry*, Cambridge University Press, 1994.

Novi udžbenici redovno se objavljuju širom sveta. Citirano na **stranama 18 i 200**.

5. Najbolji izvor za priču o šetnji u šumi Maksa Planka sa sinom Ervinom je od Hans Roos & Armin Hermann, editors, *Max Planck – Vorträge, Reden, Erinnerungen*, Springer, 2001, strana 125. Kako objašnjava tekst, priču je ispričao Ervin Plank najmanje dvojici različitih ljudi. Sam Ervin Plank je bio deo propale zavere protiv Hitlera 1944. godine i obešen je u januaru 1945. Citirano na **strani 20**.
6. Max Born, *Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge (vorläufige Mitteilung)*, Zeitschrift für Physik **37**, strane 863–867, 1926, Max Born, *Quantenmechanik der Stoßvorgänge*, Zeitschrift für Physik **38**, strane 803–827, 1926. Citirano na **strani 22**.
7. Za primer pogledati dokumente od Jan Hilgevoord, *The uncertainty principle for energy and time*, American Journal of Physics **64**, strane 1451–1456, 1996. i od Paul Busch, *On the time–energy uncertainty reaction, parts 1 & 2*, Foundations of Physics **20**, strane 1–43, 1990. Klasičan dokument je Eugene P. Wigner, *On the time–energy uncertainty relation*, in AbdusS alam & Eugene P. Wigner, editors, Aspects of Quantum Theory, Cambridge University Press, 1972. Citirano na **strani 24**.
8. Pogledati knjigu u mekom povezu od Claus Mattheck, *Warum alles kaputt geht – Form und Versagen in Natur und Technik*, Forschungszentrum Karlsruhe, 2003. Citirano na **strani 27**.
9. R. Clifton, J. Bub & H. Halvorson, *Characterizing quantum theory in terms of information-theoretic constraints*, arxiv.org/abs/quant-ph/0211089 . Citirano na **strani 31**.
10. Ovaj način posmatranja konzervi i pasulja vraća nas na tekst od Susan Hewitt & Edward Subitzky, *A call for more scientific truth in product warning labels*, Journal of Irreproducible Results **36**, nr. 1, 1991. Citirano na **strani 32**.
11. J. Malik, *The yields of the Hiroshima and Nagasaki nuclear explosions*, Technical Report LA-8819, Los Alamos National Laboratory, September 1985. Citirano na **strani 33**.
12. Citati o kretanju nalaze se u poglavlju VI knjige od F. Engels, *Herrn Eugen Dührings Umwälzung der Wissenschaft*, Verlag für fremdsprachliche Literatur, 1946. Knjiga je obično poznata pod nazivom *Anti-Dühring*. Citirano na **stranama 34 i 60**.
13. Rodney Loudon, *The Quantum Theory of Light*, Oxford University Press, 2000. Citirano na **strani 35**.
14. E.M. Brumberg & S. I. Vavilov, *Izvestie Akad. Nauk. Omen Ser. 7*, strana 919, 1933. Citirano na **strani 35**.
15. O detekciji fotona u ljudskom oku pogledati značajan prikaz od F. Rieke & D. A. Baylor, *Single-photon detection by rod cells of the retina*, Reviews of Modern Physics **70**, strane 1027–1036, 1998. Može se naći na internetu kao pdf datateka. Citirano na **strani 36**.
16. F. Rieke & D. A. Baylor, *Single-photon detection by rod cells of the retina*, Reviews of Modern Physics **70**, strane 1027–1036, 1998. Oni takođe pominju da naše oči obično rade sa protokom fotona između 10^8 / $\mu\text{m}^2\text{s}$ (sunčeva svetlost) i 10^{-2} / $\mu\text{m}^2\text{s}$ (svetlost zvezda). Čepići na mrežnjači detektuju, u boji svetlost jačine do najviše sedam ili osam decenija, dok štapići detektuju, crno belo, i niže jačine svetlosti. Citirano na **stranama 37 i 38**.
17. E. Fischbach, H. Kloor, R. A. Langel, A. T. Y. Lui & M. Peredo, *New geomagnetic limit on the photon mass and on long-range forces coexisting with electromagnetism*, Physical Review Letters **73**, strane 514–517, 1994. Citirano na **strani 38**.
18. A. H. Compton, *The scattering of X-rays as particles*, American Journal of Physics **29**, strane 817–820, 1961. Ovo je pedagoško predstavljanje otkrića načinjenih 1923. godine. Citirano na **strani 38**.
19. Referenni dokument o ovoj temi je od G. Breitenbach, S. Schiller & J. Mlynek, *Measurement of the quantum states of squeezed light*, 387, strane 471–475, 1997. Ovaj dokument je besplatno na raspolaganju na veb strani gerdbreitenbach.de/publications/nature1997.pdf. Citirano na **stranama 41 i 187**.
20. Poznati dokument je od R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss, Nature **178**, strana 1046, 1956. Oni su došli do ideje da mere svetlost na taj način iz njihovih ranijih radova, u kojima se koristio isti postupak sa radiotalasima: R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss, Nature **177**, strana 27, 1956. Kompletno razmatranje je dato u njihovim dokumentima R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss, *Interferometry of the intensity fluctuations in light. I. Basic theory: the correlation between photons in coherent beams of radiation*, Proceedings of the Royal Society A **242**, strane 300–324, 1957, i R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss, *Interferometry of the intensity fluctuations in light. II. An experimental test of the theory for partially coherent light*, Proceedings of the Royal Society A **243**,

- strane 291–319, 1958. Oba dokumenta se mogu preuzeti besplatno sa interneta i vredi da se pročitaju. Citirano na **strani 44**.
21. J. Glanz, *First light from a space laser*, Science 269, strana 1336, 1995. Citirano na **strani 45**.
 22. A. Einstein, *Über einen die Erzeugung und Umwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Standpunkt*, Annalen der Physik 17, strane 132–184, 1905. Citirano na **strani 45**.
 23. Pogledati kratak pregled od P.W. Milonni, *Answer to question 45: What (if anything) does the photoelectric effect teach us?*, American Journal of Physics 65, strane 11–12, 1997. Citirano na **strani 45**.
 24. Za detaljan prikaz videti kod J. J. Prentis, *Poincaré's proof of the quantum discontinuity of nature*, American Journal of Physics 63, strane 339–350, 1995. Originalni dokumenti su Henri Poincaré, *Sur la théorie des quanta*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Paris) 153, strane 1103–1108, 1911, i Henri Poincaré, *Sur la théorie des quanta*, Journal de Physique (Paris) 2, strane 5–34, 1912. Citirano na **strani 46**.
 25. J. Jacobson, G. Björk, I. Chang & Y. Yamamoto, *Photonic de Broglie waves*, Physical Review Letters 74, strane 4835–4838, 1995. Prvo merenje je objavljeno kod E. J. S. Fonseca, C.H. Monken & S. de Pádua, *Measurement of the de Broglie wavelength of a multiphoton wave packet*, Physical Review Letters 82, strane 2868–2671, 1995. Citirano na **strani 46**.
 26. Za stanje tri-fotona, videti kod M.W. Mitchell, J. S. Lundeen & A.M. Steinberg, *Super-resolving phase measurements with a multiphoton entangled state*, Nature 429, strane 161–164, 2004, a za stanje četiri-fotona u istom izdanju, P. Walther, J. -W. Pan, M. Aspelmeyer, R. Ursin, S. Gasparoni & A. Zeilinger, *De Broglie wavelength of a non-local four-photon state*, Nature 429, strane 158–161, 2004. Citirano na **strani 46**.
 27. Za uvod u stisnutu svetlost, videti kod L. Mandel, *Non-classical states of the electromagnetic field*, Physica Scripta T 12, strane 34–42, 1986. Citirano na **strani 46**.
 28. Friedrich Herneck, *Einstein und sein Weltbild: Aufsätze und Vorträge*, Buchverlag Der Morgen, 1976, strana 97. Citirano na **strani 47**.
 29. Poznati citat o interferenciji jednog fotona pronađen je na strani 9 poznatog, lepog, ali teškog udžbenika od P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Clarendon Press, 1930. O tome je takođe razmatrano, ali na nešto konfuzniji način, u inače informativnom članku od H. Paul, *Interference between independent photons*, Reviews of Modern Physics 58, strane 209–231, 1986. Citirano na **stranama 49 i 54**.
 30. Postoje tri dokumenta o koherentnim stanjima: R. J. Glauber, *The quantum theory of optical coherence*, Physical Review 130, strane 2529–2539, 1963, J.R. Klauder, *Continuous representation theory*, I and II, Journal of Mathematical Physics 4, strane 1055–1058, 1963, i E. C. G. Sudarshan, *Equivalence of semiclassical and quantum mechanical descriptions of statistical light beams*, Physical Review Letters 10, strana 227, 1963. Citirano na **strani 52**.
 31. Videti, na primer, divan tekst od Richard P. Feynman, *QED – The Strange Theory of Light and Matter*, strane 73–75, Princeton University Press, 1988, ili Richard P. Feynman & Steven Weinberg, *Elementary Particles and the Laws of Physics*, strana 23, Cambridge University Press 1987. Citirano na **strani 52**.
 32. Wolfgang Tittel, J. Brendel, H. Zbinden & N. Gisin, *Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart*, Physical Review Letters 81, strane 3563–3566, 26 October 1998. Citirano na **strani 53**.
 33. N. Bohr & L. Rosenfeld, *Zur Frage der Meßbarkeit der elektromagnetischen Feldgrößen*, Mat.fys.Medd. Danske Vid. Selsk. 12, strana 8, 1933. Rezultat je kasnije objavljen na engleskom kao N. Bohr & L. Rosenfeld, *Field and charge measurements in quantum electrodynamics*, Physical Review 78, strane 794–798, 1950. Citirano na **strani 53**.
 34. Pogrešne izjave su navedene u uvodu i zaključku prikaza od H. Paul, *Interference between independent photons*, Review of Modern Physics 58, strane 209–231, 1986. Međutim u većini članaka u praksi autor povlači iskaz, na primer na strani 221. Citirano na **strani 54**.

35. G. Magyar & L. Mandel, *Interference fringes produced by superposition of two independent maser light beams*, Nature **198**, strane 255–256, 1963. Citirano na **strani 54**.
36. R. Kidd, J. Aedini & A. Anton, *Evolution of the modern photon*, American Journal of Physics **57**, strane 27–35, 1989. Citirano na **strani 57**.
37. Čitava grupa atoma ponaša se kao pojedinačni molekul; kaže se da je u pitanju Bose–Einstein kondenzat. Prva opažanja, vredna Nobelove nagrade, bila su od M.H. Anderson & al., *Observation of Bose–Einstein condensation in a dilute atomic vapour*, Science **269**, strane 198–201, 1995, C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett & R. G. Hulet, *Evidence of Bose–Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions*, Physical Review Letters **75**, strane 1687–1690, 1995, K. B. Davis, M. -O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D.M. Kurn & W. Ketterle, *Bose–Einstein condensation in a gas of sodium atoms*, Physical Review Letters **75**, strane 3969–3973, 1995. Za jednostavniji uvod, videti W. Ketterle, *Experimental studies of Bose–Einstein condensation*, Physics Today strane 30–35, December 1999. Citirano na **strani 60**.
38. J. L. Costa-Krämer, N. Garcia, P. García-Mochales & P. A. Serena, *Nanowire formation in macroscopic metallic contacts: a universal property of metals*, Surface Science Letters **342**, strane L1144–L1152, 1995. Videti takođe J. L. Costa-Krämer, N. Garcia, P. A. Serena, P. García-Mochales, M. Marqués & A. Correia, *Conductance quantization in nanowires formed in macroscopic contacts*, Physical Review B strana 4416, 1997. Citirano na **strani 61**.
39. Opisani su prelepi prediplomski eksperimenti koji su omogućili ovo otkriće kod E. L. Foley, D. Candela, K. M. Martini & M. T. Tuominen, *An undergraduate laboratory experiment on quantized conductance in nanocontacts*, American Journal of Physics **67**, strane 389–393, 1999. Citirano na **strani 61**.
40. L. de Broglie, *Ondes et quanta*, Comptes rendus de l'Académie des Sciences **177**, strane 507–510, 1923. Citirano na **strani 62**.
41. C. Jönsson, *Interferenz von Elektronen am Doppelspalt*, Zeitschrift für Physik **161**, strane 454–474, 1961, C. Jönsson, *Electron diffraction at multiple slits*, American Journal of Physics **42**, strane 4–11, 1974. Zbog naelektrisanja elektrona, ovaj eksperiment nije jednostavan za izvođenje: bilo koji delovi postavke koji su izolovani postaju naelektrisani i iskrivljuju sliku. Zbog toga je eksperiment izveden mnogo kasnije sa elektronima nego li sa atomima, neutronima i molekulima. Citirano na **strani 62**.
42. M. Arndt, O. Nairz, J. Vos-Andreae, C. Keller, G. van der Zouw & Zeilinger, *Wave–particle duality of C60 molecules*, Nature **401**, strane 680–682, 14 October 1999. Videti takođe posmatranja za tetrafenileprofirin i C60F48 istog tima, objavljena kod L. Hackermüller & al., *Wave nature of biomolecules and fluorofullerenes*, Physical Review Letters **91**, strana 090408, 2003. Nijedna pojava u kvantnoj teoriji nije toliko eksperimentalno proučavana koliko kvantna interferencija. Prelazak sa interferencije na neinterferenciju takođe je istraživao, kao kod P. Facchi, A. Mariano & S. Pascazio, *Mesoscopic interference*, Recent Developments in Physics **3**, strane 1–29, 2002. Citirano na **strani 62**.
43. G. Papini, *Shadows of a maximal acceleration*, arxiv.org/abs/gr-qc/0211011. Citirano na **strani 64**.
44. J. Perrin, *Nobel Prize speech*, nalazi se na veb strani www.nobel.se i H. Nagaoka, *Kinetics of a system of particles illustrating the line and the band spectrum and the phenomena of radioactivity*, Philosophical Magazine **S6**, **7**, strane 445–455, March 1904. Citirano na **strani 64**.
45. N. Bohr, *On the constitution of atoms and molecules: Introduction and Part I – binding of electrons by positive nuclei*, Philosophical Magazine **26**, strane 1–25, 1913, *On the constitution of atoms and molecules: Part II – systems containing only a single nucleus*, isti izvor, strane 476–502, *On the constitution of atoms and molecules: Part III*, isti izvor., strane 857–875. Citirano na **strani 64**.
46. Robert H. Dicke & James P. Wittke, *Introduction to Quantum Theory*, Addison- Wesley, Reading, Massachusetts, 1960. Videti takođe Stephen Gasiorowicz, *Quantum Physics*, John Wiley & Sons, 1974. Citirano na **strani 66**.
47. P. Carruthers & M.M. Nieto, *Phase and angle variables in quantum mechanics*, Review of Modern Physics **40**, strane 411–440, 1968. Citirano na **strani 66**.
48. Relacija neprepoznatljivosti za obrtno kretanje dobro je objasnio W. H. Louisell, *Amplitude and phase uncertainty relations*, Physics Letters **7**, strana 60, 1963. Citirano na **strani 66**.

49. S. Franke-Arnold, S. M. Barnett, E. Yao, J. Leach, J. Courtial & M. Padgett, *Uncertainty principle for angular position and angular momentum*, New Journal of Physics **6**, strana 103, 2004. Ovaj časopis je besplatno dostupan on line. Citirano na **strani 66**.
50. W. Gerlach & O. Stern, *Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms*, Zeitschrift für Physik **8**, strana 110, 1921. Videti takođe pedagoško objašnjenje kod M. Hannout, S. Hoyt, A. Kryowonos & A. Widom, *Quantum measurement and the Stern–Gerlach experiment*, American Journal of Physics **66**, strane 377–379, 1995. Citirano na **strani 67**.
51. J.P. Woerdman, G. Nienhuis, I. Kuščer, *Is it possible to rotate an atom?*, Optics Communications **93**, strane 135–144, 1992. Mi smo govorili o obrtanju atoma oko njihovih težišta; atomi naravno mogu da se obrću i oko drugih tela, kao što je razmatrao M. P. Silverman, *Circular birefringence of an atom in uniform rotation: the classical perspective*, American Journal of Physics **58**, strane 310–317, 1990. Citirano na **strani 69**.
52. J. Schmiedmayer, M. S. Chapman, C. R. Ekstrom, T. D. Hammond, S. Wehinger & D. E. Pritchard, *Index of refraction of various gases for sodium matter waves*, Physical Review Letters **74**, strana 1043–1046, 1995. Citirano na **strani 69**.
53. Albert Einstein & Max Born, *Briefwechsel 1916 bis 1955*, Rowohlt, 1969, kao što je citirano na **strani 34**. Citirano na **strani 71**.
54. E. Schrödinger, *Quantisierung als Eigenwertproblem I*, Annalen der Physik **79**, strane 361–376, 1926, i *Quantisierung als Eigenwertproblem II*, Annalen der Physik **79**, strane 489–527, 1926. Citirano na **strani 74**.
55. C. G. Gray, G. Karl & V. A. Novikov, *From Maupertius to Schrödinger. Quantization of classical variational principles*, American Journal of Physics **67**, strane 959–961, 1999. Citirano na **strani 47**.
56. Y. Aharonov & D. Bohm, *Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory*, Physical Review **115**, strane 485–491, 1959. Citirano na **strani 80**.
57. R. Colella, A.W. Overhauser & S. A. Werner, *Observation of gravitationally induced quantum interference*, Physical review Letters **34**, strane 1472–1474, 1975. Citirano na **strani 81**.
58. Rezultat postavljanja trendova kojima je započeto ovo istraživanje bio je Hans-Werner Fink & al., *Atomic resolution in lens-less low-energy electron holography*, Physical Review Letters **67**, strane 1543–1546, 1991. Citirano na **strani 81**.
59. L. Cser, Gy. Török, G. Krexner, I. Sharkov & B. Faragó, *Holographic imaging of atoms using thermal neutrons*, Physical Review Letters **89**, strana 175504, 2002. Cited on page **81**.
60. G. E. Uhlenbeck & S. Goudsmit, *Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons*, Naturwissenschaften **13**, strane 953–954, 1925. Citirano na **strani 83**.
61. L. Thomas, *The motion of the spinning electron*, Nature **117**, strana 514, 1926. Citirano na **strani 84**.
62. K. von Meyenn & E. Schucking, *Wolfgang Pauli*, Physics Today strane 43–48, February 2001. Citirano na **strani 84**.
63. T. D. Newton & E. P. Wigner, *Localized states for elementary systems*, Review of Modern Physics **21**, strane 400–406, 1949., L. L. Foldy & S. A. Wouthuysen, *On the Dirac theory of spin 1/2 particles and its nonrelativistic limit*, Physical Review **78**, strane 29–36, 1950. Oba dokumenta su klasika. Citirano na **strani 85**.
64. J. P. Costella & B. H. J. McKellar, *The Foldy–Wouthuysen transformation*, American Journal of Physics **63**, strane 1119–1121, 1995. Citirano na **strani 85**.
65. Za pristup prvom merenju g-faktora elektrona videti H. R. Crane, *How we happened to measure g-2: a tale of serendipity*, Physics in Perspective **2**, strane 135–140, 2000. Najinteresantniji deo je kako su eksperimentatori prevazišli ubeđenje skoro svih teoretičara da je to merenje u principu nemoguće. Citirano na **strani 85**.
66. Objašnjenje o g-faktorima za složena jezgra je na en.wikipedia.org/wiki/Nuclear_magnetic_moment dato ukratko, a izmerene vrednosti se mogu naći na www-nds.iaea.org. Videti takođe H. Dehmelt, *Is*

the electron a composite particle?, Hyperfine Interactions **81**, strane 1–3, 1993. Citirano na **stranama 86 i 199**.

67. Najbliže što je netko došao do slike vodonikovog atoma je A. Yazdani, *Watching an atom tunnel*, Nature **409**, strane 471–472, 2001. Eksperimenti na Boze-Ajnštajnovim kondenzatima takođe su kandidati za slike atoma vodonika. Kompanija Hitachi napravila je budalu od sebe, kada je 1992. godine tvrdila u saopštenju za štampu da bi njen najnoviji elektronski mikroskop mogao da prikaže atome vodonika. Citirano na **strani 87**.
68. A. M. Wolsky, *Kinetic energy, size, and the uncertainty principle*, American Journal of Physics **42**, strane 760–763, 1974. Citirano na **strani 88**.
69. Za začuđujući zaključak videti M. A. Cirone, G. Metikas & W. STRANA Schleich, *Unusual bound or localized states*, preprint je dostupan na arxiv.org/abs/quant-ph/0102065. Citirano na **strani 88**.
70. Videti dokument od Martin Gardner, *Science fiction puzzle tales*, Clarkson Potter, 67, strane 104–105, 1981, ili njegovu knjigu *Aha! Insight*, Scientific American & W.H. Freeman, 1978. Nekoliko verzija je dato kod A. Hajnal & P. Lovász, *An algorithm to prevent the propagation of certain diseases at minimum cost*, u *Interfaces Between Computer Science and Operations Research*, editovao J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan & P. Van Emde Boas, Mathematisch Centrum, Amsterdam 1978, dok računarski eufemizam koriste Orlitzky & L. Shepp, *On curbing virus propagation*, Technical memorandum, Bell Labs 1989. Citirano na **strani 89**.
71. Kompleno razmatranje problema može se naći u poglavlju 10 knjige od Ilan Vardi, *Computational Recreations in Mathematica*, Addison Wesley, 1991. Citirano na **strani 89**.
72. O Gibsovom paradoksu videti poznati tekst o termodinamici ili statističkoj mehanici. Videti takođe W. H. Zurek, *Algorithmic randomness and physical entropy*, Physical Review A **40**, strane 4731–4751, 1989. Zurek je pokazao da Sackur–Tetrode obrazac može da se izvede iz razmatranja algoritama entropije. Citirano na **strani 91**.
73. S. N. Bose, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, Zeitschrift für Physik **26**, strane 178–181, 1924. Teorija je objašnjena kod A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **22**, strane 261–267, 1924, A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **23**, strane 3–14, 1925, A. Einstein, *Zur Quantentheorie des idealen Gases*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **23**, strane 18–25, 1925. Citirano na **strani 93**.
74. C. K. Hong, Z. Y. Ou & L. Mandel, *Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference*, Physical Review Letters **59**, strane 2044–2046, 1987. Videti takođe T. B. Pittman, D. V. Strekalov, A. Migdall, M. H. Rubin, V. Sergienko & Y. H. Shih, *Can two-photon interference be considered the interference of two photons?*, Physical Review Letters **77**, strane 1917–1920, 1996. Citirano na **strani 94**.
75. Primer takvog eksperimenta izvedenog sa elektronima umesto sa fotonima, opisan je kod E. Bocquillon, V. Freulon, J. -M. Berroir, P. Degiovanni, B. Plaçais, A. Cavanna, Y. Jin & G. Fève, *Coherence and indistinguishability of single electrons emitted by independent sources*, Science **339**, strane 1054–1057, 2013. Videti takođe komentar C. Schönenberger, *Two indistinguishable electrons interfere in an electronic device*, Science **339**, strane 1041–1042, 2013. Citirano na **strani 94**.
76. M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. Viana Gomes, D. Boiron, C. I. Westbrook & A. Aspect, *Hanbury Brown Twiss effect for ultracold quantum gases*, Science **310**, strana 648, 2005, preprint se može naći na arxiv.org/abs/cond-mat/0508466. J. Viana Gomes, A. Perrin, M. Schellekens, D. Boiron, C. I. Westbrook & M. Belsley, *Theory for a Hanbury Brown Twiss experiment with a ballistically expanding cloud of cold atoms*, Physical Review A **74**, strana 053607, 2006, preprint se može naći na arxiv.org/abs/quant-ph/0606147. T. Jelte, J.M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, Aspect & C. I. Westbrook, *Comparison of the Hanbury Brown-Twiss effect for bosons and fermions*, Nature **445**, strana 402, 2007, preprint se može naći na arxiv.org/abs/cond-mat/0612278. Citirano na **strani 95**.
77. Eksperiment je opisan kod E. Ramberg & G. A. Snow, *Experimental limit on a small violation of the Pauli principle*, Physics Letters B **238**, strane 438–441, 1990. Pregled ostalih eksperimentalnih

- provera dao je O.W. Greenberg, *Particles with small violations of Fermi or Bose statistics*, Physical Review D **43**, strane 4111–4120, 1991. Citirano na **strani 96**.
78. Originalna teorema nekloniranja je kod D. Dieks, *Communication by EPR devices*, Physics Letters A **92**, strane 271–272, 1982, i kod W. K. Wootters & W. H. Zurek, *A single quantum cannot be cloned*, Nature **299**, strane 802–803, 1982. Za razmatranje o fotonu i višečestičnog kloniranja videti kod N. Gisin & S. Massar, *Optimal quantum cloning machines*, Physics Review Letters **79**, strane 2153–2156, 1997. Cela tema je detaljno predstavljena kod V. Buzek & M. Hillery, *Quantum cloning*, Physics World **14**, strane 25–29, November 2001. Citirano na **strani 96**.
 79. S. J. Wiesner, *Conjugate Coding*, SIGACT News, 15, strane 78–88, 1983. Ovaj jako citirani dokumant bio je polazna tačka za teoriju kvantne informatike. Citirano na **strani 97**.
 80. Najnoviji eksperimentalni i teorijski rezultati o fizičkom kloniranju opisani su kod A. Lamas-Linares, C. Simon, J. C. Howell & D. Bouwmeester, *Experimental quantum cloning of single photons*, Science **296**, strane 712 – 714, 2002, kod D. Collins & S. Popescu, *A classical analogue of entanglement*, preprint se može naći na arxiv.org/abs/quant-ph/0107082, 2001, i kod A. Daffertshofer, A. R. Plastino & A. Plastino, *Classical no-cloning theorem*, Physical Review Letters **88**, strana 210601, 2002. Citirano na **strani 97**.
 81. E. Wigner, *On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group*, Annals of Mathematics **40**, strane 149–204, 1939. Ovaj poznati dokument prikazuje ukratko rad koji mu je kasnije doneo Nobelovu nagradu za fiziku. Citirano na **stranama 99 i 107**.
 82. Za potpun popis izotopa pogledati kod R. B. Firestone, *Table of Isotopes, Eighth Edition, 1999 Update*, sa CDROM, John Wiley & Sons, 1999. Citirano na **strani 100**.
 83. Ovo je izvedeno iz merenja $g-2$, kako je objasnio u svom govoru na dodeli Nobelove nagrade Hans Dehmelt, *Experiments with an isolated subatomic particle at rest*, Reviews of Modern Physics **62**, strane 525–530, 1990. O ovoj temi pogledati takođe njegov dokument **Ref. 66** i kod Hans Dehmelt, *Is the electron a composite particle?*, Hyperfine Interactions **81**, strane 1–3, 1993. **Nije citirano**.
 84. G. Gabrielse, H. Dehmelt & W. Kells, *Observation of a relativistic, bistable hysteresis in the cyclotron motion of a single electron*, Physical Review Letters **54**, strane 537–540, 1985. **Nije citirano**.
 85. W. Pauli, *The connection between spin and statistics*, Physical Review **58**, strane 716– 722, 1940. Citirano na **strani 105**.
 86. Trik sa opasacem popularizovali su Dirak, Fajnman i mnogi drugi. Primer je kod R. P. Feynman, *The reason for antiparticles*, in *Elementary Particles and the Laws of Physics: The 1986 Dirac Memorial Lectures*, Cambridge University Press, 1987. Trik sa opasacem, na primer, opisan je takođe na strani 1148 kod C.W. Misner, K. S. Thorne & J. A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, 1973. On se naziva trik sa makazama na strani 43, dela I od R. Penrose & W. Rindler, *Spinors and Spacetime*, 1984. On se takođe citira i razmatra kod R. Gould, *Answer to question #7*, American Journal of Physics **63**, strana 109, 1995. Ipak, nekim fizičarima se ne dopada trik sa opasacem kao ilustracija spina $1/2$ čestice; na primer, videti kod I. Duck & E. C. G. Sudarshan, *Toward an understanding of the spinstatistics theorem*, American Journal of Physics **66**, strane 284–303, 1998. Citirano na **strani 105**.
 87. M. V. Berry & J. M. Robbins, *Indistinguishability for quantum particles: spin, statistics and the geometric phase*, Proceedings of the Royal Society in London A **453**, strane 1771– 1790, 1997. Videti takođe komentare o ovom rezultatu kod J. Twamley, *Statistics given a spin*, Nature **389**, strane 127–128, 11 September 1997. Njegovi noviji rezultati su u M. V. Berry & J.M. Robbins, *Quantum indistinguishability: alternative constructions of the transported basis*, Journal of Physics A (Letters) **33**, strane L207–L214, 2000, i kod M. V. Berry & J.M. Robbins, in *Spin–Statistics*, eds. R. Hilborn & G. Tino, American Institute of Physics, 2000, strane 3–15. Videti takođe veb stranu Majkla Berija (Michael Berry) na www.phy.bris.ac.uk/people/berry_mv. Citirano na **strani 105**.
 88. R.W. Hartung, *Pauli principle in Euclidean geometry*, American Journal of Physics **47**, strane 900–910, 1979. Citirano na **strani 106**.
 89. Pitanje je obrađeno u njegovom *Summa Theologica*, u pitanju 52 u prvom delu. Kompletan tekst od nekoliko hiljada strana može se naći na veb strani www.newadvent.org/. I u današnje vreme andeolozi, kojih je samo nekoliko na svetu, slažu se sa Akvinskim. Citirano na **strani 107**.

90. Poentu da se spin može smatrati obrtanjem već je zapazio F. J. Belinfante, *On the spin angular momentum of mesons*, Physica **6**, strana 887, 1939, a ponovo je istaknuta kod Hans C. Ohanian, *What is spin?*, American Journal of Physics **54**, strane 500–505, 1986. Videti takođe E. Duran & A. Erschow, *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* **12**, strana 466, 1937. Citirano na **strani 108**.
91. Videti knjigu od Jean-Marc Lévy-Leblond & Françoise Balibar u **Ref. 4**. Citirano na **strani 110**.
92. Uopštavanje bozona i fermiona prikazano je u (ozbiljnom!) dokumantu od O.W. Greenberg, D.M. Greenberger & T. V. Greenbergest, *(Para)bosons, (para)fermions, quons and other beasts in the menagerie of particle statistics*, dostupno na arxiv.org/abs/hep-th/9306225. Novijii kratak pregled je kod O.W. Greenberg, *Theories of violation of statistics*, electronic preprint je dostupan na veb strani arxiv.org/abs/hep-th/0007054. Citirano na **strani 111**.
93. Gell-Mann je ovo napisao za 1976 Nobel Conference (ne za govor na dodeli Nobelove nagrade; on je jedini dobitnik koji ga nikad nije objavio.) M. Gell-Mann, *What are the building blocks of matter?* u D. Huff & O. Prewitt, editors, *The Nature of the Physical Universe*, New York, Wiley, 1979, strana 29. Citirano na **strani 113**.
94. Videti na primer preštampan dokument u standardnoj zbirci John A. Wheeler & Wojciech H. Zurek, *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, 1983. Citirano na **strani 113**.
95. H.D. Zeh, *On the interpretation of measurement in quantum theory*, Foundations of Physics **1**, strane 69–76, 1970. Citirano na **strani 113**.
96. Linda Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998. Izvanredan uvod u termodinamiku. Citirano na **strani 115**.
97. E. Joos & H.D. Zeh, *The emergence of classical properties through interactions with the environment*, Zeitschrift für Physik B **59**, strane 223–243, 1985. Videti takođe Erich Joos, *Decoherence and the appearance of a classical world in quantum theory*, Springer Verlag, 2003. Citirano na **strani 116**.
98. M. Tegmark, *Apparent wave function collapse caused by scattering*, Foundation of Physics Letters **6**, strane 571–590, 1993, preprint dostupan na arxiv.org/abs/gr-qc/9310032. Videti takođe njegov dokument koji pokazuje da mozak nije kvantni računar, M. Tegmark, *The importance of quantum decoherence in brain processes*, Physical Review E **61**, strane 4194–4206, 2000, preprint je dostupan na veb strani arxiv.org/abs/quant-ph/9907009. Citirano na **strani 116**.
99. Vreme dekoherencije ograničeno je sa gornje strane vremenom opuštanja. Videti kod A. O. Caldeira & A. J. Leggett, *Influence of damping on quantum interference: an exactly soluble model*, Physical Review A **31**, 1985, strane 1059–1066. Ovo je glavna literatura o uticaju dekoherencije za harmonični oscilator. Ovo je opšti pristup Nilsa Bora za povezivanje dekoherencije sa uticajem okoline i detaljno ga je istražio Hans Dieter Zeh. Citirano na **strani 117**.
100. G. Lindblad, *On the generators of quantum dynamical subgroups*, Communications in Mathematical Physics **48**, strane 119–130, 1976. Citirano na **strani 117**.
101. Wojciech H. Zurek, *Decoherence and the transition from quantum to classical*, Physics Today strane 36–44, October 1991. Jednostavan, ali ponešto konfuzan članak. Njegov odgovor na brojna pisma u Physics Today, April 1993, strane 13–15, i strane 81–90, otkriva njegove ideje na jasniji način i daje ukus žestokih rasprava o ovoj temi. Citirano na **stranama 117 i 122**.
102. John Bardeen redovno je to objašnjavao u razgovorima koji je davao pri kraju svoga života, poput one koju je autor čuo u Tokiju 1990. godine. Citirano na **strani 118**.
103. Vreme urušavanja prvi put je izmerila grupa Serge Haroche u Parizu. Videti M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maitre, A. Maali, C. Wunderlich, J.M. Raimond & S. Haroche, *Observing the progressive decoherence of the “meter” in a quantum measurement*, Physical Review Letters **77**, strane 4887– 4890, 1996. Videti takođe C. Guerlin, J. Bernu, S. Deléglise, C. Sayrin, S. Gleyzes, S. Kuhr, M. Brune, J. -M. Raimond & S. Haroche, *Progressive field-state collapse and quantum non-demolition photon counting*, Nature **448**, strane 889–893, 2007. Citirano na **stranama 118 i 127**.
104. Poslednji eksperimenti koji su potvrdili brojna predviđanja iz dekoherencije objavili su C. Monroe, D.M. Meekhof, B. E. King & D. J. Wineland, A “Schrödinger cat” superposition state of an atom, Science **272**, strane 1131–1136, 1996, W. P. Schleich, *Quantum physics: engineering decoherence*, Nature **403**, pp.256–257, 2000, C. J. Myatt, B. E. King, Q. A. Turchette, C. A. Sackett, D. Kielpinski,

- W.M. Itano, C. Monroe & D. J. Wineland, *Decoherence of quantum superpositions through coupling to engineered reservoirs*, Nature **403**, strane 269–273, 2000. Videti takode kratak pregled od W. T. Strunz, G. Alber & F. Haake, *Dekohärenz in offenen Quantensystemen*, Physik Journal **1**, strane 47–52, November 2002. Citirano na **strani 118**.
105. L. Hackermüller, K. Hornberger, B. Brezger, A. Zeilinger & M. Arndt, *Decoherence of matter waves by thermal emission of radiation*, Nature **427**, strane 711–714, 2004. Citirano na **strani 118**.
 106. K. Baumann, *Quantenmechanik und Objektivierbarkeit*, Zeitschrift für Naturforschung **25a**, strane 1954–1956, 1970. Citirano na **strani 119**.
 107. Videti na primer D. Styer, Physics Today strana 11, September 2000. Citirano na **strani 120**.
 108. David Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, 1951, strane 614–622. Citirano na **strani 121**.
 109. A. Einstein, B. Podolsky & N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of reality be considered complete?*, Physical Review **48**, strane 696–702, 1935. Citirano na **strani 121**.
 110. A. Aspect, J. Dalibard & G. Roger, *Experimental tests of Bell's inequalities using time-varying analyzers*, Physical Review Letters **49**, strane 1804–1807, 1982, Citirano na **strani 121**.
 111. G. C. Hergerfeldt, *Causality problems for Fermi's two-atom system*, Physical Review Letters **72**, strane 596–599, 1994. Citirano na **strani 121**.
 112. Eksperimentalno merenje superpozicija levog i desnog protoka struje sa 1010 elektrona izvršili su J. E. Mooij, T. P. Orlando, L. Levitov, L. Tian, C.H. van der Wal & S. Lloyd, *Josephson persistent-current qubit*, Science **285**, strane 1036–1039, 1999. Godine 2000., otkrivena je superpozicija od 1 μ A smera kazaljke sata i suprotnog; za više detalja videti kod J.R. Friedman & al., *Quantum superposition of distinct macroscopic states*, Nature **406**, strana 43, 2000. Citirano na **strani 122**.
 113. O superpoziciji magnećenja u smerovima naviše i naniže postoje brojni dokumenti. Poslednji eksperimenti o predmetu kvantnog efekta tunela u magnetnim sistemima opisali su D.D. Awschalom, J. F. Smith, G. Grinstein, D. P. DiVincenzo & D. Loss, *Macroscopic quantum tunnelling in magnetic proteins*, Physical Review Letters **88**, strane 3092–3095, 1992, i kod C. Paulsen & al., *Macroscopic quantum tunnelling effects of Bloch walls in small ferromagnetic particles*, Europhysics Letters **19**, strane 643–648, 1992. Citirano na **strani 122**.
 114. Na primer, superpozicije su posmatrali u Jozefsonovom spoju R. F. Voss & R. A. Webb, *Macroscopic quantum tunnelling in 1 mm Nb Josephson junctions*, Physical Review Letters **47**, strane 265–268, 1981, Citirano na **strani 122**.
 115. S. Haroche, *Entanglement, decoherence and the quantum-classical transition*, Physics Today **51**, strane 36–42, July 1998. Eksperiment kojim je atom postavljen istovremeno na dva mesta udaljena 80 nm, objavili su C. Monroe, C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King & D. J. Wineland, A 'Schroedinger Cat' Superposition of an Atom, Science **272**, strane 1131–1136, 1996. Citirano na **strani 122**.
 116. M. R. Andrews, C. G. Townsend, H. -J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn & W. Ketterle, *Observations of interference between two Bose condensates*, Science **275**, strane 637–641, 31 January 1997. Videti takode veb stranu www.aip.org/physnews/special.htm. Citirano na **strani 122**.
 117. Jasno razmatranje se može naći kod S. Haroche & J. -M. Raimond, *Quantum computing: dream or nightmare?*, Physics Today **49**, strane 51–52, 1996, kao i u komentarima u Physics Today **49**, strane 107–108, 1996. Citirano na **strani 123**.
 118. Najpoznatija literatura o urušavanju talasne funkcije je u poglavlju IV knjige Kurt Gottfried, *Quantum Mechanics*, Benjamin, New York, 1966. To je bila omiljena literatura Viktora Vajskopfa, koju je on citirao u svim prilikama kad je govorio o ovoj temi. Citirano na **strani 124**.
 119. Predviđanje da bi kvantni efekt tunela mogao da se zapazi kada bi disipativna interakcija s ostatkom svijeta bila dovoljno mala, potiče od Legeta; tema je pregledana u A. J. Leggett, S. Chahravarty, A. T. Dors ey, M. P. A. Fisher, A. Garg & W. Zwerger, *Dynamics of dissipative 2-state systems*, Review of Modern Physics **59**, strane 1–85, 1987. Citirano na **strani 125**.
 120. S. Kochen & E. P. Specker, *The problem of hidden variables in quantum mechanics*, Journal of Mathematics and Mechanics **17**, strane 59–87, 1967. Citirano na **strani 127**.

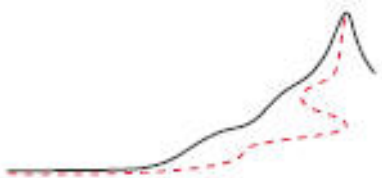
121. J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony & R. A. Holt, *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, Physical Review Letters **23**, strane 880–884, 1969. Opštiji i originalni rezultat se kalazi kod J. S. Bell, *On the Einstein Podolsky Rosen Paradox*, Physics **1**, strana 195, 1964. Citirano na **strani 128**.
122. D. M. Greenberger, M. A. Horne & A. Zeilinger, *Going beyond Bell's theorem*, postprint of the 1989, dokument je dostupan na arxiv.org/abs/0712.0912. Prvo zapažanje je od D. Bouwmeester, J. -W. Pan, M. Daniell, H. Weinfurter & A. Zeilinger, *Observation of three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement*, preprint dostupan na arxiv.org/abs/quant-ph/9810035. Citirano na **strani 128**.
123. Bryce de Witt & Neill Graham, eds., *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, 1973. Ovaj prikaz govori o predmetima koji se ne mogu zapažati, naime o više svetova i čestu pretpostavku da postoji talasna funkcija svemira. Obe navike su uverenja i suprotna činjenicama. Citirano na **strani 129**.
124. "S druge strane, mislim da mogu slobodno reći da niko ne razume kvantnu mehaniku." je od Richard P. Feynman, *The Character of Physical Law*, MIT Press, Cambridge, 1965, strana 129. On je neprestano ponavljao ovu rečenicu, na primer, u uvodu u njegovu, inače sjajnu knjigu, *QED – The Strange Theory of Light and Matter*, Penguin Books, 1990. Citirano na **strani 130**.
125. M. Tegmark, *The importance of quantum decoherence in brain processes*, Physical Review D **61**, strane 4194–4206, 2000, ili takođe na arxiv.org/abs/quant-ph/9907009. Citirano na **strani 130**.
126. Veza između kvantne teorije i teorije informacija može da se prati u International Journal of Quantum Information. Citirano na **strani 131**.
127. J. A. Wheeler, strane 242–307, u *Batelle Recontres: 1967 Lectures in Mathematics and Physics*, C. DeWitt & J. A. Wheeler, editori, W.A. Benjamin, 1968. Za pedagoška objašnjenja videti John W. Norbury, *From Newton's laws to the Wheeler-DeWitt equation*, Može se videti na veb strani arxiv.org/abs/physics/980604 ili European Journal of Physics **19**, strane 143–150, 1998. Citirano na **strani 132**.
128. Najcenjenija knjiga o ovoj temi je od Kurt Nassau, *The Physics and Chemistry of Color – the Fifteen Causes of Color*, 1983, i divna veb strana webexhibits.org/causesofcolour. Citirano na **strani 133**.
129. Y. Ruiz-Morales & O. C. Mullins, *Measured and Simulated Electronic Absorption and Emission Spectra of Asphaltenes*, Energy & Fuels **23**, strane 1169–1177, 2009., kao i U. Bergmann, H. Groenzin, O. C. Mullins, P. Glatzel, J. Fetzer & S. P. Cramer, *Carbon K-edge X-ray Raman spectroscopy supports simple, yet powerful description of aromatic hydrocarbons and asphaltenes*, Chemical Physics Letters **369**, strane 184–191, 2003. Citirano na **strani 133**.
130. Dva izvanredna prikaza sa brojnim fotografijama su od E. Grotewohl, *The genetics and biochemistry of floral pigments*, Annual Reviews of Plant Biology **57**, strane 761–780, 2006, i od Y. Tanaka, N. Sasaki & A. Ohmiya, *Biosynthesis of plant pigments: anthocyanins, betalains and carotenoids*, The Plant Journal **54**, strane 733–749, 2008. Citirano na **strani 139**.
131. L. Pérez-Rodríguez & J. Vinuda, *Carotenoid-based bill and eye coloration as honest signals of condition: an experimental test in the red-legged partridge (Alectoris rufa)*, Naturwissenschaften **95**, strane 821–830, 2008, Citirano na **strani 139**.
132. R. Pello, D. Schaerer, J. Richard, J. -F. Le Borgne & J. -P. Kneib, *ISAAC/VLT observations of a lensed galaxy at $z=10.0$* , Astronomy and Astrophysics **416**, strana L35, 2004. Citirano na **strani 141**.
133. Pedagoški uvod je dat kod L. J. Curtis & D. G. Ellis, *Use of the Einstein– Brillouin–Keller action quantization*, American Journal of Physics **72**, strane 1521–1523, 2004. Videti takođe uvod kod A. Klein, *WKB approximation for bound states by Heisenberg matrix mechanics*, Journal of Mathematical Physics **19**, strane 292–297, 1978. Citirano na **stranama 142 i 145**.
134. J. Neukammer & al., *Spectroscopy of Rydberg atoms at $n \sim 500$* , Physical Review Letters **59**, strane 2947–2950, 1987. Citirano na **strani 143**.
135. Mark P. Silverman, *And Yet It Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press 1993. Divna knjiga od stručnjaka za kretanje. Citirano na **stranama 144 i 150**.

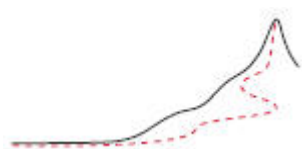
136. Ovo je objasnio J. D. Hey, *Mystery error in Gamow's Tompkins reappears*, Physics Today strane 88–89, May 2001. Citirano na **strani 143**.
137. Divan eksperiment je prvi objavio A. S. Stodolna, A. Rouzée, F. Lépine, S. Cohen, F. Robicheaux, A. Gijsbertsen, J. H. Jungmann, C. Bordas & M. J. J. Vrakking, *Hydrogen atoms under magnification: direct observation of the nodal structure of Stark states*, Physical Review Letters **110**, strana 213001, 2013. Citirano na **stranama 144 i 145**.
138. L.L. Foldy, *The electromagnetic properties of Dirac particles*, Physical Review **83**, strane 688–693, 1951. kao i L.L. Foldy, *The electron–neutron interaction*, Physical Review **83**, strane 693–696, 1951., zatim L.L. Foldy, *Electron–neutron interaction*, Review of Modern Physics **30**, strane 471–481, 1952. Citirano na **strani 146**.
139. H. Euler & B. Kockel, *Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie*, Naturwissenschaften **23**, strane 246–247, 1935, kao i H. Euler, *Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie*, Annalen der Physik **26**, strana 398, 1936, zatim W. Heisenberg & H. Euler, *Folgerung aus der Diracschen Theorie des Electrons*, Zeitschrift für Physik **98**, strane 714–722, 1936. Citirano na **strani 148**.
140. Pogledati jednostavno objašnjenje kod L. J. F. Hermans, *Blue skies, blue seas*, Europhysics News **37**, strana 16, 2006, i detaljno objašnjenje kod C. L. Braun & S. N. Smirnov, *Why is water blue?*, Journal of Chemical Education **70**, strane 612–614, 1993. Citirano na **strani 149**.
141. Za atomski slučaj videti kod P. L. Gould, G. A. Ruff & D. E. Pritchard, *Diffraction of atoms by light: the near resonant Kapitza–Dirac effect*, Physical Review Letters **56**, strane 827–830, 1986. Mnogi rani eksperimentalni pokušaji da se posmatra difrakcija elektrona svetlom, naročito oni iz 1980-ih, bili su kontroverzni; većina je pokazala samo izobličenje elektrona, kako je to objasnilo H. Batelaan, Contemporary Physics **41**, strana 369, 2000. Kasnije su on i njegova grupa izveli najnoviji i najspektakularniji eksperiment, pokazujući pravu difrakciju, uključujući efekte interferencije; to je opisano kod D. L. Freimund, K. Aflatoon & H. Batelaan, *Observation of the Kapitza–Dirac effect*, Nature **413**, strane 142–143, 2001. Citirano na **strani 150**.
142. Laser sa jednim atomom izgradili su 1994. godine K. An, J. J. Childs, R. R. Dasari & M. S. Feld, *Microlaser: a laser with one atom in an optical resonator*, Physical Review Letters **73**, strana 3375, 1994. Citirano na **strani 150**.
143. Uvod je dat kod P. Pinkse & G. Rempe, *Wie fängt man ein Atom mit einem Photon?*, Physikalische Blätter **56**, strane 49–51, 2000. Citirano na **strani 150**.
144. J. P. Briand & al., *Production of hollow atoms by the excitation of highly charged ions in interaction with a metallic surface*, Physical Review Letters **65**, strane 159–162, 1990. Videti takode kod G. Marowsky & C. Rhodes, *Hohle Atome und die Kompression von Licht in Plasmakanälen*, Physikalische Blätter **52**, strane 991–994, Oktober 1996. Citirano na **strani 150**.
145. G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio & B. Odom, *New determination of the fine structure constant from the electron g value and QED*, Physical Review Letters **97**, strana 030802, 2006. Citirano na **strani 151**.
146. A. Sommerfeld, *Zur Quantentheorie der Spektrallinien*, Annalen der Physik **51**, strane 1–94, 1916, i njegov nastavak pod istim naslovom, strane 125–167 u istom delu. Konstanta fine strukture uvedena je u prvom dokumentu, ali je Sommerfeld objasnio da je dokument prepis govora kojeg je držao 1915. godine. Citirano na **strani 151**.
147. Wolfgang Pauli, *Exclusion principle and quantummechanics*, Nobel lecture, 13 December 1946, in *Nobel Lectures, Physics*, Volume 3, 1942–1962, Elsevier, 1964. Citirano na **strani 151**.
148. Informativni pristup u svet psihokineze i paranormalnog dao je poznati profesionalni mađioničar James Randi, *Flim-flam!*, Prometheus Books, Buffalo 1987, kao i u nekoliko njegovih ostalih knjiga. Videti takode veb stranu web.randi.org/. Citirano na **strani 155**.
149. *Le Systeme International d'Unités*, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310, Sevres, France. Svi novi događaji vezani za SI jedinice objavljeni su u časopisu *Metrologia*, kojeg uređuje isto telo. BIPM je pokrenuo veb stranu tek u 1998. godini, pokazujući spori napredak stare institucije; sada je veb strana dostupna na www.bipm.fr/. Videti takode veb stranu www.uct.fr/~tthomass/Themes/Unites/index.html; tu su obuhvaćene i biografije

ljudi po kojima su razne jedinice mera dobile naziv. Veb strana na engleskom jeziku, slična njoj je www.npl.co.uk/npl/reference, i mnogo je bolja; ona daje više detalja kao i verzije definicija SI jedinica na engleskom jeziku. Citirano na **strani 159**.

150. Sveto pismo u oblasti merenja **vremena** je dvotomno delo od J. Vanier & C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989. Popularan pristup je dat kod Tony Jones, *Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000. Rečnik pojmova koji se koriste u ovoj oblasti dat je na veb strani opdaf1.obspm.fr/www/lexique.html. Za precizna merenja **dužina** alati za izbor su specijalni laseri, kao što su laseri sinhronizacijskog moda i češalj učestanosti. Postoji ogromna literatura po ovoj temi. Isto tako je ogromna literatura za precizna merenja **električne struje**; postoji utrkivanje za najbolji način da se to izvrši: prebrojavanjem naelektrisanja ili merenjem magnetnih sila. Ovo pitanje još uvek je otvoreno. Za merenje **mase** i **atomske mase** videti u **Vol. II, strana 59**. Za precizna merenja **temperature** videti u **Vol. I, strana 407**. Citirano na **strani 159**.
151. Neslužbene SI prefikse prvi je predložio 1990-ih godina Jeff K. Aronson, University of Oxford, a možda će ući u opštu upotrebu u budućnosti. Videti u New Scientist **144**, strana 81, 3 December 1994. Postoje i drugi, manje ozbiljni predlozi. Citirano na **strani 161**.
152. Za više detalja o elektromagnetnom sistemu mernih jedinica, videti standardni tekst od John David Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd edition, Wiley, 1998. Citirano na **strani 163**.
153. D. J. Bird & al., *Evidence for correlated changes in the spectrum and composition of cosmic rays at extremely high energies*, Physical Review Letters **71**, strane 3401–3404, 1993. Citirano na **strani 163**.
154. P. J. Hakonen, R. T. Vuorinen & J. E. Martikainen, *Nuclear antiferromagnetism in rhodium metal at positive and negative nanokelvin temperatures*, Physical Review Letters **70**, strane 2818–2821, 1993. Videti takođe njegov članak u Scientific American, January 1994. Citirano na **strani 164**.
155. A. Zeilinger, *The Planck stroll*, American Journal of Physics **58**, strana 103, 1990. Možete li naći drugi sličan primer? (**Izazov 203e**) Citirano na **strani 164**.
156. Pregled ovog očaravajućeg rada dao je J. H. Taylor, *Pulsar timing and relativistic gravity*, Philosophical Transactions of the Royal Society, London A **341**, strane 117–134, 1992. Citirano na **strani 164**.
157. Najprecizniji časovnik izgrađen 2004, časovnik sa fontanom cezijuma, imao je preciznost jedan deo na 10¹⁵. Veću preciznost koja bi se mogla postići ubrzo, predvideo je između ostalih M. Takamoto, F. -L. Hong, R. Higashii & H. Katori, *An optical lattice clock*, Nature **435**, strane 321–324, 2005. Citirano na **strani 164**.
158. J. Bergquist, ed., *Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology*, World Scientific, 1997. Citirano na **strani 164**.
159. Videti informaciju o D_s^+ mezonima iz grupe podataka čestice na veb strani pdg.web.cern.ch/pdg. Citirano na **strani 164**.
160. O dugovečnosti tantalijuma 180, videti kod D. Belic & al., *Photoactivation of ¹⁸⁰Ta^m and its implications for the nucleosynthesis of nature's rarest naturally occurring isotope*, Physical Review Letters **83**, strane 5242–5245, 20 December 1999. Citirano na **strani 164**.
161. Videti pregled kod L. Ju, D. G. Blair & C. Zhao, *The detection of gravitational waves*, Reports on Progress in Physics **63**, strane 1317–1427, 2000. Citirano na **strani 164**.
162. Videti jasan i opširan dokument od G. E. Stedman, *Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Reports on Progress in Physics **60**, strane 615–688, 1997. Citirano na **strani 164**.
163. Razni pojmovi su čak i tema posebnog međunarodnog standarda, ISO 5725, pod naslovom *Accuracy and precision of measurement methods and results*. Dobar uvod je od John R. Taylor, *An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997. Citirano na **strani 165**.
164. P. J. Mohr, B.N. Taylor & D. B. Newell, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010*, preprint je dostupan na veb strani arxiv.org/abs/1203.5425. Ovo je skup konstanti

- koji su rezultat međunarodnog prilagođavanja i preporučuje se za međunarodnu upotrebu od strane Komiteta za podatke za nauku (CODATA - Committee on Data for Science and Technology), telo u Međunarodnom savetu sindikata naučnika sindikata (International Council of Scientific Unions), koje okuplja Međunarodnu uniju čiste i primenjene fizike (Union of Pure and Applied Physics - IUPAP), Međunarodnu uniju čiste i primenjene hemije (Union of Pure and Applied Chemistry IUPAC) i druge organizacije. Veb strana IUPAC je www.iupac.org. Citirano na **strani 166**.
165. Neke od ovih priča mogu se naći u tekstu od N.W.Wise, *The Values of Precision*, Princeton University Press, 1994. Oblast merenja velike preciznosti iz kojih potiču podaci u ovoj knjizi, svet je za sebe. Dobar uvod je kod J.D. Fairbanks, B. S. Deaver, C.W. Everitt & P. F. Michaelson, eds., *Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988. Citirano na **strani 166**.
 166. Za detalje videti dobro poznatu astronomsku literaturu od P. Kenneth Seidelmann, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992. Citirano na **strani 170**.
 167. Videti odgovarajuću literaturu u prvom delu. Citirano na **strani 172**.
 168. Dobra literatura je *Encyclopedia of Mathematics*, sastavljena od 10 delova, Kluwer Academic Publishers, 1988–1993. Ona objašnjava većinu pojmova koji se koriste u matematici. Utrošak nekoliko sati uz nju je efikasan način da se stekne uvid u svaki deo matematike, posebno u rečnik i glavne povezanosti. Suprotan pristup, koji čini stvari što je moguće komplikovanim, dat je u divnom tekstu od Carl E. Linderholm, *Mathematics Made Difficult*, 1971. Citirano na **strani 173**.
 169. Divan uvod u brojne sisteme matematici, uključujući hiperrealne (ili nestandardne) brojeve kvaterniona, oktonione, p-adične i surealne brijeve je knjiga od Heinz-Dieter Ebbinghaus, Hans Hermes, Friedrich Hirzebruch, Max Koecher, Klaus Mainzer, Jürgen Neukirch, Alexander Prestel & Reinhold Remmert, *Zahlen*, 3rd edition, Springer Verlag, 1993. Ona je dostupna i na engleskom jeziku pod nazivom *Numbers*, Springer Verlag, 1990. Citirano na stranama **174**, **181**, i **182**.
 170. Za knjigu o tome kako se koriste hiperrealni brojevi u srednjim školama, videti kod Helmut Wunderling, *Analysis als Infinitesimalrechnung*, Duden Paetec Schulbuchverlag, 2007. Citirano na **strani 182**.
 171. A. Waser, *Quaternions in Electrodynamics*, 2001. Tekst može da se učitava u računar sa raznih veb strana. Citirano na stranama **176** i **179**.
 172. L. Altman, *Rotations, Quaternions and Double Groups*, Clarendon Press, 1986, kao i takode S. L. Altman, *Hamilton, Rodriguez and the quaternion scandal*, *Mathematical Magazine* **62**, strane 291–308, 1988. Videti takode J. C. Hart, G. K. Francis & L.H. Kauffman, *Visualizing quaternion rotation*, *ACM Transactions on Graphics* **13**, strane 256–276, 1994. Ova poslednja može da se učitava u računar sa više veb strana na internetu. Citirano na **strani 178**.
 173. Videti dobru knjigu od Louis H. Kauffman, *Knots and Physics*, World Scientific, 2nd edition, 1994, koja daje jasan i vidljiv uvod u matematiku čvorova i njenoj glavnoj primeni u fizici. Citirano na **strani 178**.
 174. Gausovi celi brojevi objašnjeni su kod G. H. Hardy & E.M. Wright, *An Introduction to the Theory of Numbers*, 5th edition, Clarendon Press, Oxford, 1979, u odeljku 12.2 “The Rational Integers, the Gaussian Integers, and the Integers”, strane 178–180 i odeljku 12.6 “Properties of the Gaussian Integers” strane 182–183. Za izazove koji su u vezi sa Gausovim celim brojevima pogledajte veb stranu www.mathpuzzle.com/Gaussians.html. Citirano na **strani 181**.
 175. O transkonačnim brojevima pogledajte izvanrednu knjigu u mekom povezu od Rudy Rucker, *Infinity and the Mind – the Science and Philosophy of the Infinite*, Bantam, 1983. Citirano na **strani 181**.
 176. E. I. Butikov, *The rigid pendulum – an antique but evergreen physical model*, *European Journal of Physics* **20**, strane 429–441, 1999. Takode i D. Easton, *The quantummechanical tipping pencil a caution for physics teachers*, *European Journal of Physics* **28**, strane 1097–1104, 2007, Citirano na **strani 187**.





ZASLUGE

PRIZNANJA

Mnogi ljudi koji su sačuvali svoj dar radoznalosti, pomogli su da se ovaj projekat ostvari. Pre svega, Saverio Pascasio bio je – prisutan ili ne – stalna referenca za ovaj projekat. Fernand Mayne, Anna Koolen, Ata Masafumi, Roberto Crespi, Serge Pahaut, Luca Bombelli, Herman Elswijk, Marcel Krijn, Marc de Jong, Martin van derMark, Kim Jalink, moji roditelji Peter i Isabella Schiller, Mike vanWijk, Renate Georgi, Paul Tegelaar, Barbara i Edgar Augel, M. Jamil, Ron Murdock, Carol Pritchard, Richard Hoffman, Stephan Schiller, Franz Aichinger i, pre svih, moja supruga Britta pružili su mi vredne savete i ohrabrenja.

Mnogi ljudi su pomogli u projektu i prikupljanju materijala. Najkorisnija je bila pomoć od Mikael Johansson, Bruno Barberi Gnecco, Lothar Beyer, brojna poboljšanja od Berta Sierre, detaljne predloge Claudia Farinatija, mnoga poboljšanja od Erica Sheldona, detaljne predloge Andrew Young-a, stalna pomoć i saveti Jonatana Kelu, ispravke Elmara Bartela, a posebno obimnu, strastvenu i savesnu pomoć Adrian Kubale.

Važan materijal su pružili Bert Peeters, AnnaWierzbicka, William Beaty, Jim Carr, John Merrit, John Baez, Frank DiFilippo, Jonathan Scott, Jon Thaler, Luca Bombelli, Douglas Singleton, George McQuarry, Tilman Hausherr, Brian Oberquell, Peer Zalm, Martin van der Mark, Vladimir Surdin, Julia Simon, Antonio Fermani, Don Page, Stephen Haley, Peter Mayr, Allan Hayes, Norbert Dragon, Igor Ivanov, Doug Renselle, Wimde Muynck, Steve Carlip, Tom Bruce, Ryan Budney, Gary Ruben, Chris Hillman, Olivier Glassey, Jochen Greiner, Squark, Martin Hardcastle, Mark Biggar, Pavel Kuzin, Douglas Brebner, Luciano Lombardi, Franco Bagnoli, Lukas FabianMoser, Dejan Corović, Paul Vannoni, John Haber, Saverio Pascasio, Klaus Finkenzeller, Leo Volin, Jeff Aronson Boone, Lawrence Tuppen, Quentin David Jones, Arnaldo Uguzzoni, Frans van Nieuwpoort, Alan Mahoney, Britta Schiller, Petr Daneček, IngoThies, Vitaliy Solomatin, Carl Offner, Nuno Proenca, Elena Colazingari, Paula Henderson, Daniel Darre, Wolfgang ang Rankl, John Heumann, Joseph Kiss, Martha Weiss, Antonio Gonzalez, Antonio Martos, Andre Slabber, Ferdinand Bautista, Zoltan Gacsi, Pat Furrie, Michael Reppisch, Enrico Pasi, Thomas Koppe, Martin Rivas, Herman Beeksmas, Tom Helmond, John Brandes, Vlad Tarko, Nadia Murillo, Ciprian Dobra, Romano Perini, Harald van Lintel, Andrea Conti, Francois Belfort, Dirk Van de Moortel, Heinrich Neumaier, Jarosław Krolkowski, John Dahlman, Fathi Namouni, Paul Townsend, Sergei Emelin, Freeman Dyson, SR Madhu Rao, David Parks, Jurgen Janek, Daniel Huber, Alfons Buchmann, William Purves, Pietro Redondi, Damoon Saghian, Frank Sweetser, Markus Zecherle, Zach Joseph Espiritu, Marian Denes, Miles Mutka, kao i velik broj ljudi koji su želeli da ostanu nepomenuti.

Softverski alati su usavršavani uz obimnu pomoć za fontove i slaganje od strane Michaela Zedlera i Achima Blumensatha i uz ponavljanu i vrednu podršku Donalda Arseneaua; pomoć je došla i od Ulrike Fischer, Piet van Oostrum, Gerben Wierda, Klaus Bohncke, Craig Upright, Herbert Voss, Andrew Trevorrow, Danie Els, Heiko Oberdiek, Sebastian Rahtz, Don Story, Vincent Darley, Johan Linde, Joseph Hertzlinger, Rick Zaccane, John Warkentin, Ulrich Diez, Uwe Siart, Will Robertson, JosephWright, Enrico Gregorio, Rolf Niepraschk, Alexander Grahn, Werner Fabian i Karl Koller.

Slog i dizajniranje knjiga rezultat je profesionalnih saveta Ulricha Dirra. Slog je znatno poboljšan uz pomoć Johannes Kustera i njegovog fonta Minion Math. Dizajn knjige i njena veb strana duguju mnogo sugestijama i podršci moje supruge Britte.

Takođe se zahvaljujem zakonodavcima i poreskim obveznicima u Nemačkoj, gde je, nasuprot drugim zemljama, dopušteno stanovnicima da koriste lokalne univerzitetske biblioteke. Od 2007. do 2011. godine elektronsko izdanje i distribuciju teksta Planina Kretanja velikodušno je podržavala Fondacija Klaus Čira (Klaus Tschira Foundation).

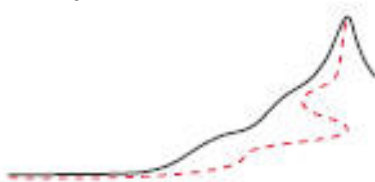
PRIZNANJA ZA FILM

Prikaz orbite i animacija vodonika na **slici 40** napravljen je sa podržanom kopijom iz softverskog paketa *Atom in a Box* Dean Dauger, dostupnog na veb strani daugerresearch.com/index.shtml. Animacije u boji na **slici 44**, **slici 46**, **slici 47**, **slici 52**, **slici 55**, **slici 83** i **slici 84** su autorsko pravo i ljubaznost Bernd Thaller; one mogu da se nadju na njegovoj divnoj veb strani vqm.uni-graz.at/ i na CD-u koji dolazi uz dve divne knjige, Bernd Thaller, *Visual Quantum Mechanics* Springer, 2000, i Bernd Thaller, *Advanced Visual Quantum Mechanics* Springer, 2004. Ove knjige su nešta najbolje što može da se pročita kako bi se dobilo intuitivno razumevanje talasnih funkcija i njihovog razvoja. Animacija trika sa opasacem na **slici 63** je autorsko pravo i ljubaznost Greg Egan; ona može da se nadje na njegovoj veb strani www.gregegan.net/APPLETS/21/21.html. Lepe animacije trika sa opasacem na **slici 62** i divna, a do sada jedinstvena animacija, razmene fermiona na **slici 68** su autorsko pravo i ljubaznost Antonio Martos. One mogu da se nađu na vimeo.com/62228139 i vimeo.com/62143283.

PRIZNANJA ZA SLIKE

Fotografija istočne padine vrha Langtang Lirung i Nepalskim Himalajima, prikazana na prednjim koricama, je ljubaznost i autorsko pravo Kevin Hite i nalazi se na njegovom blogu thegettingthere.com. Fotografija svetlećeg crva na **strani 9** je autorsko pravo i ljubaznost John Tyler, a nalazi se na njegovoj lepoj veb strani www.johntyler.co.uk/gwfacts.htm. Fotografija staklenog leptira na **slici 2** je autorsko pravo i ljubaznost Linda de Volder i nalazi se na njenoj veb strani www.flickr.com/photos/lindadevolder. Fotografija prozora u vozu na **slici 12** je autorsko pravo i ljubaznost Greta Mansour i nalazi se na njenoj veb strani www.flickr.com/photos/wireful/. Grafika spektra boja na **slici 15** je autorsko pravo i ljubaznost Andrew Young i objašnjena na njegovoj veb strani mintaka.sdsu.edu/GF/explain/optics/rendering.html. Slike fotografskog filma na **slici 16** su autorsko pravo i ljubaznost Rich Evans. Prikazi umnoživača fotona na **slici 17** su autorsko pravo i ljubaznost Hamamatsu Photonics. Prikaz eksperimenta interferencije fotona na niskoj energiji na **slici 18** su autorsko pravo Delft University of Technology, ljubaznost Sylvania Pereira, a nalaze se na veb strani www.optica.tn.tudelft.nl/education/photons.asp. Fotografija aparata Komptonovog efekta na **slici 20** uzeta je od Helene Hoffmann i ljubaznost je Arne Gerdes sa University of Göttingen; nalazi se na veb strani za učenje fizike lp.uni-goettingen.de/get/start/. Grafik na **slici 22** je ljubaznost i autorsko pravo Rüdiger Paschotta i nalazi se u njegovoj divnoj i besplatnoj enciklopediji lasera na veb strani www.rp-photonics.com. Fotografija interferometra Mach–Zehnder na **slici 23** je autorsko pravo i ljubaznost Félix Dieu i Gaël Osowiecki i nalazi se na njihovim veb stranama www.flickr.com/photos/felixdieu/sets/72157622768433934/ i www.flickr.com/photos/gaeloso/sets/72157623165826538/. Fotografija na **slici 24** je autorsko pravo i ljubaznost John Davis. Prikaz interferencije na teleskopskom ogledalu na **slici 28** je autorsko pravo i ljubaznost Mel Bartels i nalazi se na njegovoj veb strani www.bbastrodesigns.com. Prikaz mrlje lasera je autorsko pravo i ljubaznost Epzcaw i nalazi se u Wikimedia Commons. Na **slici 29**, uzorci interferencije iza dvostrukog proreza su autorsko pravo i ljubaznost Dietrich Zawischa i nalaze se na njegovoj veb strani lepote i nauke www.itp.uni-hannover.de/~zawischa. Slika interferencije Gausovih zraka je autorsko pravo i ljubaznost Rüdiger Paschotta i nalaze se u njegovoj besplatnoj enciklopediji lasera na veb strani www.rp-photonics.com/. Fotografija plavog neba na **slici 35** je ljubaznost i autorsko pravo Giorgio di Iorio, a nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/gioischia/. Prikaz eksperimenta sa kontaktom žica na **slici 37** je ljubaznost i autorsko pravo José Costa-Krämer i AAPT. Poznata fotografija prelamanja elektrona na **slici 38** je autorsko pravo i ljubaznost Claus Jönsson. Skoro potpuno poznat prikaz koji pokazuje kako se ostvaruje prelamanje elektrona na **slici 39** je ljubaznost i autorsko pravo Tonomura Akira/Hitachi: on se nalazi na veb strani www.hqrd.hitachi.co.jp/em/doubleslit.cfm. Prikaz vodonika na **slici 43** je ljubaznost i autorsko pravo Peter Eyland. Fotografije efekta Aharonov–Bohm na **slici 51** su autorsko pravo i ljubaznost Doru Cuturela. Slike molekula DNK na **slici 54** su autorsko pravo i ljubaznost Hans-Werner Fink i korišćene su uz dopuštenje Wiley VCH. Slike eksperimenta grupisanja i antigrupisanja ^3He i ^4He na **slici 59** su iz veb strane [website atomoptic.iota.u-psud.fr/research/helium/helium.html](http://atomoptic.iota.u-psud.fr/research/helium/helium.html) i ljubaznost i autorsko pravo Denis Boiron Jerome Chatin. Fotografija istopljenog metala u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Graela i nalazi se na veb strani www.flickr.com/photos/alaig. Fotografija prskalice u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Sarah Domingos i nalazi se na njenoj veb strani www.flickr.com/. Fotografija jezgra reaktora u **Tabeli 7** je ljubaznost NASA i nalazi se na veb strani grin.hq.nasa.gov/. Fotografije svetiljki sa pražnjenjem u gasu u **Tabeli 7** su ljubaznost i autorsko pravo Pslawinski i nalaze se na veb strani www.wikimedia.org. Fotografija aurore u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Jan Curtis i nalaze se u njegovoj veb strani climate.gi.alaska.edu/Curtis/curtis.html. Fotografija plamenova u boji u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Philip Evans i nalaze se na njegovoj veb strani www.community.webshots.

com/user/hydrogen01. Fotografija ledenog brega u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Marc Shandro i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/mshandro. Fotografija malahita u **Tabeli 7** je autorsko pravo i ljubaznost Stephan Wolfsried i nalazi se na veb strani www.mindat.org. Fotografija sloja katodne cevi u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Planemad i nalazi se na veb strani www.wikimedia. Fotografije minerala u **Tabeli 7** i kasnije su autorsko pravo i ljubaznost Rob Lavinsky www.irocks.com/, a uzete su iz njegove velike i lepe zbirke na www.mindat.org/photo-49529.html. Fotografija narcisa u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Thomas Lüthi i nalazi se na njegovoj veb strani www.tiptom.ch/album/blumen/. Fotografija prsta sa kapljicom krvi u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Ian Humes i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/ianhumes. Fotografija bobica u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Nathan Wall i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/ozboi-z. Fotografija crvenokose žene u **Tabeli 7** je od dusdin i ljubaznost Wikimedia. Retka fotografija žive ribe udičarke u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Steve Haddock i nalazi se na njegovoj veb strani www.lifesci.uscb.edu/~biolum/. Fotografija magnetita u **Tabeli 7** je autorsko pravo i ljubaznost Stephan Wolfsried i nalazi se na veb strani www.mindat.org/photo-49529.html. Fotografija pustinje u **Tabeli 7** je autorsko pravo Evelien Willemsen, ljubaznost Raf Verbeelen i nalazi se na veb strani www.flickr.com/photos/verbeelen. Fotografija tenor saksofona u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Selmer na www.selmer.fr. Fotografija cinkoksida u **Tabeli 7** je od Walkerma i ljubaznost Wikimedia. Fotografija fluorescenih tačaka u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Andrey Rogach, Center for Nanoscience, München. Fotografija cirkonijuma u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Gregory Phillips i nalazi se na veb strani commons.wikimedia.org/wiki/Main_Page. Zalazak Sunca u Tokiu u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Altus Plunkett i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/altus. Fotografija plavog kvarca u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo 2008 David K. Lynch i nalazi se na njegovoj veb strani www.thulescientific.com. Fotografija Sneška u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Andreas Kostner i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/bytesinmotion. Povećana plava otrovna žaba u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Lee Hancock i nalazi se na veb strani www.treewalkers.org/. Fotografija čaše od rubinskog stakla u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Murano Glass Shop i nalazi se na njihovoj veb strani murano-glass-shop.it/. Fotografija prstenastog lasera sa proizvodnjom drugog harmonika u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Jeff Sherman i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/fatllama. Fotografija školjke uho Sv. Petra u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Anne Elliot i nalazi se na njoj veb strani www.flickr.com/photos/annkelliot. Fotografija boje usled polarizacije u **Tabeli 7** je autorsko pravo Nevit Dilmen i ljubaznost Wikimedia. Fotografija malard patke u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Simon Griffith i nalazi se na njegovoj veb strani www.pbase.com/simon2005. Fotografija opala u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Opalsnopals i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com. Fotografija kondenzacije iza aviona u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Franz i nalazi se na njegovoj veb strani epod.usra.edu/. Fotografija CD u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Alfons Reichert i nalazi se na njegovoj veb strani www.chemiephysikskripte.de/artikel/cd.htm. Uzorak tečnog kristala u **Tabeli 7** je ljubaznost i autorsko pravo Ingo Dierking i Wiley/VCH; on se nalazi u divnoj knjigi od Ingo Dierking, *Textures of Liquid Crystals*, Wiley-VCH, 2003. Videti takođe njegovu veb stranu reynolds.ph.man.ac.uk/people/staff/dierking/gallery. Izmeren spektar boja na **slici 77** je autorsko pravo i ljubaznost Nigel Sharp, NOAO, FTS, NSO, KPNO, AURA i NSF. Fotografija pražnjenja u vodoniku na **slici 78** je autorsko pravo i ljubaznost Jürgen Bauer i nalazi se na njegovoj lepoj veb strani www.smart-elements.com. Prikazi orbita u vodoniku na **slici 80** je ljubaznost of Wikimedia. Slike atomske strukture čvorova na **slici 81** je ljubaznost Aneta Stodolna i autorsko pravo i ljubaznost American Physical Society; oni se nalaze na veb strani journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.110.213001. Grafici stisnutog stanja svetlosti na **slici 90** su ljubaznost G. Breitenbach i S. Schiller i autorsko pravo Macmillan. Istorijski porteti fizičara u tekstu su iz javnih oblasti, osim ako je to pomenuto. Fotografija na zadnjoj stranici, gušter basilisk koji trči po vodi, je ljubaznost i autorsko pravo belgijske grupe TERRA vzw i nalazi se na njihovoj veb strani www.terravzw.org. Svi crteži su autorsko pravo Christoph Schiller. Ukoliko posumnjate da vaše autorsko pravo nije tačno navedeni ili dobijeno, to nije učinjeno s namerom; molim vas da me obavestite o takvom slučaju.



PLANINA KRETANJA

Pustolovina fizike – Vol. IV

Kvant promene

Kako možemo da vidimo pojedinačne fotone?

Kako se boje pojavljuju u prirodi?

Šta znači “kvant”?

Kakve su opasnosti od konzerve pasulja?

Zašto su nemoguća Guliverova putovanja?

Da li je vakuum prazan?

Koji je povod raspada?

Zašto je priroda nasumična?

Da li postoje savršene mašine za kopiranje?



Odgovarajući na ova i ostala pitanja o kretanju,
ova serija knjiga daje zanimljiv i mozgoloman
uvod u savremenu fiziku – koji je
iznenađujuć i izazovan na svakoj stranici.
Polazeći od svakodnevnog života, pustolovina daje
pregled savremenih rezultata u mehanici,
toploti, elektromagnetizmu, relativnosti,
kvantnoj fizici i objedinjavanju

Christoph Schiller, PhD Université Libre de Bruxelles,
fizičar je i popularizator fizike. Napisao je ovu
knjigu za svoju decu i za sve studente, predavače i
čitaoce koji se interesuju za fiziku, nauku o kretanju.

Pdf datateka je dostupna besplatno na

www.motionmountain.net

