

Qu'est-ce que les mathématiques ? PDF

Richard Courant



Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Qu'est-ce que les mathématiques ?

Redécouvrir l'essence et la beauté des mathématiques.

Écrit par Bookey

[En savoir plus sur le résumé de Qu'est-ce que les mathématiques ?](#)

[Écouter Qu'est-ce que les mathématiques ? Livre audio](#)

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



[Écoute-le](#)

À propos du livre

Depuis plus de deux millénaires, une bonne maîtrise des mathématiques est essentielle pour tout individu cultivé. D'où un problème pressant : l'approche éducative des mathématiques s'est de plus en plus tournée vers la mémorisation par cœur, favorisant une compréhension superficielle plutôt qu'un véritable engagement intellectuel. Dans l'édition mise à jour de l'œuvre fondatrice de Richard Courant et Herbert Robbins, **Qu'est-ce que les mathématiques ?**, cette préoccupation est abordée directement. Destinée à un public varié — des étudiants et des éducateurs aux philosophes et ingénieurs — cette compilation captivante revisite la beauté et la profondeur des mathématiques. Allant des nombres naturels et des constructions géométriques à la topologie et au calcul, elle invite les lecteurs à apprécier les mathématiques comme une discipline cohérente et vivante, plutôt que comme de simples exercices de résolution de problèmes. Avec des chapitres qui peuvent être explorés indépendamment, les lecteurs peuvent aborder des sujets qui les intéressent tout en conservant une compréhension globale de la matière. Enrichie par un nouveau chapitre d'Ian Stewart, cette édition offre de nouvelles perspectives sur les récentes avancées mathématiques, y compris les résolutions du théorème des

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

quatre couleurs et du dernier théorème de Fermat. En fin de compte, **Qu'est-ce que les mathématiques ?** éclaire la profonde narrative des mathématiques, transformant celle-ci en un voyage enrichissant qui résonne tant sur le plan intellectuel qu'émotionnel, à l'image d'une œuvre littéraire captivante.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

À propos de l'auteur

Richard Courant (8 janvier 1888 - 27 janvier 1972) était un mathématicien germano-américain de renom, célèbre pour ses contributions majeures au domaine des mathématiques. Il a acquis une vaste reconnaissance en coécrivant le livre influent **Qu'est-ce que les mathématiques ?** avec Herbert Robbins, qui a fait découvrir à de nombreux lecteurs la beauté et l'utilité des concepts mathématiques.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le



Scanner pour télécharger

Essayez l'appli Bookey pour lire plus de 1000 résumés des meilleurs livres du monde

Débloquez **1000+** titres, **80+** sujets

Nouveaux titres ajoutés chaque semaine



Aperçus des meilleurs livres du monde



Essai gratuit avec Bookey



Liste du contenu du résumé

Chapitre 1 : Qu'est-ce que les mathématiques ?

Chapitre 2 : LES NOMBRES NATURELS

Chapitre 3 : Supplément au Chapitre I. La théorie des nombres

Chapitre 4 : LE SYSTÈME NUMÉRIQUE EN MATHEMATIQUES

Chapitre 5 : Supplément au Chapitre II. L'Algèbre des Ensembles

Chapitre 6 : CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES. L'ALGÈBRE DES CORPS NUMÉRIQUES

Chapitre 7 : GÉOMÉTRIE PROJECTIVE. AXIOMATIQUE, GÉOMÉTRIES NON-EUCLIDIENNES

Chapitre 8 : TOPOLOGIE

Chapitre 9 : FONCTIONS ET LIMITES

Chapitre 10 : Supplément au Chapitre VI. Plus d'exemples sur les limites et la continuité

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Chapitre 11 : MAXIMAS ET MINIMAS

Chapitre 12 : LE CALCUL

Chapitre 13 : Supplément au Chapitre VIII

Chapitre 14 : DÉVELOPPEMENTS RÉCENTS

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Chapitre 1 Résumé : Qu'est-ce que les mathématiques ?



Section	Résumé
Qu'est-ce que les mathématiques ?	Les mathématiques reflètent l'intellect humain, la raison et l'esthétique, ancrées dans la logique et l'intuition, avec des emphases culturelles variées contribuant à leur signification.
Contexte historique	Les mathématiques ont débuté vers 2000 av. J.-C. en Orient, avec des contributions précoces des Babyloniens, évoluant en Grèce antique vers des formes modernes à travers des discussions philosophiques sur des concepts complexes.
Influence grecque	Les Grecs ont amélioré la compréhension théorique et le raisonnement déductif, en mettant l'accent sur la géométrie et les contributions d'Eudoxe et d'Euclide, ce qui a ralenti le progrès des méthodes numériques pendant des siècles.
Évolution des mathématiques	Le XVIIe siècle a introduit la géométrie analytique et le calcul, s'éloignant des axiomes grecs vers des approches intuitives, conduisant à une consolidation précise au XIXe siècle.
Dynamiques modernes	Les mathématiques contemporaines équilibrent théorie et praticité, promouvant une approche unifiée tout en mettant en avant l'importance des méthodes constructives et intuitives.
Perspectives philosophiques	Les mathématiques se concentrent sur des faits observables plutôt que sur des idées métaphysiques, comme l'illustrent les avancées de figures telles qu'Einstein et Bohr, notant que les objets mathématiques acquièrent une signification à travers leurs relations.
Conclusion	Les mathématiques transcendent la philosophie rigide ; leur essence est mieux comprise à travers la pratique et l'expérience au sein de la discipline.

Qu'est-ce que les mathématiques ?

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Les mathématiques incarnent la volonté, la raison et l'aspiration esthétique de l'esprit humain, avec des bases ancrées dans la logique, l'intuition et l'interaction de diverses forces. Différentes cultures mettent en avant des aspects variés, mais la synthèse de ces éléments définit l'importance des mathématiques.

Contexte historique

Les mathématiques prennent leur origine en Orient autour de 2000 avant J.-C., grâce aux premières contributions des Babyloniens, qui se concentraient sur ce que nous classifions maintenant comme l'algèbre élémentaire. Elles ont atteint leur forme moderne dans la Grèce antique pendant les cinquième et quatrième siècles avant J.-C. à travers des discussions philosophiques qui abordaient des concepts mathématiques complexes tels que la continuité et l'infini.

Influence grecque

Les Grecs, influencés par les mathématiques babyloniennes, ont donné la priorité à la compréhension théorique et au raisonnement déductif, culminant avec la théorie du



continuum géométrique d'Eudoxe et les Éléments d'Euclide. Cependant, les applications pratiques étaient également significatives. L'accent mis par la tradition grecque sur la géométrie a retardé les avancées dans les méthodes numériques et l'algèbre pendant près de deux millénaires.

Évolution des mathématiques

Le dix-septième siècle a marqué un tournant décisif avec des développements tels que la géométrie analytique et le calcul, entraînant un éloignement des méthodes axiomatiques rigides des mathématiques grecques. Cette période a favorisé des approches intuitives, conduisant à des progrès significatifs, suivis par une consolidation réflexive au dix-neuvième siècle qui a rétabli un accent sur la précision et la rigueur des preuves.

Dynamiques modernes

Les mathématiques d'aujourd'hui équilibrent théorie pure et applications pratiques, visant à une approche unifiée qui maintient l'intégrité des deux. Les aspects constructifs et intuitifs de l'invention mathématique jouent des rôles vitaux dans l'avancement du domaine, contrebalançant le danger



d'un point de vue déductif excessivement rigide.

Aperçus philosophiques

Les mathématiques en tant que discipline doivent prioriser les faits observables par rapport aux spéculations métaphysiques. L'évolution de la pensée scientifique, comme le montrent les œuvres d'Einstein et de Bohr, démontre que l'abandon des hypothèses métaphysiques a conduit à des découvertes révolutionnaires. De la même manière, les mathématiciens du dix-neuvième siècle ont reconnu que les objets mathématiques (comme les nombres et les points) n'ont pas besoin de signification intrinsèque ; leur importance réside plutôt dans leurs relations et leurs structures.

Conclusion

En fin de compte, les mathématiques transcendent la philosophie dogmatique ; c'est la pratique active et l'expérience au sein de la discipline qui répondent le mieux à la question de son essence.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Pensée critique

Point clé: La relation entre la théorie mathématique et son application pratique est cruciale pour comprendre son évolution.

Interprétation critique: Courant soutient que les mathématiques sont façonnées à la fois par un raisonnement esthétique et logique, tout en soulignant la nécessité de considérer les applications pratiques parallèlement aux constructions théoriques. Ce point de vue, bien que valide dans le contexte de la méthodologie mathématique, peut simplifier à l'excès les complexités entourant l'utilisation intentionnelle et l'adaptabilité des mathématiques dans différents contextes culturels. Des perspectives alternatives, comme celles sur la 'communauté mathématique' et l'approche sociologique des mathématiques présentée par des auteurs tels qu'Edward L. Palmer, suggèrent que des facteurs culturels et sociétaux influencent profondément le développement mathématique, et que ces aspects devraient être reconnus de manière égale.



Chapitre 2 Résumé : LES NOMBRES NATURELS



Section	Points Clés
INTRODUCTION	Les nombres naturels (1, 2, 3, ...) sont fondamentaux pour les mathématiques modernes, formant la base de l'arithmétique. Ce sont des concepts abstraits pour le comptage, dont la compréhension a évolué des objets tangibles vers des formes abstraites. La vision de Kronecker souligne l'origine divine des nombres naturels.
§1. CALCUL AVEC DES ENTiers	Loi de l'arithmétique : Les lois commutative, associative et distributive régissent les opérations sur les entiers. La représentation des entiers : Des modèles visuels (comme des boîtes de points) peuvent représenter des entiers et des opérations. Calcul dans d'autres systèmes : Il existe diverses bases au-delà du décimal, avec différents symboles de chiffres mais des règles arithmétiques cohérentes.
§2. L'INFINITÉ DU SYSTÈME NUMÉRIQUE. INDUCTION MATHÉMATIQUE	Le principe de l'induction mathématique : Utilisé pour prouver des énoncés pour les nombres naturels ; si vrai pour r, alors vrai pour $r + 1$. La progression arithmétique : Sommes des n premiers entiers prouvées par induction. La progression géométrique : Preuves similaires pour les sommes dans les séries géométriques. Remarques supplémentaires : Généralisation du principe d'induction aux suites commençant à tout entier positif. Le théorème binomial : Développement des binômes en utilisant des motifs du triangle de Pascal.



CHAPITRE II : LES NOMBRES NATURELS

INTRODUCTION

Les nombres, et plus particulièrement les nombres naturels, constituent la base des mathématiques modernes. Comprendre le concept de nombre va au-delà de l'apprentissage des fractions et des nombres négatifs. Contrairement aux Grecs de l'Antiquité, qui fondaient les mathématiques sur la géométrie, les mathématiques modernes se centrent sur les nombres naturels (1, 2, 3, ...). Kronecker a célèbrement déclaré que les nombres naturels sont la création de Dieu, tandis que tout le reste est l'œuvre des hommes. Les nombres sont des abstractions utilisées pour le comptage : le nombre six s'applique à toute collection de six objets, indépendamment de leurs qualités. Au départ, les nombres sont liés à des objets tangibles, mais au fur et à mesure du développement intellectuel, leur nature abstraite devient plus claire. L'arithmétique, la théorie mathématique des nombres naturels, implique addition et multiplication régies par des lois spécifiques.



§1. CALCUL AVEC DES NOMBRES ENTiers

1. Lois de l'arithmétique

L'arithmétique repose sur des lois régissant les opérations sur les entiers. Les principes de base incluent :

- 1) Lois commutatives de l'addition et de la multiplication ($a + b = b + a$, $ab = ba$)
- 2) Lois associatives ($a + (b + c) = (a + b) + c$, $a(bc) = (ab)c$)
- 3) Loi distributive ($a(b + c) = ab + ac$)

Ces lois peuvent ne pas s'appliquer à d'autres contextes (par exemple, les substances chimiques), ce qui souligne leur spécificité à l'arithmétique.

2. La représentation des entiers

Les entiers peuvent être représentés visuellement, par exemple à l'aide de cases de points représentant des comptages d'objets. Des opérations comme l'addition et la multiplication peuvent être modélisées avec ces cases. Le zéro est introduit comme une case vide, conduisant aux définitions des opérations et des propriétés typiques associées au zéro.

3. Calcul dans des systèmes autres que le décimal

Le système décimal n'est pas unique ; d'autres bases peuvent être utilisées. Chaque base nécessite différents symboles de chiffres (par exemple, base 7 pour le septimal). Malgré les



limitations des chiffres de toute base, tous les systèmes suivent les mêmes règles arithmétiques avec des tables d'addition et de multiplication distinctes. La notation positionnelle ancienne a permis de simplifier le calcul, entraînant d'importantes avancées dans les pratiques numériques.

§2. L'INFINITÉ DU SYSTÈME NUMÉRIQUE. L'INDUCTION MATHÉMATIQUE

1. Le principe de l'induction mathématique

La suite des nombres naturels est infinie, et le principe de l'induction mathématique nous permet de prouver des assertions sur cette suite. Ce principe indique que si une assertion est vraie pour un entier r et vraie pour $r + 1$, alors elle est vraie pour tous les entiers. Cette méthode de preuve diffère de l'induction empirique utilisée dans les sciences naturelles.

2. La progression arithmétique

La somme des n premiers entiers peut être prouvée en utilisant l'induction mathématique, montrant comment si la formule est vraie pour un nombre r , elle l'est également pour $r + 1$.

3. La progression géométrique



Un raisonnement similaire s'applique aux progressions géométriques, permettant la preuve des sommes pour différentes séries mathématiques en utilisant le principe d'induction.

4. Remarques supplémentaires sur l'induction mathématique

Le principe d'induction peut être généralisé à des suites commençant à n'importe quel entier positif. Le principe du plus petit entier est également discuté et peut être utilisé pour renforcer l'induction mathématique.

5. Le théorème binomial

L'expansion d'un binôme peut être calculée explicitement et suit un schéma prévisible connu sous le nom de triangle de Pascal, qui fournit des coefficients utilisés dans l'expansion. Ces sections soulignent des concepts mathématiques clés tels que les lois arithmétiques, la représentation des entiers et les bases du raisonnement inductif, essentiels à la construction de théories mathématiques plus complexes.



Exemple

Point clé: Comprendre les lois de l'arithmétique est crucial pour maîtriser les fondements des mathématiques.

Exemple: Imaginez que vous organisez un dîner et que vous devez déterminer combien de chaises vous avez. Vous pouvez compter les chaises une par une, réalisant ainsi que 5 chaises plus 3 chaises égalent 8 chaises. Vous appliquez rapidement la propriété commutative, en passant à 3 plus 5, confirmant que votre comptage reste le même. Cette compréhension de la loi commutative de l'addition vous aide non seulement dans cette tâche simple, mais établit aussi les bases pour des concepts mathématiques plus complexes par la suite.



Chapitre 3 Résumé : Supplément au Chapitre I. La théorie des nombres

Section	Résumé du contenu
Introduction	La histoire de la théorie des nombres inclut des contributions significatives de mathématiciens comme Euclide, Diophante, Fermat, Euler et Gauss, ce dernier qualifiant cela de "reine des mathématiques".
§1. Les Nombres Premiers	1. Faits Fondamentaux : Les nombres premiers sont des entiers >1 qui ne peuvent pas être factorisés en entiers plus petits. Il existe une infinité de nombres premiers, comme l'a montré Euclide. 2. La Distribution des Nombres Premiers : Le crible d'Eratosthène identifie les nombres premiers, mais aucun générateur simple n'existe. Le théorème des nombres premiers approxime la densité à $1/\log(n)$. 3. Problèmes Non Résolus : La conjecture de Goldbach et les nombres premiers jumeaux demeurent sans solution.
§2. Congruences	1. Concepts Généraux : Les congruences simplifient la division. 2. Théorème de Fermat : Si p est un nombre premier ne divisant pas a, alors $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. 3. Résidus Quadratiques : Les résidus quadratiques sont congrus aux carrés parfaits ; la loi de Legendre relie les résidus des nombres premiers.
§3. Nombres Pythagoriciens et le Dernier Théorème de Fermat	Les triplets pythagoriciens satisfont $a^2 + b^2 = c^2$. Le dernier théorème de Fermat stipule qu'il n'existe pas de solutions entières pour $a^n + b^n = c^n$ lorsque $(n > 2)$, prouvé par Andrew Wiles en 1994.
§4. L'Algorithme d'Euclide	1. Théorie Générale : L'algorithme trouve le pgcd de deux entiers par division répétée et examen des restes. 2. Application : Il clarifie le théorème de la factorisation première unique. 3. Fonction ϕ d'Euler : Compte les entiers jusqu'à n qui sont premiers avec n, pertinent en théorie des nombres. 4. Fractions Continues et Équations Diophantiennes : Les fractions continues aident à résoudre des équations diophantiennes linéaires, caractérisées par les propriétés du pgcd.
Exercices	Défis pour tester la compréhension des nombres premiers, des congruences et de l'algorithme d'Euclide.

SUPPLÉMENT AU CHAPITRE : LA THÉORIE DES NOMBRES

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

INTRODUCTION

Le domaine de la théorie des nombres a fasciné les mathématiciens depuis l'Antiquité. Parmi les figures emblématiques, on trouve Euclide, Diophante, Fermat, Euler et Gauss, qui ont tous apporté des contributions significatives. Les travaux d'Euclide sur la théorie des nombres ont posé des principes fondamentaux qui ont perduré à travers les âges, Gauss déclarant célèbre que la théorie des nombres est la "reine des mathématiques."

§1. LES NOMBRES PREMIERS

1. Faits Fondamentaux

**Installer l'application Bookey pour débloquent le
texte complet et l'audio**

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le



Scanner pour télécharger



Pourquoi Bookey est une application incontournable pour les amateurs de livres



Contenu de 30min

Plus notre interprétation est profonde et claire, mieux vous saisissez chaque titre.



Format texte et audio

Absorbez des connaissances même dans un temps fragmenté.



Quiz

Vérifiez si vous avez maîtrisé ce que vous venez d'apprendre.



Et plus

Plusieurs voix & polices, Carte mentale, Citations, Clips d'idées...

Essai gratuit avec Bookey



Chapitre 4 Résumé : LE SYSTÈME NUMÉRIQUE EN MATHEMATIQUES

CHAPITRE II : LE SYSTÈME NUMÉRIQUE EN MATHEMATIQUES

INTRODUCTION

Le concept de nombre doit être élargi au-delà des nombres naturels pour satisfaire à la fois les besoins pratiques et la rigueur théorique. Cela a conduit à l'acceptation du zéro, des entiers négatifs, des fractions, des nombres irrationnels et des nombres complexes comme fondamentaux en mathématiques modernes.

§1. LES NOMBRES RATIONNELS

1.

Les Nombres Rationnels comme Un Outil de Mesure

Les entiers proviennent du comptage d'objets, mais la mesure



des quantités nécessite d'étendre l'arithmétique. En sélectionnant des unités et en définissant des fractions, le symbole m/n représente un nombre rationnel. Les opérations mathématiques avec des nombres rationnels s'alignent sur celles des nombres naturels.

2.

Besoins Intrinsèques des Nombres Rationnels

L'introduction du zéro et des entiers négatifs permet une soustraction sans restrictions, menant à la création de nombres rationnels, rendant possible une division illimitée. Les opérations rationnelles peuvent être effectuées sans sortir de leur domaine, créant ainsi un champ fermé.

3.

Interprétation Géométrique des Nombres Rationnels

Les nombres rationnels peuvent être représentés géométriquement sur un axe numérique. Les points rationnels sont densément regroupés, et il y a une infinité de points rationnels dans n'importe quel intervalle.

§2. SEGMENTS INCOMMENSURABLES, NOMBRES IRRATIONNELS ET LE CONCEPT



DE LIMITE

1.

Introduction

Certains segments ne peuvent pas être mesurés par des nombres rationnels, menant à l'idée des nombres irrationnels—ceux qui représentent des longueurs qui ne peuvent pas être exprimées comme des fractions. Cette nécessité a été reconnue dans la Grèce antique et a été développée par des mathématiciens ultérieurs.

2.

Fractions Décimales. Décimales Infinies

Seules les fractions décimales représentent de nombreux points de manière dense sur la droite numérique ; les nombres irrationnels ne peuvent pas être exprimés précisément comme des décimales. Approcher des nombres avec des subdivisions décimales itératives mène à des décimales infinies.

3.

Limites. Séries Géométriques Infinies

Les limites décrivent le comportement de suites ou de



sommes approchant une certaine valeur. Des concepts comme les limites et la convergence sont essentiels pour définir les comportements rationnels et irrationnels dans les suites et les séries.

4.

Nombres Rationnels et Décimales Périodiques

Les nombres rationnels ont des représentations décimales périodiques. Toute expansion décimale peut être retracée jusqu'à sa forme rationnelle.

5.

Définition Générale des Nombres Irrationnels par Intervalles Encastrés

Les nombres rationnels et irrationnels peuvent être définis de manière rigoureuse par l'existence de points dans des intervalles encastrés, établissant une base pour les systèmes de nombres réels.

6.

Méthodes Alternatives de Définition des Nombres Irrationnels : Coupures de Dedekind

Dedekind a proposé la méthode des coupures pour définir les irrationnels en partitionnant les nombres rationnels en deux



ensembles, aucun ne contenant de points de frontière.

§3. REMARQUES SUR LA GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

La géométrie analytique intègre l'algèbre à la géométrie en utilisant des coordonnées, permettant des calculs et des représentations précises.

§4. L'ANALYSE MATHÉMATIQUE DE L'INFINI

Les ensembles peuvent être finis ou infinis, des distinctions émergent entre différents types d'infini et des propriétés telles que la dénombrabilité. Le travail de Cantor a révélé les contradictions inhérentes à la théorie des ensembles, menant à un cadre mathématique plus rigoureux.

§5. NOMBRES COMPLEXES

1.

L'Origine des Nombres Complexes

Le besoin de résoudre des équations qui n'ont pas de solutions dans les nombres réels a nécessité le



développement des nombres complexes. L'introduction de 'i', où $i^2 = -1$, a permis des opérations mathématiques plus larges.

2.

L'Interprétation Géométrique des Nombres Complexes

Les nombres complexes peuvent être représentés comme des points dans un plan numérico, permettant de visualiser des opérations comme l'addition et la multiplication de manière géométrique.

3.

La Formule de De Moivre et les Racines de l'Unité

Les nombres complexes peuvent exprimer le calcul impliquant des racines de l'unité et sont essentiels pour comprendre les équations polynomiales dans leur ensemble.

4.

Le Théorème Fondamental de l'Algèbre

Chaque polynôme peut être factorisé en racines dans le champ complexe, garantissant l'existence de solutions pour les équations polynomiales de tout degré.



§6. NOMBRES ALGÈBRIQUES ET TRANSCENDANTS

1.

Définition et Existence

Les nombres algébriques satisfont aux équations polynomiales avec des coefficients entiers, tandis que les nombres transcendants ne le font pas. Cantor a prouvé qu'il existe des nombres transcendants puisque l'ensemble des nombres algébriques est dénombrable.

2.

Le Théorème de Liouville et la Construction des Nombres Transcendants

Liouville a démontré que les nombres algébriques peuvent être approximés par des nombres rationnels, permettant la construction de nombres transcendants spécifiques. La preuve établit l'existence et l'importance des nombres transcendants en mathématiques.

Ce chapitre jette les bases d'une exploration complète du système numérique, de ses extensions et des implications de ces définitions sur les mathématiques.



Exemple

Point clé: Comprendre la nécessité d'étendre le système numérique est fondamental pour saisir les mathématiques modernes.

Exemple: Imaginez que vous mesurez un morceau de bois. Vous ne pouvez pas exprimer sa longueur uniquement en nombres entiers. En utilisant des fractions, comme $\frac{3}{4}$ de mètre, ou même des représentations décimales, vous capturez adéquatement sa véritable longueur, montrant comment les nombres rationnels, irrationnels et complexes élargissent la manière dont vous quantifiez, analysez et appréciez le monde qui vous entoure.



Chapitre 5 Résumé : Supplément au Chapitre II. L'Algèbre des Ensembles

SUPPLÉMENT AU CHAPITRE II : L'ALGÈBRE DES ENSEMBLES

1. Théorie générale

Le concept d'ensembles est crucial en mathématiques, défini par des propriétés qui déterminent leur appartenance. Les opérations sur les ensembles, similaires aux opérations arithmétiques, forment l'« algèbre des ensembles », influençant de manière significative divers domaines tels que la théorie de la mesure et la probabilité. Un univers de discours, noté I , inclut les ensembles A , B et C comme sous-ensembles. Des relations telles que $A \subseteq B$ et égalité ($A = B$) suivent des règles spécifiques, avec des relations de sous-ensemble formant un ordre partiel.

2. Opérations sur les ensembles



Deux opérations principales sont définies :

-

Union ($A + B$)

: L'ensemble de tous les éléments dans A ou B.

-

Intersection (AB)

: L'ensemble des éléments communs à A et B.

Les propriétés de ces opérations parallèles aux lois algébriques démontrent la commutativité, l'associativité et les lois de distribution.

3. Complément d'un ensemble

Le complément A^2 se compose de tous les ne sont pas dans A. Plusieurs propriétés s'alignent avec l'algèbre standard, mettant en avant la dualité dans les opérations sur les ensembles et renforçant les relations logiques telles que l'inclusion et l'exclusion.

4. Application à la logique mathématique

Les lois de l'algèbre des ensembles peuvent traduire des déclarations logiques en un format algébrique structuré. Des concepts logiques clés tels que la disjonction ($A + B$), la



conjonction ($A \cap B$), la négation (A^c) et les peuvent être représentés à l'aide d'opérations sur les ensembles, définissant un cadre pour la logique mathématique.

5. Axiomes de l'algèbre des ensembles

Des théorèmes peuvent être dérivés d'un ensemble minimal d'axiomes, illustrant une structure déductive semblable aux systèmes géométriques. Les algèbres de Boole étendent ce concept, identifiant des systèmes divers qui respectent les lois de l'algèbre des ensembles.

6. Application à la théorie des probabilités

L'algèbre des ensembles fournit une base pour le calcul des probabilités dans les expériences avec des résultats discrets. La probabilité d'un ensemble est déterminée par le rapport de ses éléments au total, facilitant des calculs plus complexes tels que la probabilité d'union grâce aux principes d'inclusion-exclusion. Cette méthode s'étend aux arrangements et conduit à des formules générales pour les probabilités combinées.

En résumé, l'algèbre des ensembles fonde non seulement les



structures mathématiques fondamentales, mais s'intègre également de manière fluide à la logique et à la probabilité, enrichissant le discours et l'application mathématiques.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Chapitre 6 Résumé :

CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES. L'ALGÈBRE DES CORPS NUMÉRIQUES

Chapitre 6 : Constructions géométriques. L'algèbre des corps numériques

Introduction

Les problèmes de construction en géométrie, en particulier ceux impliquant la règle et le compas, ont une histoire riche. Les Grecs privilégiaient des constructions simples et limitaient leurs outils à une règle et un compas. Ce chapitre explore des problèmes classiques, notamment le célèbre problème de contact d'Apollonius et l'impossibilité de certaines constructions.

Problèmes de construction classiques

1.



Problèmes célèbres

: Parmi ceux-ci figurent la construction de polygones réguliers, la trisection des angles, le doublement du cube et la quadrature du cercle. Si certaines constructions peuvent être résolues avec une règle et un compas, d'autres, comme l'heptagone, sont prouvées impossibles.

2.

Rôle de l'algèbre

: Inspirés par les échecs dans la construction, les mathématiciens ont commencé à enquêter sur les limites des solutions algébriques aux équations, en particulier celles de degré cinq ou supérieur, culminant dans les contributions de Ruffini, Abel et Galois.

Constructions géométriques fondamentales

1.

Traduction algébrique

**Installer l'application Bookey pour débloquent le
texte complet et l'audio**

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Ad



Scanner pour télécharger



App Store
Coup de cœur



22k avis 5 étoiles

Retour Positif

Fabienne Moreau

ue résumé de livre ne testent
ion, mais rendent également
nusant et engageant.
té la lecture pour moi.

Fantastique!

Je suis émerveillé par la variété de livres et de langues
que Bookey supporte. Ce n'est pas juste une application,
c'est une porte d'accès au savoir mondial. De plus,
gagner des points pour la charité est un grand plus !

Giselle Dubois

Fi



Le
liv
co
pr

é Blanchet

de lecture
ception de
es,
ous.

J'adore !

Bookey m'offre le temps de parcourir les parties
importantes d'un livre. Cela me donne aussi une idée
suffisante pour savoir si je devrais acheter ou non la
version complète du livre ! C'est facile à utiliser !"

Isoline Mercier

Gain de temps !

Bookey est mon applicat
intellectuelle. Les résum
magnifiquement organis
monde de connaissance

Appli géniale !

adore les livres audio mais je n'ai pas toujours le temps
l'écouter le livre entier ! Bookey me permet d'obtenir
un résumé des points forts du livre qui m'intéresse !!!
Quel super concept !!! Hautement recommandé !

Joachim Lefevre

Appli magnifique

Cette application est une bouée de sauve
amateurs de livres avec des emplois du te
Les résumés sont précis, et les cartes me
renforcer ce que j'ai appris. Hautement re

Essai gratuit avec Bookey

Chapitre 7 Résumé : GÉOMÉTRIE PROJECTIVE. AXIOMATIQUE, GÉOMÉTRIES NON-EUCLIDIENNES

Chapitre 7 : Géométrie projective, axiomatique, géométries non-euclidiennes

1. Introduction

-

Classification des propriétés géométriques

: La géométrie évalue les propriétés des figures dans le plan ou dans l'espace. Les méthodes de déduction des théorèmes peuvent être classées en méthodes synthétiques (basées sur des axiomes) et analytiques (utilisant l'algèbre). Le chapitre met l'accent sur les propriétés invariantes lors des transformations.

-

Invariances sous transformations

: L'étude des propriétés qui restent inchangées même à travers d'importantes transformations géométriques, telles



que les mouvements rigides ou les transformations projectives.

2. Transformations projectives

- Issues des études de perspective des artistes, les transformations projectives permettent l'analyse des propriétés invariantes dans les figures : les distances et les angles deviennent secondaires, avec un accent sur l'incidence et la colinéarité.

-

Géométrie projective

: Une étude systématique a été établie par J.V. Poncelet et développée au 19ème siècle.

3. Concepts fondamentaux

-

Groupe de transformations projectives

: Définit les transformations projectives (centrales ou parallèles) et leurs propriétés d'invariance, en se concentrant sur l'incidence et la concurrence des points et des lignes.

-

Théorème de Desargues



: Illustre les conditions de concours liées aux configurations triangulaires, tant en deux qu'en trois dimensions.

4. Rapport croisé

- Une propriété fondamentale construite à partir d'ensembles de quatre points sur une ligne, qui reste invariant sous les transformations projectives. Elle sert de lien critique entre les propriétés projectives et les figures réelles.

5. Applications

- Le théorème du quadrilatère complet établit une propriété projective significative impliquant la division harmonique, aboutissant à des constructions géométriques pratiques.

6. Parallélisme et infini

-

Points à l'infini

: L'introduction des 'points idéaux' simplifie les discussions sur les lignes parallèles et les affinités en géométrie projective.

-



Éléments idéaux et projection

: Cette section traite de la manière dont les projections peuvent être réconciliées avec des éléments idéaux pour fournir des résultats cohérents en géométrie.

7. Problèmes de constructions

- Une série de problèmes illustrant des principes de construction de base, mettant l'accent sur le rôle des outils de règle et des divisions harmoniques.

8. Coniques et surfaces quadratiques

- Discute des sections coniques définies par la projection de cercles et de leurs propriétés par rapport à la géométrie projective. Lie les coniques à la fois aux définitions algébriques et aux caractéristiques géométriques.

9. Axiomatique et géométrie non-euclidienne

-

Méthode axiomatique

: Présente l'évolution de la logique mathématique et des fondements.



-

Géométrie hyperbolique non-euclidienne

: Explique l'indépendance du postulat des parallèles et ses implications logiques, menant à l'élaboration de géométries non-euclidiennes, en particulier versions hyperboliques et elliptiques.

10. Modèle de Poincaré

- Discute de la relation entre la lumière et la géométrie, où la lumière se comporte selon les principes de la géométrie hyperbolique.

11. Géométrie elliptique ou riemannienne

- Explique les géométries où le concept de lignes et de points finis conduit à des évaluations basées sur la courbure des règles géométriques.

12. Géométrie dans plus de trois dimensions

-

Approches analytiques et combinatoires

: Discute des espaces de dimension supérieure en utilisant

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

les deux approches et fournit des aperçus de leurs applications dans le raisonnement mathématique. Tout au long de ce chapitre, l'accent est mis sur la compréhension des propriétés et des implications des transformations projectives, du rôle fondamental du rapport croisé, de l'introduction des éléments géométriques idéaux, et des implications plus larges pour les structures du raisonnement géométrique, à la fois dans des contextes mathématiques classiques et modernes.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Exemple

Point clé: Comprendre les invariants des transformations projectives

Exemple: Imaginez que vous regardiez une peinture sous différents angles ; malgré les changements de perspective, le message ou la forme centrale reste discernable. Cela reflète la manière dont les transformations projectives préservent des propriétés géométriques essentielles—comme les relations d'incidence—indépendamment des mouvements rigides ou des modifications internes, mettant en lumière des aspects profonds de l'analyse géométrique qui transcendent de simples mesures de distance.



Pensée critique

Point clé: Les Fondements de la Géométrie Projective

Interprétation critique: Si Courant met l'accent sur les invariances des transformations projectives, on peut soutenir que cette perspective risque de simplifier à l'excès des réalités géométriques complexes. En se concentrant uniquement sur l'incidence et la colinéarité, on court le risque de négliger d'autres aspects et contextes significatifs, comme l'application de la géométrie analytique qui entrelace les propriétés algébriques avec l'intuition géométrique, menant potentiellement à des éclairages mathématiques plus riches. La dépendance à la géométrie projective en tant que cadre englobant mérite un examen critique, car les coordonnées cartésiennes et les méthodes analytiques offrent des façons distinctes d'explorer les nuances de la géométrie—des ouvrages comme 'Géométrie, Euclide et au-delà' de Robin Hartshorne explorent de tels contrastes, soulignant que les approches purement projectives pourraient ne pas rendre compte de tous les phénomènes géométriques.



Chapitre 8 Résumé : TOPOLOGIE

TOPOLOGIE

INTRODUCTION

Au milieu du dix-neuvième siècle, un nouveau domaine de la géométrie a émergé, connu sous le nom de topologie ou analyse situs, se concentrant sur les propriétés des figures géométriques qui demeurent inchangées même à travers des transformations drastiques. A. F. Moebius et J. B. Listing ont été des figures clés dans le développement précoce de ce domaine. Bernhard Riemann a encore avancé la topologie en l'intégrant dans sa théorie des fonctions complexes. Bien que la topologie initiale reposait sur l'intuition plutôt que sur un formalisme rigoureux, elle est finalement devenue une discipline structurée grâce en partie aux contributions de mathématiciens tels que Brouwer et aux mathématiciens américains O. Veblen, J. W. Alexander, et S. Lefschetz.

1. LA FORMULE D'EULER POUR LES POLYHÈDRES



La formule d'Euler établit que pour tout polyèdre simple, la relation entre le nombre de sommets (V), d'arêtes (E), et de faces (F) suit l'équation : $V - E + F = 2$. La preuve implique de visualiser un polyèdre comme une structure creuse qui peut se transformer en un réseau plat lorsqu'une face est retirée. Cette relation s'étend au-delà des polyèdres simples aux figures avec des arêtes ou des faces courbées, démontrant que la topologie concerne principalement les quantités de V, E, et F, plutôt que d'autres propriétés géométriques.

2. PROPRIÉTÉS TOPOLOGIQUES DES FIGURES

Les transformations topologiques préservent les propriétés indépendamment des changements de forme tant que les figures ne sont pas déchirées ou que des points ne coïncident pas. Les concepts clés incluent :

-

Connectivité

: Examiner si une courbe fermée dans un espace peut se rétrécir en un point (simplement connexe) ou non (multiplement connexe).

-



Exemples et Importance

: Les propriétés topologiques sont fondamentales et cruciales dans diverses études mathématiques, permettant de faire des distinctions entre différentes configurations géométriques.

3. AUTRES EXEMPLES DE THÉORÈMES TOPOLOGIQUES

-

Le Théorème de la Courbe de Jordan

: Toute courbe fermée simple divise le plan en deux régions distinctes : l'intérieur et l'extérieur.

-

Le Problème des Quatre Couleurs

: Chaque carte peut être coloriée en utilisant au plus quatre couleurs de manière à ce qu'aucunes régions adjacentes ne partagent la même couleur, bien qu'une preuve formelle demeure insaisissable.

-

Le Concept de Dimension

: La dimension est classée de manière inductive ; un ensemble est n -dimensionnel s'il peut séparer des points dans un espace n -dimensionnel.

-



Théorèmes des Points Fixes

: Le théorème de Brouwer stipule que toute fonction continue d'un disque vers lui-même doit avoir au moins un point fixe.

-

Noeuds

: L'étude des formes nouées consiste à différencier les nœuds qui ne peuvent pas être transformés l'un en l'autre par déformation continue.

4. LA CLASSIFICATION TOPOLOGIQUE DES SURFACES

-

Genre d'une Surface

: Le genre est lié au nombre de courbes fermées non intersectantes qui peuvent être tracées sur une surface sans la séparer.

-

Caractéristique d'Euler

: Pour les surfaces de genre p , la relation $V - E + F = 2 - 2p$ identifie leurs caractéristiques topologiques.

-

Surfaces Unilatérales



: Des surfaces comme le ruban de Möbius et la bouteille de Klein défient les concepts traditionnels de « côté », révélant des propriétés intrigantes sur les frontières et les intersections.

ANNEXE

-

Le Théorème des Cinq Couleurs

: Ce théorème fournit une méthode pour colorier des cartes avec au maximum cinq couleurs sur la base de la formule d'Euler.

-

Théorème de la Courbe de Jordan pour les Polygones

: La preuve illustre que des polygones simples divisent le plan en régions intérieure et extérieure.

-

Théorème Fondamental de l'Algèbre

: L'existence de racines dans les équations polynomiales peut être prouvée par des méthodes topologiques en analysant la continuité et le comportement des fonctions polynomiales dans le plan complexe.

Ce chapitre établit les concepts fondamentaux de la



topologie, illustrant son importance et ses applications dans les mathématiques modernes.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Chapitre 9 Résumé : FONCTIONS ET LIMITES

FONCTIONS ET LIMITES

INTRODUCTION

Les mathématiques modernes sont centrées autour des concepts de fonction et de limite. Ce chapitre fournit une analyse systématique de ces concepts.

1. VARIABLE ET FONCTION

-

Définitions et Exemples

- : Une variable désigne une valeur arbitraire d'un ensemble. Par exemple, X représente un entier arbitraire de l'ensemble des entiers. Les variables sont utilisées pour illustrer des vérités universelles, telles que la commutativité de l'addition.
- Une fonction est définie comme une relation où chaque valeur d'une variable indépendante (X) correspond à une



seule valeur d'une variable dépendante (U), écrite $U = F(X)$. Les fonctions peuvent également se rapporter à d'autres domaines, tels que les formes géométriques ou les phénomènes physiques.

2. VARIABLES ET FONCTIONS CONTINUES

- Les variables continues peuvent prendre n'importe quelle valeur dans une plage spécifiée et sont souvent représentées sous forme d'équations décrivant leurs relations.

3. FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES ET RADIANS

- Les radians simplifient les équations impliquant des fonctions trigonométriques par rapport aux mesures en degrés. La relation entre les radians et les degrés est définie par la longueur d'arc dans un cercle unité.

**Installer l'application Bookey pour débloquent le
texte complet et l'audio**

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le



Lire, Partager, Autonomiser

Terminez votre défi de lecture, faites don de livres aux enfants africains.

Le Concept



Cette activité de don de livres se déroule en partenariat avec Books For Africa. Nous lançons ce projet car nous partageons la même conviction que BFA : Pour de nombreux enfants en Afrique, le don de livres est véritablement un don d'espoir.

La Règle



Gagnez 100 points



Échangez un livre



Faites un don à l'Afrique

Votre apprentissage ne vous apporte pas seulement des connaissances mais vous permet également de gagner des points pour des causes caritatives ! Pour chaque 100 points gagnés, un livre sera donné à l'Afrique.

Essai gratuit avec Bookey



Chapitre 10 Résumé : Supplément au Chapitre VI. Plus d'exemples sur les limites et la continuité

SUPPLÉMENT AU CHAPITRE VI : PLUS D'EXEMPLES SUR LES LIMITES ET LA CONTINUITÉ

§1. EXEMPLES DE LIMITES

1. Remarques générales

Pour prouver la convergence d'une suite (a_n) , nous pouvons trouver deux autres suites (b_n) et (c_n) telles que $b_n \leq a_n \leq c_n$ pour tout n . Si les deux suites (b_n) et (c_n) convergent vers la même limite α , alors (a_n) converge également vers α . Les règles de base des inégalités sont essentielles dans ce processus.



2. La limite de (q^n)

Pour $(q > 1)$, la suite (q^n) augmente sans bornes, tendant vers l'infini. Si $(0 < q < 1)$, (q^n) tend vers 0. Dans le cas de $(-1 < q < 0)$, $(|q| < 1)$ conduit également à $(q^n \rightarrow 0)$.

3. La limite de la racine n-ième

La limite de la suite $(p^{1/n})$ est 1 pour tout nombre positif fixe (p) . Pour $(0 < p < 1)$, la suite tend également vers 1. Cela montre que l'extraction des racines n-ièmes pousse les nombres vers 1 à mesure que (n) augmente.

4. Fonctions discontinues comme limites de fonctions continues

Nous pouvons exprimer les limites des suites en fonction de la variable (x) comme des fonctions $(f(x) = \lim f_n(x))$. Par exemple, une fonction discontinue peut être représentée comme la limite de fonctions continues. Un exemple illustre qu'une fonction avec une discontinuité amovible peut être exprimée à travers des fonctions rationnelles.



5. Limites par itération

Des suites peuvent être formées par itération, où chaque terme dépend du précédent. Cette section discute d'un exemple où l'on trouve la limite d'une suite générée par des opérations successives de racine carrée, conduisant à la racine positive de l'équation $\sqrt{x^2 = 1 + x}$.

Exercices sur les limites

Des exercices supplémentaires sont fournis pour renforcer la compréhension des limites dans différents scénarios.

§2. EXEMPLE SUR LA CONTINUITÉ

Une preuve complète de la continuité nécessite une vérification selon la définition. Cependant, la continuité est souvent dérivée de la différentiabilité, qui s'applique aux fonctions élémentaires. Un exemple démontre que la différence d'une fonction peut être maintenue inférieure à tout nombre positif ϵ sous certaines conditions, garantissant la continuité.



Chapitre 11 Résumé : MAXIMAS ET MINIMAS

CHAPITRE VII : MAXIMAS ET MINIMAS

INTRODUCTION

Les mathématiques se sont longtemps penchées sur les problèmes de maxima et minima, incluant les distances les plus courtes, les plus grandes aires et les contraintes de volumes. Les Grecs connaissaient de nombreuses propriétés liées à ces concepts, comme en témoigne le travail d'Héron. Par exemple, les trajectoires de la lumière réfléchies par des surfaces obéissent au principe de moindre action – la distance totale est minimisée. La théorie des maxima et minima est devenue systématique avec l'avancement du calcul au XVII^e siècle, conduisant à des développements significatifs en physique et en mathématiques.

PROBLÈMES EN GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE



1.

Aire Maximale d'un Triangle

: Étant donné deux segments (a) et (b) , le triangle ayant l'aire maximale se forme lorsque les deux côtés sont perpendiculaires, formant un triangle rectangle.

2.

Théorème d'Héron

: Étant donné une droite L et des points P et Q , pour trouver le point R sur L qui minimise la distance totale $(PR + RQ)$, R doit être tel que (PR) et (RQ) forment des angles égaux avec la surface, conduisant au principe du chemin le plus court, un concept fondamental en optique.

3.

Applications aux Problèmes sur les Triangles

: En utilisant le théorème d'Héron, on montre que certaines configurations génèrent des périmètres minimaux pour des triangles avec des côtés spécifiés et des conditions d'aire fixe.

4.

Propriétés des Tangentes

: Des problèmes apparentés peuvent être explorés en considérant des ellipses et des hyperboles, démontrant comment certaines propriétés géométriques conduisent à des distances et angles extrêmes dans des contextes tels que les



réflexions.

UN PRINCIPE GÉNÉRAL SOUS-JACENT AUX PROBLÈMES DE VALEURS EXTRÊMES

Le principe général pour les valeurs extrêmes dans des domaines contraints implique l'analyse des fonctions définies par des équations, $(f(x,y) = p + q)$, pour des constantes données. Les extrêmes se produisent là où la relation géométrique entre les contours des fonctions croise les conditions définies, permettant de caractériser les solutions en fonction des propriétés tangentielle.

POINTS STATIONNAIRES ET CALCUL DIFFÉRENTIEL

Le calcul différentiel établit des conditions pour les extrêmes grâce aux points stationnaires où la première dérivée est nulle. Dans des contextes multi-variables, on peut identifier des points selle aux côtés des maxima et minima en fonction des conditions de dérivées supérieures.

EXISTENCE D'UN EXTREMUM

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Les questions d'existence se posent dans le contexte de domaines compacts et de fonctions continues, affirmant que sous certaines conditions, les maxima et minima doivent exister. La discussion inclut des exemples élémentaires menant à une analyse complexe en dimensions supérieures.

PROBLÈME ISOPÉRIMÉTRIQUE

Le problème isopérimétrique concerne la recherche de formes qui maximisent ou minimisent l'aire par rapport au périmètre. La démonstration que le cercle est la forme ayant l'aire maximale pour un périmètre donné, et réciproquement, est fondationnelle et mène à des aperçus dans les problèmes variationnels.

LE CALCUL DES VARIATIONS

Le problème de la brachistochrone de Bernoulli a introduit le besoin d'approches variationnelles où la variable indépendante est une courbe ou une fonction entière. Cela a conduit à des développements en physique où les trajectoires lumineuses, la stabilité mécanique et le mouvement obéissent aux principes de moindre action, avec de nombreuses applications en physique moderne et en ingénierie.



SOLUTIONS EXPÉRIMENTALES DES PROBLÈMES DE MINIMUM

Les montages expérimentaux avec des films de savon illustrent efficacement les principes variationnels. En manipulant les limites, on peut démontrer des phénomènes tels que la formation de surfaces minimales sous diverses contraintes et comment celles-ci se rapportent aux modèles théoriques en mathématiques et en physique.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Chapitre 12 Résumé : LE CALCUL

CHAPITRE VIII : LE CALCUL

INTRODUCTION

Le calcul, souvent attribué à Newton et Leibniz, est issu d'une évolution prolongée impliquant de nombreux mathématiciens en Europe au XVIIe siècle. Deux problèmes centraux ont guidé leurs efforts : déterminer les tangentes aux courbes (calcul différentiel) et calculer les aires sous les courbes (calcul intégral). Newton et Leibniz ont unifié ces méthodes en outils puissants, Leibniz apportant une notation symbolique significative. La dispute de priorité entre leurs partisans illustre les effets néfastes que de tels conflits peuvent avoir sur la communauté scientifique.

Alors que le calcul précoce s'appuyait sur l'intuition plutôt que sur un raisonnement rigoureux, des avancées significatives au XIXe siècle ont rendu les concepts accessibles à tous les individus éduqués. Ce chapitre vise à clarifier les concepts de base du calcul à travers un langage intuitif tout en respectant des définitions précises.



§1. L'INTÉGRAL

1.

Surface comme Limite

Pour calculer les surfaces, nous prenons les carrés unitaires comme base. La surface des rectangles peut être facilement déterminée avec la formule (pq) pour les longueurs (p) et (q) . Les triangles ont la formule de surface $(\frac{1}{2}bh)$, tandis que la surface des figures curvilignes nécessite une approche plus rigoureuse. En utilisant la méthode d'"épuisement" d'Archimède, les surfaces peuvent être approximées par des polygones inscrits, conduisant au développement de méthodes générales de calcul de surface en calcul intégral.

2.

L'Intégral

**Installer l'application Bookey pour débloquent le
texte complet et l'audio**

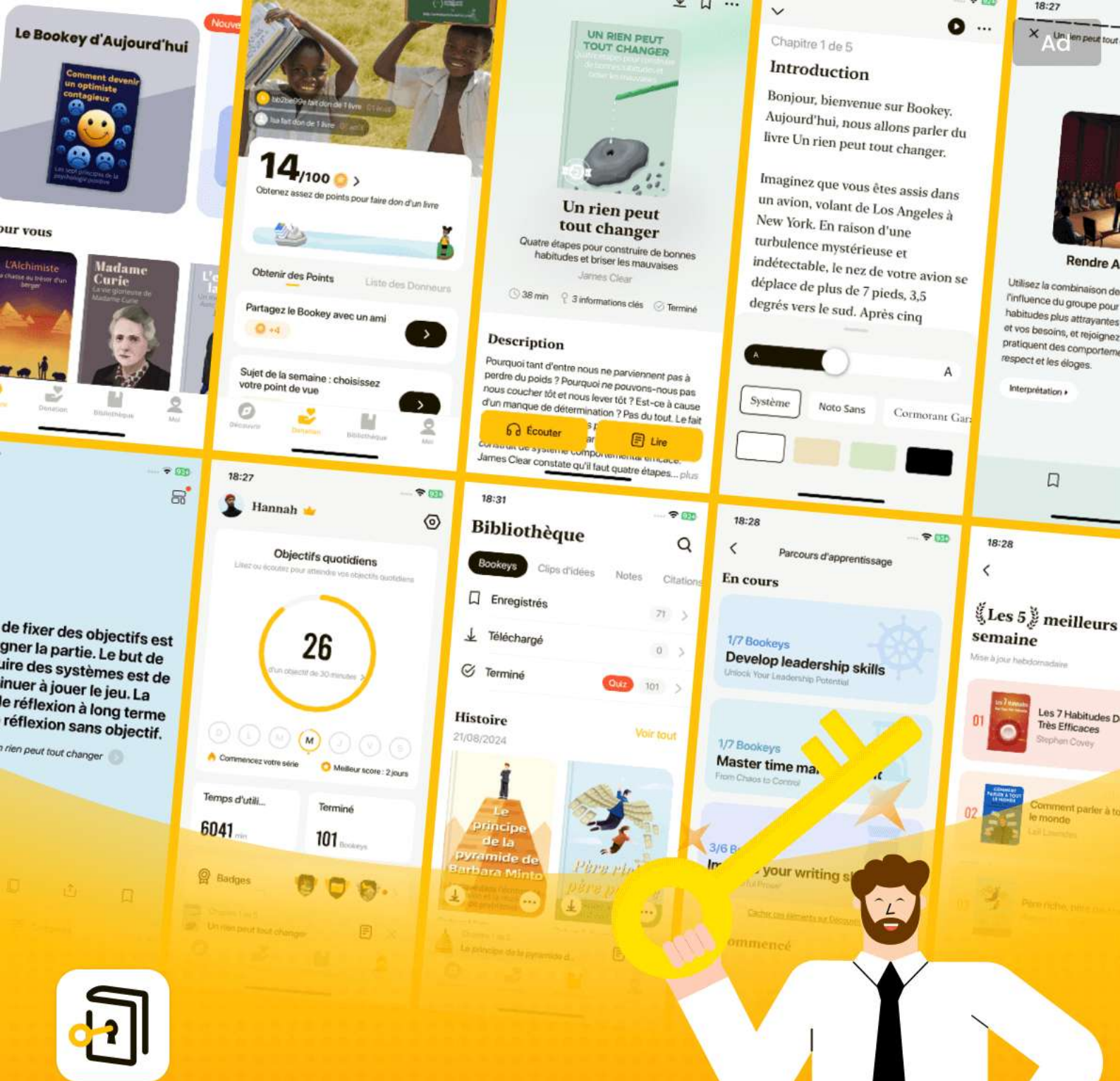
Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le



Les meilleures idées du monde débloquent votre potentiel

Essai gratuit avec Bookey



Scanner pour télécharger



Chapitre 13 Résumé : Supplément au Chapitre VIII

SUPPLÉMENT AU CHAPITRE VIII

§1. QUESTIONS DE PRINCIPES

1. Différentiabilité

Le concept de dérivée est traditionnellement associé à la géométrie des tangentes. Cependant, pour des fonctions avec des graphes complexes, l'intuition géométrique peut faire défaut. Des exemples incluent des fonctions avec des angles, telles que $(y = |x|)$, qui ne possèdent pas de dérivée en ces points à cause de l'absence de tangente définie. La différentiabilité des fonctions doit être supposée ou prouvée, en utilisant la définition analytique formelle d'une dérivée. Il est établi que bien que la continuité implique la différentiabilité en de nombreux points, il existe des fonctions continues (comme la fonction de Weierstrass) qui



ne sont pas différentiables en aucun point.

Exercices

:

1. Formez une fonction dont le graphe est une moitié d'un hexagone.
2. Identifiez les angles du graphe de certaines fonctions spécifiées et analysez leurs dérivées.

2. L'Intégrale

Une intégrale est formellement définie comme la limite d'une somme spécifique et ne devrait pas dépendre de notions intuitives de surface sous une courbe. Bien que chaque fonction continue ait une intégrale, son calcul peut être extrêmement difficile. Le Théorème Fondamental du Calcul sert d'outil essentiel pour effectuer l'intégration.

3. Autres Applications du Concept d'Intégrale

L'intégrale peut représenter divers concepts physiques, tels que le travail effectué par une force. Par exemple, le travail effectué par une force variable sur un objet est déterminé à l'aide d'une intégrale. La longueur d'arc d'une courbe,



représentée comme une fonction, peut également être définie par intégration, les courbes rectifiables étant généralement celles pour lesquelles cela ne pose pas de complications.

§2. ORDRES DE GRANDEUR

1. La Fonction Exponentielle et les Puissances de x

En comparant des suites qui tendent vers l'infini, on peut définir leurs taux de croissance. Les fonctions exponentielles croissent plus rapidement que les fonctions polynomiales pour toute puissance de x . Le logarithme de $(n!)$ croît asymptotiquement comme $(n \log n)$.

Exercices

:

1. Prouvez que $(\log \log x)$ croît plus lentement que $(\log x)$.

2. Ordre de Grandeur de $(\log(n!))$

En estimant $(\log(n!))$ par des techniques de bornage et des



intégrales, nous déduisons que $(P_n \sim n \log n)$ lorsque (n) tend vers l'infini.

§3. SÉRIES INFINIES ET PRODUITS

1. Séries Infinies de Fonctions

Une série infinie est représentée par la limite de ses sommes partielles. La convergence d'une série montre si elle tend vers une somme finie. Les séries de puissances représentent des fonctions comme limites de polynômes finis appelés séries de Taylor, qui permettent d'approximer des fonctions près d'un point.

2. La Formule d'Euler

La formule d'Euler, $(e^{ix} = \cos x + i \sin x)$, fournit une relation remarquable entre les fonctions exponentielles et les fonctions trigonométriques, issue de manipulations de séries. La preuve formelle attend le développement rigoureux de la théorie des variables complexes.

3. La Série Harmonique et la Fonction Zêta



La divergence de la série harmonique est établie par des techniques de bornage. En revanche, la série zêta généralisée converge pour certaines valeurs, reflétant une connexion plus profonde avec les nombres premiers.

4. Le Théorème des Nombres Premiers

En appliquant des arguments statistiques à la distribution des nombres premiers, nous arrivons à la loi de Gauss, indiquant que le nombre de nombres premiers inférieurs à (n) est asymptotiquement équivalent à $(n/\log n)$. L'argument implique plusieurs approximations, conduisant à la conclusion qu'il y a une infinité de nombres premiers grâce à la décomposition unique des entiers en facteurs premiers.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Chapitre 14 Résumé : DÉVELOPPEMENTS RÉCENTS

Chapitre 14 : Développements récents

§1. Une formule pour les nombres premiers

Divers polynômes connus pour produire des nombres premiers illustrent la nature complexe des premiers plutôt que de simplifier leur théorie. Une avancée significative réalisée par Yuri Matijasevic en 1970 a prouvé l'absence d'une méthode générale pour tester les solutions des équations diophantiennes. Un résultat intéressant de ce travail est qu'il existe des polynômes dont les sorties entières sont précisément les nombres premiers. Par la suite, diverses méthodes ont été développées pour construire de tels polynômes, diminuant le caractère exceptionnel des premiers dans leur contexte.

§2. La conjecture de Goldbach et les nombres premiers jumeaux



La conjecture de Goldbach affirme que tout nombre pair supérieur à deux peut être exprimé comme la somme de deux nombres premiers. Les mathématiciens ont progressé dans la compréhension des problèmes connexes, notamment en démontrant que presque tous les nombres impairs peuvent être exprimés comme des sommes de trois nombres premiers. La théorie analytique des nombres, en particulier les travaux issus de Hardy et Littlewood, s'est révélée utile pour aborder ces concepts.

§3. Le dernier théorème de Fermat

La preuve de Andrew Wiles du dernier théorème de Fermat en 1994 a marqué un tournant dans les mathématiques. Ce théorème postule que l'équation $x^n + y^n = z^n$ n'a pas de solutions entières non nulles pour $n > 2$. L'approche innovante de Wiles a relié les courbes elliptiques et les formes modulaires, prouvant finalement le théorème de manière indirecte en montrant qu'aucune solution hypothétique ne pouvait exister.

§4. L'hypothèse du continu



L'hypothèse du continu (CH) postule qu'il n'existe pas de taille d'ensemble entre celle des entiers et celle des nombres réels. Il a été montré qu'elle est indépendante des axiomes de la théorie des ensembles standard, ce qui signifie qu'elle peut être considérée comme vraie dans certains cadres et fausse dans d'autres, mettant en lumière la richesse de la théorie des ensembles.

§5. Notation en théorie des ensembles

Il y a eu des mises à jour dans la notation mathématique depuis l'époque de Courant et Robbins. Les termes actuels pour les opérations sur les ensembles incluent "union" ($A \cup B$) et "intersection" ($A \cap B$) au lieu de "somme" et "produit logique." De tels changements reflètent l'évolution du vocabulaire mathématique.

§6. Le théorème des quatre couleurs

Prouvé en 1976 avec l'assistance d'un ordinateur, le théorème des quatre couleurs stipule que toute carte plane peut être colorée avec au plus quatre couleurs de sorte que aucune région adjacente ne partage la même couleur. Cette preuve, bien que longue et exigeante computationnellement, reste un



sujet de discussion sur ce qui constitue une preuve en mathématiques.

§7. Dimension de Hausdorff et fractales

Le concept de dimension a été élargi des valeurs entières pour inclure les dimensions fractales, comme l'a développé Felix Hausdorff. Cette nouvelle compréhension permet de mesurer des formes avec une structure complexe, comme les fractales, révélant des propriétés subtilement différentes de celles des dimensions géométriques traditionnelles.

§8. Nœuds

La théorie des nœuds, revitalisée par des découvertes telles que le polynôme de Jones, se concentre sur les relations entre différents nœuds et liens. Le développement de divers invariants polynomiaux représente un progrès significatif pour identifier quand les nœuds sont topologiquement distincts.

§9. Un problème en mécanique

Courant et Robbins ont posé un problème concernant le



placement d'une tige dans un train en mouvement. Il a été clarifié par la suite que certaines hypothèses sur la continuité ne se maintiennent pas sous des conditions spécifiques, démontrant la nécessité de conditions aux limites appropriées en mécanique.

§10. Problème de Steiner

Le problème de Steiner cherche à minimiser la distance entre des points en introduisant des points supplémentaires, connus sous le nom de points de Steiner. La conjecture du ratio de Steiner, récemment prouvée, établit des limites sur les longueurs des réseaux de Steiner par rapport aux réseaux englobants.

§11. Films savonneux et surfaces minimales

Les propriétés des films savonneux relient des concepts géométriques aux principes de minimisation. Les travaux d'Almgren et de Taylor ont solidifié la compréhension des surfaces minimales formées par des films savonneux et ont établi une preuve mathématique rigoureuse des principes de Plateau.



§12. Analyse non standard

Un regain d'intérêt pour les infinitésimaux a conduit au développement de l'analyse non standard, fournissant des cadres mathématiques rigoureux pour des concepts qui avaient auparavant été perçus avec scepticisme. Elle présente une méthodologie différente pour le calcul, en se concentrant sur des nombres hyperréels qui englobent les infinitésimaux.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Pensée critique

Point clé: La limitation des méthodes générales dans la résolution des problèmes de théories des nombres.

Interprétation critique: Le chapitre met en lumière un point clé qui, malgré les avancées en mathématiques, des problèmes significatifs tels que la conjecture de Goldbach et la nature des nombres premiers restent non résolus et mettent en évidence les limitations des méthodes mathématiques. Cela soulève des questions sur le fait que la quête de solutions définitives néglige peut-être les complexités inhérentes des nombres. Des critiques pourraient soutenir, comme le montre des œuvres telles que "L'impossible démonstration" de Michael Spivak, que la nature de la vérité mathématique pourrait être plus nuancée que ce que suggère Courant. Les subtilités dans les résultats, notamment autour des polynômes pour les nombres premiers, peuvent indiquer que plutôt que de simplifier notre compréhension, les mathématiques compliquent nos suppositions sur les nombres, ce qui devrait amener les lecteurs à considérer que la perspective de l'auteur pourrait ne pas englober l'ensemble de ces défis.





Scanner pour télécharger

Essayez l'appli Bookey pour lire plus de 1000 résumés des meilleurs livres du monde

Débloquez **1000+** titres, **80+** sujets

Nouveaux titres ajoutés chaque semaine



Aperçus des meilleurs livres du monde



Essai gratuit avec Bookey



Meilleures phrases du Qu'est-ce que les mathématiques ? par Richard Courant avec numéros de page

Voir sur le site de Bookey et générer de belles images de citation

Chapitre 1 | Phrases des pages 37-47

1. Les mathématiques, en tant qu'expression de l'esprit humain, reflètent la volonté active, la raison contemplative et le désir de perfection esthétique.
2. Cette tendance du scientifique appliqué au scientifique théorique apparaît dans l'histoire ancienne ainsi que dans de nombreuses contributions aux mathématiques modernes par des ingénieurs et des physiciens.
3. Si la forme déductive cristallisée est l'objectif, l'intuition et la construction sont au moins les forces motrices.
4. Rétablir une union organique entre la science pure et la science appliquée... pourrait bien être la tâche primordiale des mathématiques dans un avenir proche.
5. Ce n'est que sous la discipline de la responsabilité envers

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

l'ensemble organique, uniquement guidé par une nécessité intrinsèque, que l'esprit libre peut atteindre des résultats d'une valeur scientifique.

6.Ce qui importe et ce qui correspond à un fait 'vérifiable' est la structure et la relation, que deux points déterminent une droite, que des nombres se combinent selon certaines règles pour former d'autres nombres, etc.

Chapitre 2 | Phrases des pages 48-100

- 1.Dieu a créé les nombres naturels ; tout le reste est l'œuvre de l'homme.
- 2.Ce n'est qu'à un stade de développement intellectuel relativement avancé que le caractère abstrait de l'idée de nombre devient clair.
- 3.Ces lois de l'arithmétique sont très simples et peuvent sembler évidentes.
- 4.L'idée essentielle dans les arguments précédents est d'établir un théorème général A pour toutes les valeurs de n en prouvant successivement une série de cas particuliers.
- 5.Le principe de l'induction mathématique repose donc sur le



fait qu'après tout entier r , il y a un suivant, $r + 1$, et que tout entier n désiré peut être atteint par un nombre fini de telles étapes, en commençant à partir de l'entier 1.

Chapitre 3 | Phrases des pages 101-178

1. Les mathématiques sont la reine des sciences et la théorie des nombres est la reine des mathématiques.
2. La preuve de l'infinité de la classe des nombres premiers donnée par Euclide reste un modèle de raisonnement mathématique.
3. Cela prouve le théorème.
4. Une petite expérience montre que, excepté cette arbitraire dans l'ordre, la décomposition d'un nombre N en nombres premiers est unique.
5. S'il existe un entier positif capable de se décomposer en deux produits essentiellement différents de nombres premiers, il y aura le plus petit de ces entiers.
6. La distribution des nombres premiers individuels parmi les entiers est extrêmement irrégulière.



7. Bien que l'énoncé de la conjecture de Gauss soit simple à comprendre, une preuve mathématique rigoureuse était bien au-delà des capacités de la science mathématique à l'époque de Gauss.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

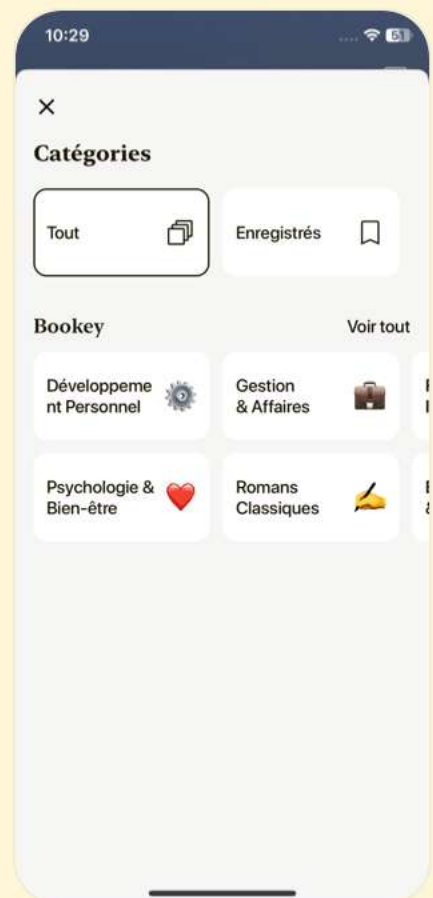
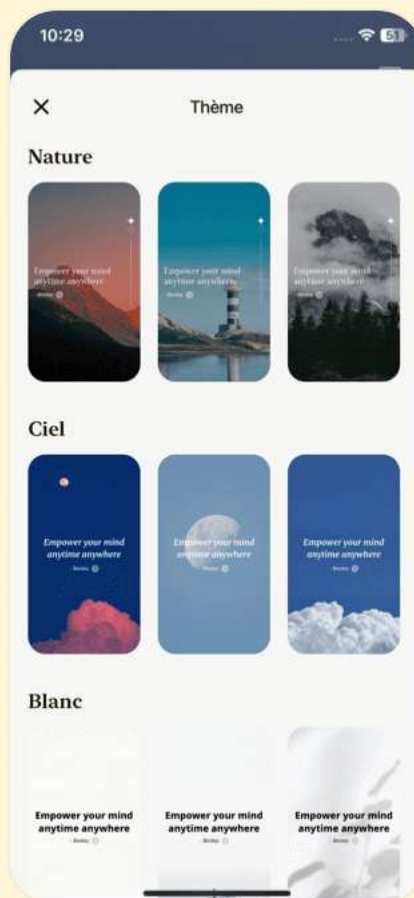
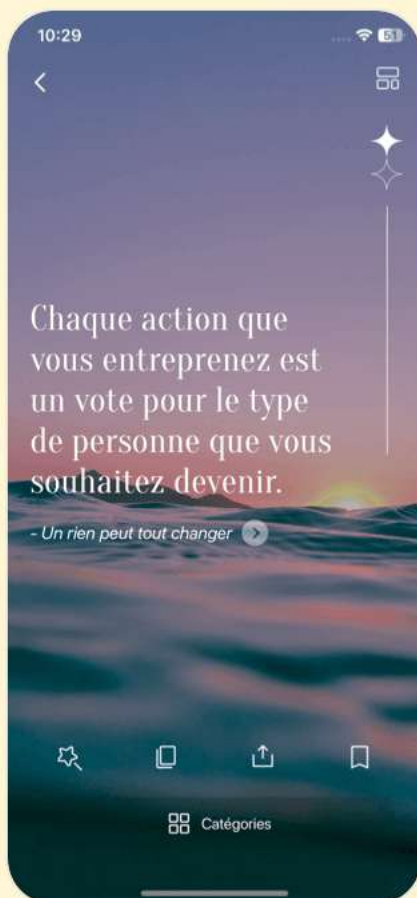


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus d'un million de citations
Plus de 1000 résumés de livres

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Chapitre 4 | Phrases des pages 179-316

1. L'introduction des entiers négatifs et de zéro ouvre la voie à une soustraction sans restrictions, alors que l'introduction des nombres fractionnaires supprime l'obstacle arithmétique analogue à la division.
2. La signification purement arithmétique du système de tous les nombres rationnels—entiers et fractions, positifs et négatifs—est maintenant évidente.
3. Étendre un domaine en introduisant de nouveaux symboles de manière à ce que les lois qui prévalent dans le domaine original continuent de s'appliquer dans le plus grand domaine est un aspect du processus mathématique caractéristique de généralisation.
4. Nous renonçons à la 'chose en soi' mathématique comme la physique a abandonné l'éther inobservable. C'est le sens de la définition 'intrinsèque' d'un nombre irrationnel comme une séquence imbriquée d'intervalles rationnels.
5. Chaque équation algébrique de degré n avec des



coefficients réels ou complexes a des solutions dans le corps des nombres complexes.

6. Dans cette définition, nous établissons une correspondance parfaite entre les points et les nombres. Ce n'est rien d'autre qu'une formulation plus générale de ce qui était exprimé par la définition utilisant des décimales infinies.

Chapitre 5 | Phrases des pages 317-337

1. L'étude mathématique des ensembles repose sur le fait que les ensembles peuvent être combinés par certaines opérations pour former d'autres ensembles, tout comme les nombres peuvent être combinés par addition et multiplication pour former d'autres nombres.

2. La relation $A \preceq B$ présente de nombreuses propriétés, la relation d'ordre $a \preceq b$ entre les nombres.

3. Les lois 1 à 26 constituent la base de l'algèbre des ensembles. Elles possèdent la remarquable propriété de 'dualité'.

4. L'univers logique de discours définit l'ensemble I ; chaque



propriété ou attribut des objets définit l'ensemble A constitué de tous les objets dans I qui possèdent cet attribut.

5. L'algèbre des ensembles éclaire grandement la théorie des probabilités.

Chapitre 6 | Phrases des pages 338-456

1. La restriction traditionnelle à l'utilisation seulement de la règle et du compas remonte à l'Antiquité, bien que les Grecs eux-mêmes n'hésitaient pas à utiliser d'autres instruments.
2. Les problèmes non résolus de ce genre ont donné lieu à l'un des développements les plus remarquables et novateurs en mathématiques.
3. La question n'est pas de savoir si une équation algébrique de degré n possède des solutions. Ce fait a été prouvé pour la première fois par Gauss dans sa thèse de doctorat en 1799.
4. Gauss a découvert que le polygone régulier p -gon est constructible si et seulement si p est un 'nombre de Fermat' premier.



5. Il faut bien comprendre que la question n'est pas de savoir si une équation algébrique de degré n possède des solutions, mais plutôt comment prouver que certains problèmes ne peuvent pas être résolus.
6. L'art de la solution numérique des équations est, bien sûr, très important et hautement développé.
7. Ainsi, les mathématiciens ont été amenés à enquêter sur la question : Comment est-il possible de prouver que certains problèmes ne peuvent pas être résolus ?
8. Ceux d'entre eux qui sont capables de comprendre les mathématiques élémentaires pourraient profiter d'étudier ce chapitre.
9. Le problème de la quadrature du cercle est beaucoup plus difficile à résoudre ;...
10. C'est le principe de la géométrie analytique, la caractérisation quantitative des objets géométriques par des nombres réels, basée sur l'introduction du continuum des nombres réels, qui fournit la fondation de toute la théorie.



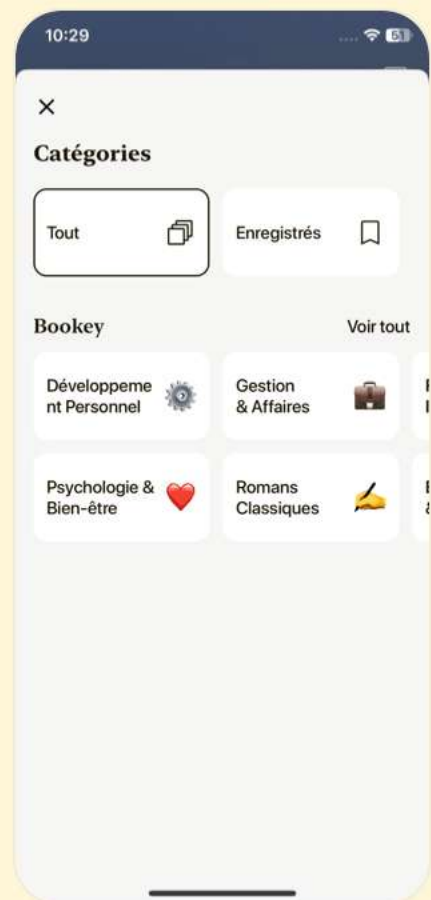
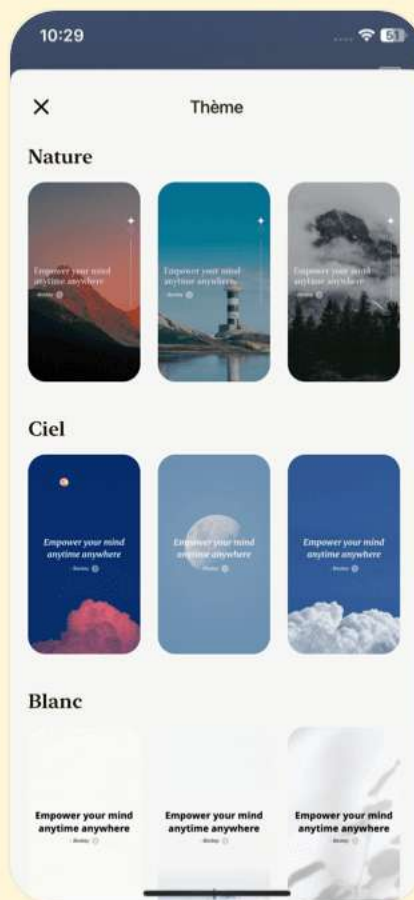
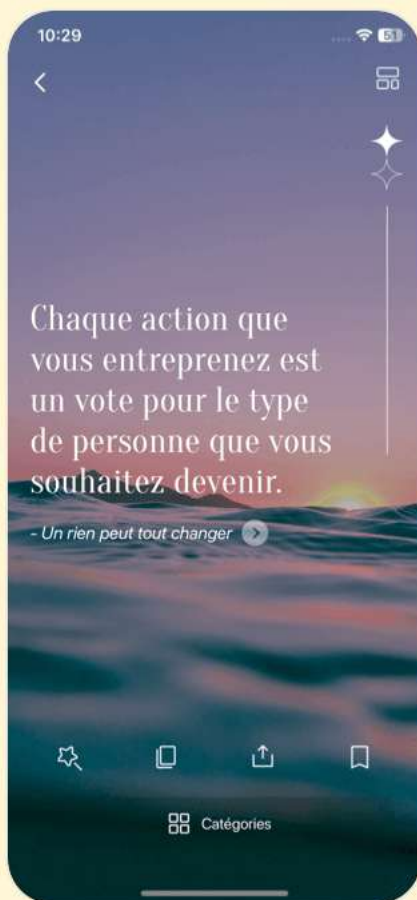


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus d'un million de citations
Plus de 1000 résumés de livres

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Chapitre 7 | Phrases des pages 457-624

1. La question se pose maintenant de savoir si le concept de grandeur et les concepts connexes de congruence et de similarité sont essentiels à la géométrie, ou si les figures géométriques peuvent avoir des propriétés encore plus profondes qui ne sont pas altérées par des transformations plus drastiques que les mouvements rigides.
2. Ici, nous avons une propriété qui persiste même après un changement plutôt drastique des grandeurs de la figure originale.
3. Trouver et analyser ces propriétés est l'objet de la géométrie projective.
4. La géométrie de ce chapitre concerne ces propriétés qui demeurent inchangées, ou 'invariantes', sous une classe spéciale de transformations qui se situe entre la classe très restreinte des mouvements rigides d'une part, et la classe la plus générale des déformations arbitraires d'autre part.
5. L'étude de ces propriétés géométriques a été imposée aux



mathématiciens depuis longtemps par les problèmes de perspective, qui ont été étudiés par des artistes tels que Léonard de Vinci et Albrecht Dürer.

6. Il est clair que les théorèmes dans cette branche de la géométrie ne peuvent pas être des énoncés sur les longueurs et les angles ou sur la congruence.

7. Le célèbre théorème du triangle de Desargues (1593–1662)

: Si dans un plan deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont disposés de telle sorte que les droites reliant les sommets correspondants se rencontrent en un point O , alors les côtés correspondants, s'ils sont prolongés, se croiseront en trois points collinéaires.

8. L'idée de classer les différentes branches de la géométrie selon les classes de transformations considérées a été proposée par Felix Klein dans un discours célèbre (le 'programme Erlanger') donné en 1872.

9. Mais cette observation suggère la possibilité de classer les théorèmes concernant une figure géométrique selon qu'ils demeurent vrais ou deviennent faux lorsque la figure est



soumise à une compression uniforme.

10. Le fait remarquable que le rapport croisé de quatre points reste inchangé par projection met en lumière un invariant mathématique sous diverses transformations.

Chapitre 8 | Phrases des pages 625-710

1. Le nouveau sujet, appelé analyse situs ou topologie, a pour objet l'étude des propriétés des figures géométriques qui persistent même lorsque les figures sont soumises à des déformations si drastiques que toutes leurs propriétés métriques et projectives sont perdues.
2. L'importance de la topologie pour presque l'ensemble des mathématiques n'a cessé d'augmenter.
3. Toute propriété d'une figure géométrique A qui se vérifie également pour chaque figure dans laquelle A peut être transformée par une transformation topologique est appelée une propriété topologique de A .
4. Les propriétés topologiques des figures (comme celles données par le théorème d'Euler et d'autres) sont d'un grand



intérêt et d'une grande importance dans de nombreuses investigations mathématiques.

5. Si une figure simple en deux dimensions est subdivisée en régions suffisamment petites, il y aura nécessairement des points où trois régions ou plus se rencontrent.
6. Le théorème de Brouwer énonce : Chaque transformation de ce type laisse au moins un point fixe ; c'est-à-dire qu'il existe au moins un point dont la position après la transformation est la même que sa position originale.
7. Le théorème des quatre couleurs... Il reste l'un des grands problèmes non résolus en mathématiques.
8. Une surface avec p trous a le genre p , le genre est une propriété topologique d'une surface et reste le même si la surface est déformée.

Chapitre 9 | Phrases des pages 711-832

1. Le concept de fonction revêt une grande importance, non seulement en mathématiques pures mais aussi dans les applications pratiques.
2. Tout le domaine des phénomènes périodiques—le



mouvement des marées, les vibrations d'une corde pincée, l'émission d'ondes lumineuses d'un filament incandescent—est régi par les simples fonctions trigonométriques $\sin x$ et $\cos x$.

3. Une fonction mathématique est simplement une loi régissant l'interdépendance des quantités variables.
4. Nous disons que la valeur de cette expression est une fonction de la valeur de x , et écrivons $x^2 + 2x - 3 = f(x)$.
5. Si une particule en mouvement est concentrée en un point de l'espace avec des coordonnées rectangulaires x, y, z , et si t mesure le temps, alors le mouvement de la particule est complètement décrit en donnant ses coordonnées x, y, z comme fonctions de t : $x = f(t)$, $y = g(t)$, $z = h(t)$.
6. La tâche du physicien est de déterminer la nature exacte ou approximative de cette dépendance fonctionnelle.



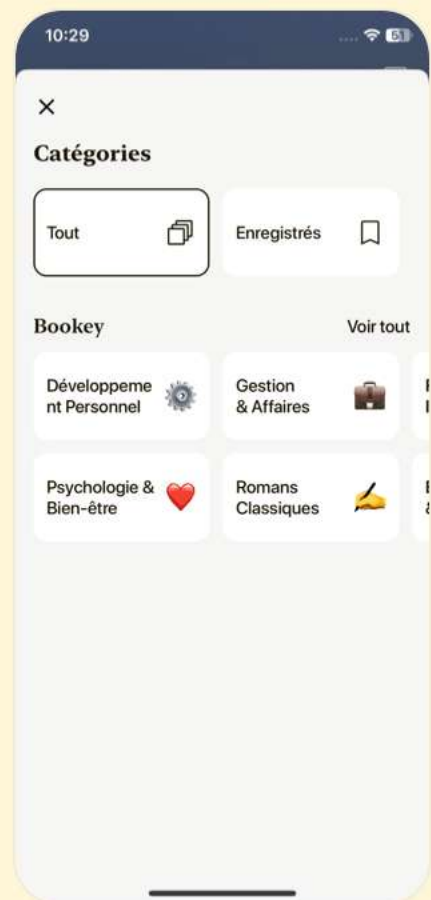
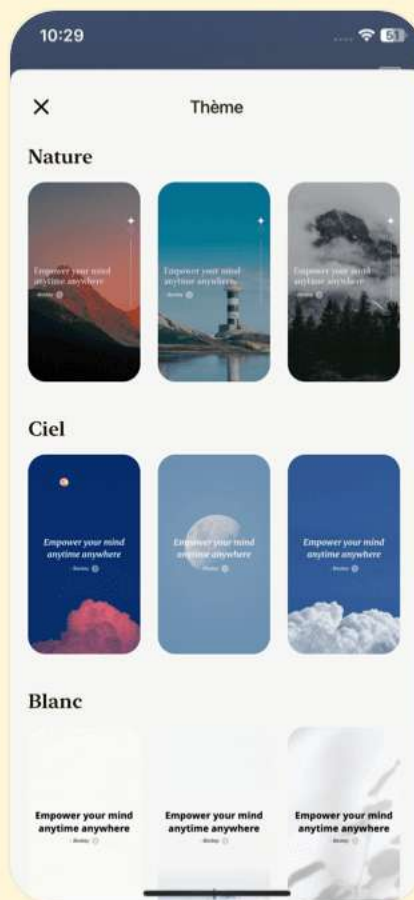
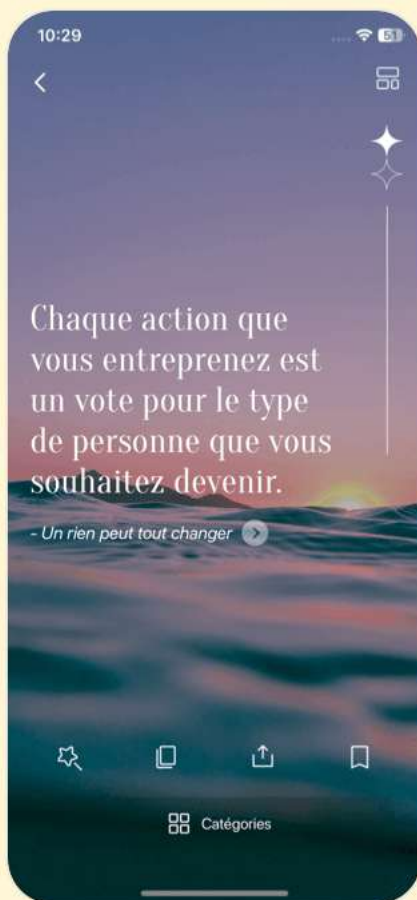


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus d'un million de citations
Plus de 1000 résumés de livres

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Chapitre 10 | Phrases des pages 833-852

1. Si nous pouvons montrer que les suites b_n et c_n

convergent toutes deux vers la même limite
découle que a_n converge également vers la limite
 $\pm$.

2. De cela, il s'ensuit que $q_n \neq 0$ pour $|q|$

3. Nous pouvons considérer les limites des suites a_n lorsque
 a_n n'est pas un nombre fixe mais dépend d'une variable x :
 $a_n = f_n(x)$.

4. C'est particulièrement vrai pour la représentation des
fonctions discontinues par des formules explicites.

5. Chaque terme après le premier est formé en prenant la
racine carrée de 1 plus son prédécesseur.

Chapitre 11 | Phrases des pages 853-1080

1. Il est tout à fait naturel que les mathématiciens
s'intéressent à des questions de ce genre. Dans la
vie quotidienne, des problèmes de maxima et
minima, du 'meilleur' et du 'pire', se posent
constamment.



- 2.À partir du XVIIe siècle, la théorie générale des valeurs extrêmes—maxima et minima—est devenue l'un des principes d'intégration systématiques de la science.
- 3.L'un des accomplissements les plus remarquables des mathématiques contemporaines est la théorie des valeurs stationnaires—une extension de la notion de valeurs extrêmes qui combine l'analyse et la topologie.
- 4.Le maximum de $f(x)$ dans l'intervalle représenté est en D, le minimum en A. Le point P représente également un maximum, dans le sens où pour tous les autres points dans le voisinage immédiat de B, $f(x)$ est inférieur à b.
- 5.Ainsi, nous trouvons trois types de points différents avec des plans tangents horizontaux : maxima, minima et points de selle ; pour chacun de ceux-ci, nous avons différents types de valeurs stationnaires de $f(x, y)$.
- 6.C'est en effet le rôle du calcul différentiel dans les problèmes d'extrêmes. La recherche moderne de généralité ne représente qu'un côté du problème, car la vitalité des mathématiques dépend surtout de la couleur individuelle



des problèmes et des méthodes.

7. Le problème peut être généralisé pour inclure plusieurs lignes L, M et deux points P, Q situés... avec le problème de trouver le chemin de longueur minimale de P à L, puis à M, puis à Q.

Chapitre 12 | Phrases des pages 1081-1224

1. L'invention du calcul est parfois attribuée à deux hommes, Newton et Leibniz. En réalité, le calcul est le produit d'une longue évolution qui n'a été ni initiée ni terminée par Newton et Leibniz.
2. Une grande partie du succès est due à la merveilleuse notation symbolique inventée par Leibniz.
3. Ces pionniers étaient guidés par un fort ressenti instinctif qui les empêchait de s'égarer trop loin.
4. Le calcul peut donc être enseigné sans aucune trace de mystère et avec une rigueur complète.
5. Le théorème fondamental du calcul indique que la dérivée de l'intégrale indéfinie est égale à la fonction elle-même.
6. Il est donc approprié de définir l'opération de surélévation



du nombre e à une puissance irrationnelle en posant $e^y = E(y)$.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

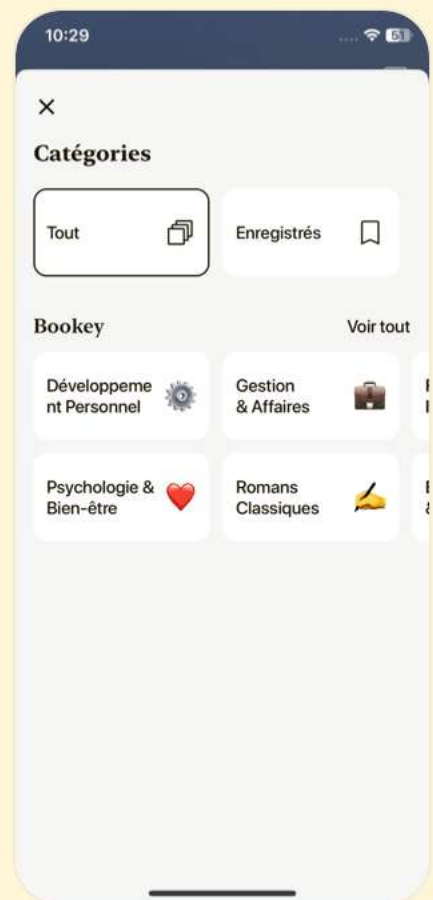
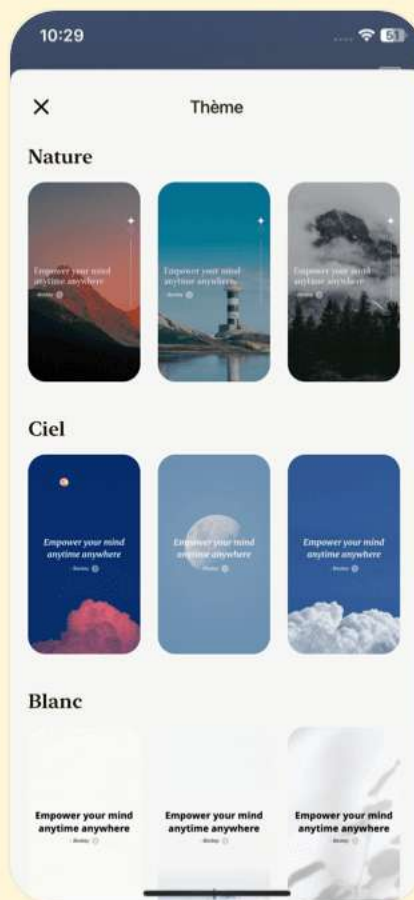
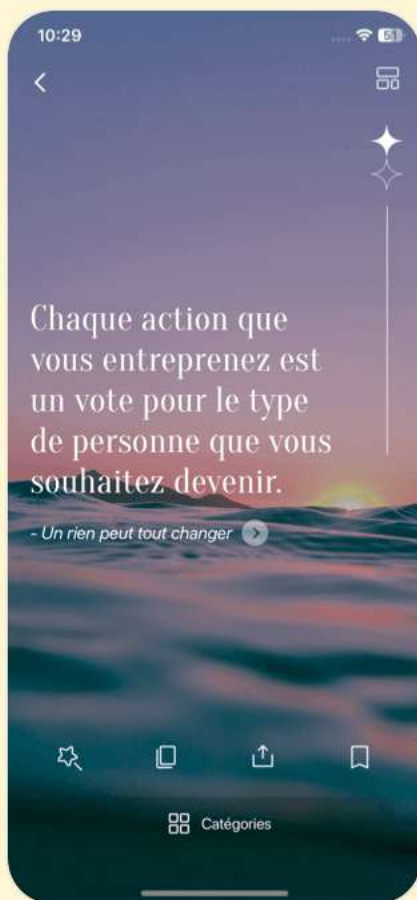


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus d'un million de citations
Plus de 1000 résumés de livres

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Chapitre 13 | Phrases des pages 1225-1275

1. La différentiabilité est certainement une condition restrictive pour une fonction continue, mais la mise en œuvre effective de la différentiation, c'est-à-dire l'algorithme du calcul différentiel, est en pratique une procédure simple basée sur quelques règles élémentaires.
2. Bien que la différentiabilité implique la continuité, cela montre que la continuité n'implique pas la différentiabilité, car la fonction de Weierstrass est continue et nulle part différentiable.
3. La somme tend vers une limite bien définie A , qui est indépendante de la façon spécifique dont les sous-intervalles et les points v_j sont choisis. Par définition, cette limite est l'intégrale.
4. La mise en œuvre effective de la différentiation... est en pratique une procédure simple basée sur quelques règles élémentaires.
5. Pour définir la longueur, nous procédons exactement



comme si nous devions mesurer une courbe à des fins pratiques avec un mètre droit.

6. C'est un fait remarquable qu'il n'est en aucun cas toujours possible, car la fonction exponentielle a^n avec $a > 1$ (par exemple e^n) tend vers l'infini plus rapidement que toute puissance n^s , quelle que soit la taille de s .
7. Pour des courbes suffisamment lisses, cette limite existe et est indépendante de la manière dont la séquence de polygones inscrits est choisie.
8. Dans la pratique, de telles difficultés ne surgiront pas. Sauf peut-être pour des points isolés, les courbes seront lisses et la différentiation ne sera pas seulement possible mais produira également une dérivée continue.

Chapitre 14 | Phrases des pages 1276-1465

1. Les valeurs positives de cette expression, pour des valeurs entières de $a, \dots, z$, sont précisément les nombres premiers.
2. Cependant, on en sait beaucoup plus maintenant sur les deux questions.



3. Le dernier théorème de Fermat est vrai.
4. La vérité de l'hypothèse du continu dépend des axiomes choisis pour la théorie des ensembles.
5. Dans quelle mesure un argument qui repose sur un énorme calcul... peut-il être considéré comme une preuve ?
6. Tout entier pair suffisamment grand est une somme d'un nombre premier et d'un produit d'au plus deux nombres premiers.



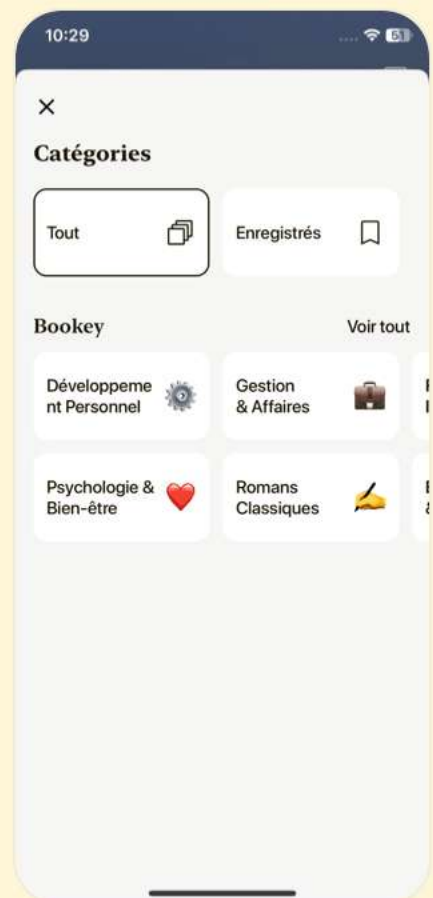
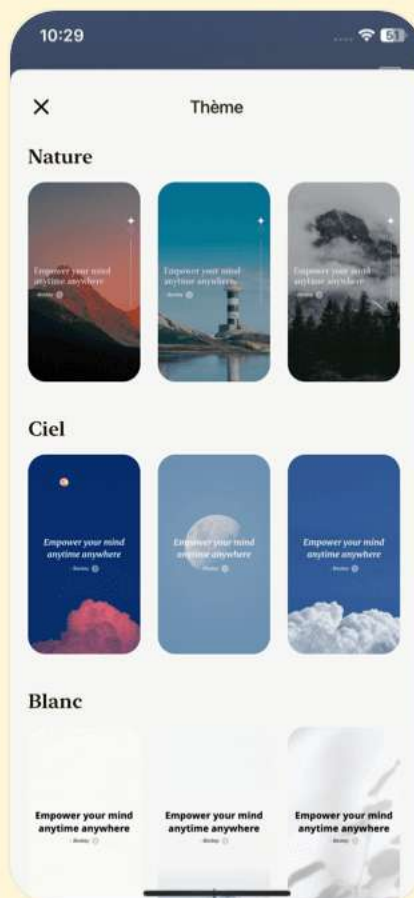
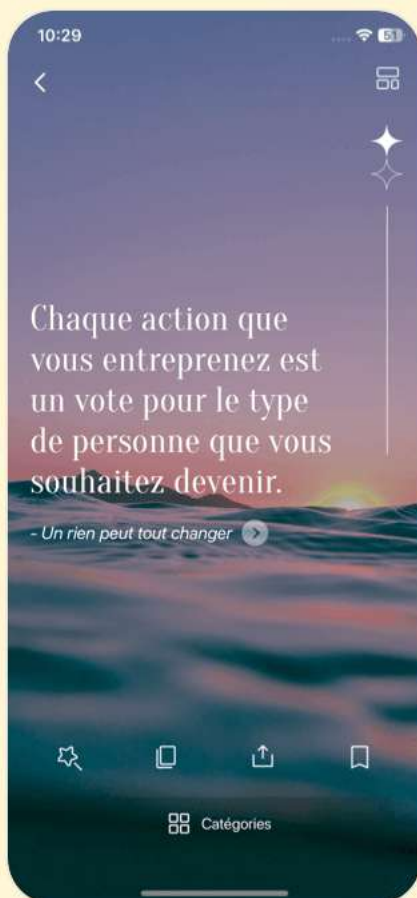


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus d'un million de citations
Plus de 1000 résumés de livres

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Qu'est-ce que les mathématiques ?

Questions

Voir sur le site de Bookey

Chapitre 1 | Qu'est-ce que les mathématiques ?| Questions et réponses

1.Question

Quelles qualités intrinsèques font des mathématiques une expression unique de l'esprit humain ?

Réponse:Les mathématiques reflètent la volonté active, le raisonnement contemplatif, et un désir de perfection esthétique. Elles incarnent un équilibre entre logique et intuition, généralité et individualité, permettant à la fois une application pratique et une exploration théorique.

2.Question

Comment l'interaction entre les mathématiques grecques et babyloniennes a-t-elle influencé le développement des mathématiques modernes ?

Réponse:Les Grecs ont intégré les réalisations mathématiques babyloniennes dans leurs discussions

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

philosophiques, conduisant à une compréhension plus profonde de concepts complexes tels que la continuité et l'infini. Cette synthèse a contribué à l'émergence des mathématiques en tant que discipline philosophique, soulignant à la fois l'application et la rigueur théorique.

3.Question

Quel changement significatif s'est produit dans les mathématiques au cours du XVIIe siècle ?

Réponse:Le XVIIe siècle a marqué le début d'une révolution vigoureuse dans les mathématiques avec l'avènement de la géométrie analytique et du calcul. Cette phase a permis une transition des cadres axiomatique-rigides à une exploration intuitive, ouvrant la voie à de grandes avancées malgré une perte perçue de rigueur logique.

4.Question

Quelles leçons peuvent être tirées de l'impact de la géométrie grecque sur le développement de l'algèbre et des calculs numériques ?

Réponse:L'accent mis par les Grecs sur la géométrie axiomatique pure a peut-être freiné l'avancement de l'algèbre



et des systèmes numériques pendant près de deux millénaires. Cela souligne l'importance d'adopter des approches mathématiques diverses et met en garde contre le fait de se fixer trop sur une seule tradition.

5.Question

Discutez de l'équilibre entre la théorie mathématique abstraite et l'application pratique. Pourquoi cet équilibre est-il important ?

Réponse:Le paysage mathématique moderne se caractérise par une tension entre la théorie pure et les applications pratiques. Atteindre un équilibre est crucial car cela favorise le développement de mathématiques qui sont non seulement rigoureuses sur le plan abstrait mais également pertinentes pour des problèmes concrets, encourageant l'innovation et la compréhension.

6.Question

De quelle manière les mathématiques modernes reflètent-elles le besoin de précision et de rigueur établi par les développements antérieurs ?

Réponse:Le retour au XIXe siècle à un examen rigoureux des



fondements mathématiques a été motivé par la demande d'une plus grande précision dans l'enseignement supérieur, montrant que bien que l'exploration et l'intuition soient vitales, le besoin d'un cadre solide et précis reste essentiel pour le progrès scientifique.

7.Question

Comment la philosophie de l'élimination des éléments métaphysiques contribue-t-elle aux avancées en physique et en mathématiques ?

Réponse:En se concentrant sur les phénomènes observables et en écartant les hypothèses métaphysiques, des percées comme la théorie de la relativité d'Einstein ont émergé. Ce principe de l'observation plutôt que de l'abstraction encourage la clarté et améliore l'application pratique des concepts théoriques dans les deux disciplines.

8.Question

Quelle est l'importance de comprendre les objets mathématiques comme des relations plutôt que comme des entités substantielles ?

Réponse:Reconnaître les objets mathématiques, comme les



nombres et les points, comme des relations plutôt que comme des entités tangibles permet une compréhension plus flexible et fonctionnelle des mathématiques. Cette prise de conscience constitue un développement critique dans les mathématiques modernes, mettant l'accent sur les structures et les opérations plutôt que sur des interprétations métaphysiques.

9.Question

Pourquoi l'expérience active en mathématiques est-elle jugée plus éclairante que la spéculation philosophique sur sa nature ?

Réponse:L'expérience active en mathématiques favorise un engagement réel avec ses concepts, menant à une compréhension pratique et à l'innovation. Elle suggère que l'essence des mathématiques réside non pas dans des définitions abstraites mais dans le processus constructif de résolution de problèmes et d'exploration.

Chapitre 2 | LES NOMBRES NATURELS| Questions et réponses

1.Question

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Quel rôle les nombres naturels jouent-ils dans les mathématiques modernes selon Courant ?

Réponse: Les nombres naturels forment la base fondamentale des mathématiques modernes, à partir de laquelle tous les autres concepts et systèmes mathématiques sont dérivés.

2.Question

Comment Courant illustre-t-il la nature abstraite des nombres ?

Réponse: Courant explique que les nombres, comme le six, sont des abstractions de collections d'objets et ne dépendent pas des qualités spécifiques des objets comptés.

3.Question

Quelles sont les cinq lois fondamentales de l'arithmétique mentionnées, et pourquoi sont-elles significatives ?

Réponse: Les cinq lois sont : 1) Loi commutative de l'addition ($a + b = b + a$), 2) Loi commutative de la multiplication ($ab = ba$), 3) Loi associative de l'addition ($a + (b + c) = (a + b) + c$), 4) Loi associative de la multiplication ($a(bc) = (ab)c$), et 5)



Loi distributive ($a(b + c) = ab + ac$). Ces lois sont fondamentales car elles régissent la manière dont les nombres interagissent en arithmétique.

4.Question

Les lois de l'arithmétique peuvent-elles s'appliquer à d'autres substances que les nombres ?

Réponse:Non, les lois peuvent ne pas s'appliquer à d'autres entités, comme les substances chimiques, comme l'illustre l'exemple du mélange d'acide sulfurique avec de l'eau.

5.Question

Quelle analogie Courant utilise-t-il pour expliquer l'addition des entiers ?

Réponse:Courant utilise l'analogie de boîtes de points pour représenter les entiers, où l'addition est comme la combinaison de deux boîtes bout à bout et la multiplication implique de les organiser en rangées et en colonnes.

6.Question

Que dit le principe de l'induction mathématique ?

Réponse:Le principe de l'induction mathématique stipule que pour prouver une affirmation pour tous les entiers, il suffit de



montrer que si elle est vraie pour un entier, elle l'est pour le suivant, en partant d'un cas de base connu.

7.Question

Comment Courant prouve-t-il la somme des premiers n entiers ?

Réponse: Courant prouve par induction que la somme des premiers n entiers est égale à $n(n + 1)/2$. En supposant que c'est vrai pour $n = r$, il montre que cela tient pour $n = r + 1$.

8.Question

Quelle est l'importance du système de numération positionnel souligné par Courant ?

Réponse: Le système de numération positionnel permet un calcul efficace et une représentation de tous les entiers avec un petit ensemble de symboles, ce qui était révolutionnaire par rapport aux systèmes additifs antérieurs.

9.Question

Pourquoi le concept de la suite infinie des entiers est-il critique en mathématiques ?

Réponse: La suite infinie des entiers exemplifie le concept d'infini en mathématiques et constitue la base pour



comprendre et travailler avec des ensembles infinis.

10.Question

Quel avertissement Courant donne-t-il concernant l'induction mathématique ?

Réponse:Courant avertit que si l'on ne respecte pas les conditions de l'induction, comme en supposant une prémisse fausse, cela peut conduire à des conclusions absurdes, comme prouver que tous les entiers positifs sont égaux.

11.Question

Comment les différentes bases dans les systèmes numériques peuvent-elles affecter le calcul ?

Réponse:Différentes bases, comme utiliser la base 12 ou la base 7 au lieu de la base 10, affectent les chiffres nécessaires à la représentation et la complexité des opérations arithmétiques.

12.Question

Quel aspect créatif des mathématiques est mis en avant à travers le processus de preuve décrit par Courant ?

Réponse:Courant souligne que bien que les preuves puissent suivre des structures logiques rigides, la formulation initiale



des hypothèses nécessite créativité et intuition, ce qui est une partie essentielle de la découverte mathématique.

13.Question

Quels exemples Courant fournit-il pour illustrer l'application de l'induction mathématique dans la démonstration de formules ?

Réponse: Courant fournit les formules pour la somme des premiers n entiers, la somme des premiers n carrés, et la somme des termes d'une progression géométrique comme applications clés de l'induction.

Chapitre 3 | Supplément au Chapitre I. La théorie des nombres| Questions et réponses

1.Question

Quelle est l'importance des nombres premiers en mathématiques ?

Réponse: Les nombres premiers sont considérés comme les éléments de base des entiers, car tout entier supérieur à un peut être exprimé de manière unique comme un produit de premiers, ce qui souligne leur rôle fondamental en théorie des



nombres.

2.Question

Comment Euclide a-t-il démontré qu'il existe une infinité de nombres premiers ?

Réponse:La preuve par l'absurde d'Euclide montre que si nous supposons qu'il n'existe qu'un nombre fini de nombres premiers, nous pouvons construire un nouveau nombre, qui est un de plus que le produit de tous les nombres premiers connus, qui ne peut pas être divisible par aucun d'eux, prouvant ainsi qu'il doit y avoir une infinité de nombres premiers.

3.Question

Est-ce que chaque entier supérieur à 1 peut être exprimé de manière unique comme un produit de premiers ?

Comment cela est-il prouvé ?

Réponse:Oui, chaque entier supérieur à 1 a une factorisation unique en premiers. Cela est montré par la méthode de l'absurde, en supposant l'existence de deux factorizations premières distinctes pour le même entier et en démontrant que cela conduit à une contradiction.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

4.Question

Qu'est-ce que le 'crible d'Ératosthène' et que fait-il ?

Réponse:Le crible d'Ératosthène est un ancien algorithme utilisé pour trouver tous les nombres premiers jusqu'à un entier spécifié N en marquant de manière itérative les multiples de chaque premier en commençant par 2, ce qui donne une liste de premiers.

5.Question

Définissez le théorème des nombres premiers et ses implications pour la distribution des premiers.

Réponse:Le théorème des nombres premiers décrit la distribution asymptotique des premiers, suggérant que le nombre de premiers inférieurs ou égaux à un entier donné n est approximativement $n/\log(n)$, indiquant que les premiers deviennent moins fréquents à mesure que les nombres augmentent.

6.Question

Qu'est-ce que la conjecture de Goldbach et pourquoi est-elle significative ?

Réponse:La conjecture de Goldbach stipule que tout entier



pair supérieur à 2 peut être exprimé comme la somme de deux nombres premiers. Elle est significative car elle demeure l'un des plus anciens problèmes non résolus en théorie des nombres malgré des preuves numériques étendues qui la soutiennent.

7.Question

Qu'est-ce que la réciprocité quadratique en théorie des nombres ?

Réponse:La réciprocité quadratique est un principe qui décrit la relation entre la résolubilité des équations quadratiques modulo des nombres premiers, affirmant que la résolubilité d'une équation quadratique donne généralement des informations sur la résolubilité d'une autre.

8.Question

Que stipule le dernier théorème de Fermat et son importance historique ?

Réponse:Le dernier théorème de Fermat stipule qu'il n'existe pas trois entiers positifs a , b et c qui puissent satisfaire l'équation $a^n + b^n = c^n$ pour toute valeur entière de n



supérieure à 2. Sa résolution par Andrew Wiles en 1994 a marqué une étape significative en mathématiques.

9.Question

Expliquez comment les équations diophantiennes sont liées à l'algorithme d'Euclide.

Réponse:Les équations diophantiennes, qui sont des équations polynomiales avec des solutions entières, utilisent souvent l'algorithme d'Euclide pour trouver des solutions entières en déterminant le plus grand commun diviseur des coefficients, fournissant ainsi une approche systématique pour les résoudre.

10.Question

Quelle technique de preuve la unicité de la décomposition en premiers utilise-t-elle ?

Réponse:L'unicité de la décomposition en premiers utilise la preuve indirecte en supposant qu'un entier peut être décomposé en premiers de deux manières différentes et en démontrant que cette hypothèse conduit à une contradiction.





Scanner pour télécharger



Pourquoi Bookey est une application incontournable pour les amateurs de livres



Contenu de 30min

Plus notre interprétation est profonde et claire, mieux vous saisissez chaque titre.



Format texte et audio

Absorberez des connaissances même dans un temps fragmenté.



Quiz

Vérifiez si vous avez maîtrisé ce que vous venez d'apprendre.



Et plus

Plusieurs voix & polices, Carte mentale, Citations, Clips d'idées...

Essai gratuit avec Bookey



Chapitre 4 | LE SYSTÈME NUMÉRIQUE EN MATHEMATIQUES| Questions et réponses

1.Question

Quelle est l'importance fondamentale d'étendre le système numérique au-delà des nombres naturels ?

Réponse:Étendre le système numérique nous permet d'effectuer des opérations arithmétiques plus complexes, telles que la soustraction et la division, qui ne sont pas toujours possibles dans le domaine des nombres naturels. Cela permet l'introduction de nombres rationnels, irrationnels et complexes, satisfaisant à la fois les besoins pratiques de mesure et les besoins théoriques de cohérence mathématique.

2.Question

Comment les nombres rationnels facilitent-ils la mesure dans la vie quotidienne ?

Réponse:Les nombres rationnels nous permettent d'exprimer des quantités qui ne s'alignent pas mesurablement avec des entiers grâce au concept de fractions, ce qui permet une



mesure précise des longueurs, des aires, des poids et d'autres quantités via une unité de mesure choisie.

3.Question

Pourquoi le zéro est-il considéré comme une invention cruciale dans le développement de l'arithmétique ?

Réponse:Le zéro permet d'effectuer des soustractions sans restriction dans le domaine des entiers, ouvrant la voie à l'inclusion des nombres négatifs et menant finalement à une compréhension plus globale des nombres.

4.Question

Pouvez-vous expliquer l'importance des segments incommensurables et des nombres irrationnels ?

Réponse:La découverte des segments incommensurables, comme la diagonale d'un carré, indique l'existence de nombres qui ne peuvent pas être exprimés comme un rapport d'entiers, menant ainsi au concept de nombres irrationnels. Cela a eu des implications profondes pour les mathématiques, car cela a révélé la complexité des grandeurs et la nécessité d'un système numérique plus large.



5.Question

Quel rôle joue l'interprétation géométrique des nombres rationnels dans la compréhension de leurs propriétés ?

Réponse:L'interprétation géométrique positionne les nombres rationnels comme des points sur un axe numérique, nous permettant de visualiser les relations entre les nombres, y compris la densité, l'ordre et le concept d'intervalles contenant une infinité de points rationnels.

6.Question

En quoi l'introduction des nombres irrationnels remet-elle en question les notions précédentes sur les systèmes numériques ?

Réponse:Les nombres irrationnels contredisent la croyance antérieure selon laquelle toutes les longueurs pouvaient être décrites par des nombres rationnels, conduisant à une compréhension plus nuancée des quantités et à la réalisation que tous les points sur la droite numérique ne peuvent pas être exprimés comme des rapports de nombres entiers.

7.Question

Que contribue le concept de limites à notre



compréhension des nombres ?

Réponse:La notion de limites aide à définir les nombres

irrationnels et éclaire la façon dont des suites peuvent

s'approcher de certaines valeurs (comme $\sqrt{2}$ et π) sans

les atteindre réellement, démontrant ainsi la richesse et la

complexité du système numérique.

8.Question

Quelle était l'importance d'établir des règles pour les opérations avec des nombres complexes ?

Réponse:L'établissement d'opérations avec des nombres

complexes permet de résoudre des équations qui n'ont pas de

solutions dans le système des nombres réels, comme $x^2 = -1$,

élargissant ainsi la portée des mathématiques et fournissant

des outils essentiels pour divers domaines, y compris

l'ingénierie et la physique.

9.Question

Que signifie l'établissement de l'existence des nombres irrationnels à travers des intervalles imbriqués en mathématiques ?



Réponse: L'établissement des nombres irrationnels par le biais d'intervalles imbriqués formalise le continuum des nombres en définissant le système des nombres réels, reliant ainsi des concepts mathématiques abstraits à des mesures du monde réel, et mettant en évidence les relations complexes entre les nombres.

10.Question

Comment les propriétés de la cardinalité différencient-elles l'ensemble des nombres rationnels de l'ensemble des nombres réels ?

Réponse: L'ensemble des nombres rationnels est dénombrable, ce qui signifie qu'il peut être énuméré dans une séquence (comme les nombres naturels), tandis que l'ensemble des nombres réels, qui inclut les irrationnels, est non-dénombrable, indiquant une structure plus complexe où tous les nombres ne peuvent pas être listés explicitement.

11.Question

Quelle est l'importance des travaux de Cantor sur la théorie des ensembles dans le contexte des systèmes numériques ?



Réponse: Les travaux de Cantor ont jeté les bases de la compréhension des différents types d'infinis, démontrant que certains ensembles infinis (comme l'ensemble des nombres réels) sont 'plus grands' que d'autres (comme l'ensemble des entiers), modifiant fondamentalement notre conception des mathématiques et menant à une compréhension plus claire des systèmes numériques.

Chapitre 5 | Supplément au Chapitre II. L'Algèbre des Ensembles | Questions et réponses

1. Question

Quel est le concept fondamental derrière l'algèbre des ensembles ?

Réponse: Le concept fondamental est la définition d'un ensemble basée sur toute propriété ou attribut que les objets peuvent posséder ou non. Cela permet de créer des ensembles comme l'ensemble de tous les nombres premiers. L'algèbre des ensembles explore comment ces ensembles peuvent être combinés par des opérations logiques, tout comme les nombres en algèbre.



2.Question

Comment l'algèbre des ensembles illustre-t-elle la généralité des mathématiques modernes ?

Réponse:La capacité d'appliquer des méthodes algébriques à des objets non numériques comme les ensembles montre la nature expansible des mathématiques modernes. Elle relie des domaines apparemment disparates, tels que la théorie des mesures et la probabilité, sous un cadre unifié.

3.Question

Quelles opérations définissent l'algèbre des ensembles, et comment sont-elles visualisées ?

Réponse:Les deux opérations principales sont l'union ($A \cup B$) et l'intersection (AB). L'union comprend tous les objets dans A ou B, tandis que l'intersection inclut uniquement les objets présents dans A et B. La visualisation de ces opérations peut se faire à l'aide de diagrammes de Venn, qui illustrent les relations et les éléments partagés.

4.Question

Pouvez-vous expliquer le concept de relations d'inclusion utilisant un exemple ?



Réponse: Bien sûr ! Si A est l'ensemble de tous les entiers pairs et B est l'ensemble de tous les entiers, alors A est un sous-ensemble de B ($A \subset B$) parce que chaque entier pair est aussi un entier. Mais si B comprend également des entiers impairs, alors tous les entiers ne sont pas pairs.

5.Question

Quelle est la signification de l'ensemble vide par rapport aux autres ensembles ?

Réponse: L'ensemble vide, noté $\emptyset$, sert d'exemple fondamental universel en théorie des ensembles. C'est un sous-ensemble de chaque ensemble ($\emptyset \subset A$, ensemble A), indiquant qu'aucun objet ne peut exister qui ne soit pas contenu dans cet ensemble.

6.Question

Pouvez-vous décrire le principe de dualité dans l'algèbre des ensembles ?

Réponse: Le principe de dualité stipule que si vous échangez les symboles pour sous-ensemble ($\subset$, $\supset$) et pour l'ensemble vide ($\emptyset$) et l'ensemble universel (I), et les



opérations d'union (+) et d'intersection ("∩") resteront vraies également. Cette symétrie révèle des connexions profondes entre les concepts.

7.Question

Comment l'algèbre des ensembles est-elle liée au raisonnement logique ?

Réponse:L'algèbre des ensembles peut être utilisée pour formaliser le raisonnement logique à travers les opérations sur les ensembles. Par exemple, 'A implique B' peut être représenté comme $A \subseteq B$. Cette synergie entre la théorie des ensembles donne naissance à des domaines tels que la logique mathématique qui analyse systématiquement les énoncés logiques en utilisant des principes algébriques.

8.Question

En quoi l'algèbre des ensembles améliore-t-elle la compréhension de la probabilité ?

Réponse:L'algèbre des ensembles aide à calculer les probabilités en permettant des opérations sur des ensembles de résultats. Si A et B représentent différents résultats, la



probabilité que A ou B se produise peut être dérivée en utilisant les opérations définies dans l'algèbre des ensembles, ce qui donne des résultats comme $p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB)$.

9.Question

Comment calculez-vous la probabilité des résultats impliquant plusieurs sous-ensembles ?

Réponse: Pour plusieurs sous-ensembles, tels que A, B et C, la probabilité que l'un de ces résultats se produise peut être calculée en utilisant les principes d'inclusion-exclusion. Par exemple, $p(A + B + C)$ tient compte des éléments chevauchants en soustrayant les probabilités des intersections, comme le montrent les formules dérivées.

10.Question

Quelle est la signification du nombre $1/e$ dans le contexte des arrangements aléatoires de chiffres ?

Réponse: Dans le contexte des permutations, à mesure que le nombre de chiffres approche l'infini, la probabilité qu'au moins un chiffre occupe sa place correcte converge vers $1 - 1/e$.



$1/e$, qui est environ 0.63212. Cela représente une limite fascinante qui émerge de la probabilité combinatoire.

Chapitre 6 | CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES. L'ALGÈBRE DES CORPS NUMÉRIQUES| Questions et réponses

1.Question

Quels sont certains problèmes classiques de géométrie qui ne peuvent pas être résolus avec une règle et un compas ?

Réponse:Les problèmes classiques qui ne peuvent pas être résolus avec une règle et un compas sont :

1. La trisection d'un angle quelconque.
2. Le doublement du volume d'un cube donné (doublage du cube).
3. La construction d'un heptagone régulier (polygone à 7 côtés).
4. La quadrature du cercle (créer un carré ayant la même aire qu'un cercle donné).

Ces problèmes ont conduit à des développements significatifs en mathématiques, notamment dans la compréhension des limites des constructions



géométriques.

2.Question

Comment Gauss a-t-il contribué à la compréhension des polygones réguliers constructibles ?

Réponse:À l'âge de dix-sept ans, Gauss a découvert qu'un polygone régulier peut être construit avec une règle et un compas si le nombre de côtés, représenté par p , est un nombre premier de Fermat sous la forme $p = 2^{(2^n)} + 1$.

Son travail sur les polygones constructibles, en particulier le polygone régulier à 17 côtés, l'a motivé à consacrer sa vie aux mathématiques.

3.Question

Quelle est l'importance de prouver l'impossibilité de certaines constructions géométriques ?

Réponse:Prouver l'impossibilité de certaines constructions géométriques, comme la trisection d'un angle ou le doublement d'un cube, signifie une compréhension plus profonde de la nature des problèmes mathématiques. Cela démontre que les mathématiques ne consistent pas seulement



à trouver des solutions, mais aussi à reconnaître les limites et les tâches impossibles dans un cadre donné, inspirant ainsi de nouvelles investigations dans la théorie mathématique et ses frontières.

4.Question

Quel rôle joue l'extraction des racines carrées dans les constructions géométriques utilisant une règle et un compas ?

Réponse:L'extraction des racines carrées est essentielle dans les constructions géométriques car elle permet de construire des segments qui ne sont pas simplement des opérations rationnelles (comme l'addition ou la multiplication de segments donnés), mais qui impliquent la création de longueurs dérivant d'équations quadratiques. Cette capacité à construire des racines carrées étend le domaine des nombres constructibles au-delà des simples nombres rationnels.

5.Question

Pouvez-vous expliquer comment l'inversion dans un cercle se rapporte aux constructions géométriques ?

Réponse:L'inversion dans un cercle est une transformation



qui cartographie des points d'une configuration à une autre de telle manière que les cercles et les droites demeurent transformés en cercles et droites. Ce concept permet de simplifier des relations géométriques complexes et est utilisé pour résoudre des problèmes comme le problème d'Apollonius. La puissance de l'inversion réside dans sa capacité à conserver des propriétés géométriques telles que les angles, ce qui en fait un outil crucial dans les constructions avancées.

6.Question

Pouvez-vous donner un exemple de la façon dont l'inversion peut simplifier un problème géométrique, spécifiquement le problème d'Apollonius ?

Réponse:Oui ! Dans le problème d'Apollonius, nous cherchons un cercle tangent à trois cercles donnés. En inversant la configuration par rapport à un cercle approprié, nous pouvons transformer des relations complexes entre les trois cercles en relations plus simples, souvent impliquant des droites parallèles. La logique dicte alors que si nous



pouvons résoudre un agencement, nous pouvons dériver une solution pour les cercles originaux par le biais des propriétés de l'inversion, simplifiant ainsi le processus de solution.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Ad



Scanner pour télécharger



★★★★★
22k avis 5 étoiles

Retour Positif

Fabienne Moreau

ue résumé de livre ne testent
ion, mais rendent également
nusant et engageant.
té la lecture pour moi.

Fantastique!

Je suis émerveillé par la variété de livres et de langues
que Bookey supporte. Ce n'est pas juste une application,
c'est une porte d'accès au savoir mondial. De plus,
gagner des points pour la charité est un grand plus !

Giselle Dubois

Fi



Le
liv
co
pr

é Blanchet

de lecture
ception de
es,
ous.

J'adore !

Bookey m'offre le temps de parcourir les parties
importantes d'un livre. Cela me donne aussi une idée
suffisante pour savoir si je devrais acheter ou non la
version complète du livre ! C'est facile à utiliser !"

Isoline Mercier

Gain de temps !

Bookey est mon applicat
intellectuelle. Les résum
magnifiquement organis
monde de connaissance

Appli géniale !

adore les livres audio mais je n'ai pas toujours le temps
l'écouter le livre entier ! Bookey me permet d'obtenir
un résumé des points forts du livre qui m'intéresse !!!
Quel super concept !!! Hautement recommandé !

Joachim Lefevre

Appli magnifique

Cette application est une bouée de sauve
amateurs de livres avec des emplois du te
Les résumés sont précis, et les cartes me
renforcer ce que j'ai appris. Hautement re

Essai gratuit avec Bookey

Chapitre 7 | GÉOMÉTRIE PROJECTIVE. AXIOMATIQUE, GÉOMÉTRIES NON-EUCLIDIENNES| Questions et réponses

1.Question

Que nous dit la géométrie projective sur les propriétés des figures qui restent inchangées sous les transformations ?

Réponse:La géométrie projective montre que certaines propriétés géométriques, appelées invariants, persistent malgré des changements substantiels de configuration causés par diverses transformations (comme la projection). Par exemple, des propriétés telles que la colinéarité des points ou la concourance des lignes restent invariantes sous les transformations projectives.

2.Question

Comment la géométrie projective redéfinit-elle notre compréhension de concepts comme le parallélisme et l'infini en géométrie ?

Réponse:Dans la géométrie projective, les lignes parallèles se croisent en un point à l'infini, supprimant ainsi les exceptions



et ajoutant de la simplicité au cadre géométrique. Cela nous permet de traiter toutes les lignes de manière uniforme ; une ligne ne manque jamais de croiser une autre ligne, mais l'intersection peut simplement se faire à un point 'idéal' ou 'infini'.

3.Question

Quelle est l'importance du théorème de Desargues en géométrie projective ?

Réponse:Le théorème de Desargues est fondamental en géométrie projective car il établit une relation entre deux triangles. Si les côtés correspondants de deux triangles sont concourants, alors leurs sommets correspondants sont collinéaires, soulignant des connexions profondes entre la colinéarité et la concourance dans différents espaces dimensionnels.

4.Question

Pourquoi le concept de rapport croisé est-il important en géométrie projective ?

Réponse:Le rapport croisé est significatif car c'est une



propriété invariante qui reste inchangée sous les transformations projectives. Cela en fait un outil puissant pour comprendre les relations entre les points, car il nous permet d'analyser des configurations sans nous soucier des distorsions causées par les changements de perspective.

5.Question

En quoi la géométrie projective se connecte-t-elle aux géométries non euclidiennes ?

Réponse:La géométrie projective sert de passerelle vers les géométries non euclidiennes en explorant comment les propriétés de l'espace changent lorsque nous relâchons les conditions des postulats euclidiens, en particulier le postulat de parallélisme. Cela prépare le terrain pour comprendre divers types de structures géométriques au-delà des plans euclidiens traditionnels.

6.Question

Comment les idées de la géométrie projective ont-elles influencé la pensée mathématique moderne ?

Réponse:La géométrie projective a influencé les



mathématiques modernes en illustrant l'interconnexion de différentes propriétés géométriques et en menant à des innovations dans des domaines tels que la géométrie algébrique, la topologie et le développement de concepts avancés tels que la dualité et les structures géométriques finies.

7.Question

Quel rôle joue la perspective artistique dans l'étude de la géométrie projective ?

Réponse:La perspective artistique a joué un rôle crucial dans l'inception de la géométrie projective, où des artistes comme Léonard de Vinci ont utilisé des principes de projection pour créer des images réalistes sur toile. Cette application pratique a éclairé le concept de perspective et a ouvert la voie à la formalisation mathématique des propriétés invariantes dans les espaces projectifs.

8.Question

Comment la géométrie projective remet-elle en question les conceptions traditionnelles des propriétés géométriques ?



Réponse:La géométrie projective remet en question les conceptions traditionnelles en démontrant que des caractéristiques géométriques telles que les angles et les longueurs ne sont pas toujours fondamentales pour les structures géométriques ; plutôt, des relations telles que l'incidence et la colinéarité peuvent être plus vitales pour comprendre les configurations et transformations géométriques.

9.Question

Les principes de la géométrie projective peuvent-ils être appliqués pour comprendre des phénomènes du monde réel ?

Réponse:Oui, les principes de la géométrie projective peuvent être appliqués à divers domaines, notamment l'infographie, la robotique et le design architectural. Ils aident à modéliser et simuler des relations spatiales complexes et des transformations fréquemment rencontrées dans des applications du monde réel.

10.Question

Quel est le contexte historique du développement de la

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

géométrie projective ?

Réponse:La géométrie projective est apparue aux 16e et 17e siècles alors que les artistes cherchaient à rendre des scènes tridimensionnelles réalistes sur des surfaces bidimensionnelles. Elle a évolué en une discipline mathématique complète grâce aux travaux de mathématiciens comme Poncelet et Klein, qui ont examiné ses principes fondamentaux et ses implications pour la géométrie dans son ensemble.

Chapitre 8 | TOPOLOGIE| Questions et réponses

1.Question

Qu'est-ce que la topologie et quels sont ses enjeux centraux ?

Réponse:La topologie, également connue sous le nom d'analyse situs, est une branche des mathématiques développée au milieu du XIXe siècle qui étudie les propriétés des figures géométriques qui restent invariantes sous des déformations continues, telles que le pliage, la torsion et



l'étirement, sans déchirer ni coller. Elle se concentre sur les aspects qualitatifs des formes plutôt que sur leurs mesures précises.

2.Question

Quelle importance A. F. Moebius et J. B. Listing ont-ils eue dans le développement de la topologie ?

Réponse:A. F. Moebius est reconnu pour ses contributions à la compréhension des surfaces 'unilatérales', qui ont posé des concepts fondamentaux en topologie, même si son travail a été initialement négligé. De même, J. B. Listing a réalisé des découvertes parallèles qui ont fait progresser le domaine, illustrant l'émergence de la topologie dans la communauté mathématique.

3.Question

Pourquoi la formule d'Euler est-elle importante en topologie et que dit-elle ?

Réponse:La formule d'Euler pour les polyèdres stipule que pour un polyèdre simple, la relation entre le nombre de sommets (V), d'arêtes (E) et de faces (F) est donnée par $V - E + F = 2$.



+ $F = 2$. Cette formule est cruciale car elle relie la géométrie et la topologie, montrant que des propriétés fondamentales des formes peuvent rester vraies malgré des changements drastiques de forme.

4.Question

Comment le concept de continuité se rapporte-t-il à la topologie ?

Réponse:La continuité est un aspect central de la topologie, où une transformation topologique implique une correspondance biunique entre les points de figures géométriques qui préserve la proximité des points. Cela signifie que même sous déformation, la structure essentielle et les propriétés de la forme demeurent inchangées.

5.Question

Que signifie un domaine 'simplement connexe' par rapport à un domaine 'multiplement connexe' ?

Réponse:Un domaine simplement connexe est celui où toute courbe fermée peut être continuellement rétrécie à un point sans quitter le domaine, tandis qu'un domaine multiplement



connexe contient des 'trous' ou des régions qui empêchent un tel rétrécissement pour certaines courbes. Cette distinction est cruciale pour comprendre les propriétés des différents espaces topologiques.

6.Question

Qu'est-ce que le théorème de la courbe de Jordan et pourquoi est-il significatif ?

Réponse:Le théorème de la courbe de Jordan stipule que toute courbe fermée simple dans le plan divise le plan en deux régions distinctes : l'intérieur et l'extérieur. Ce théorème est important car il formalise une propriété fondamentale des courbes et a des implications profondes en topologie et en analyse en aidant à comprendre comment les formes interagissent avec l'espace environnant.

7.Question

Pouvez-vous expliquer le problème des quatre couleurs dans le contexte de la topologie ?

Réponse:Le problème des quatre couleurs postule que toute carte plane peut être coloriée avec seulement quatre couleurs



de manière à ce que deux régions adjacentes ne partagent pas la même couleur. Malgré sa formulation simple, il reste un défi non résolu en topologie, illustrant la complexité et la profondeur des questions qui se posent dans ce domaine.

8.Question

Que signifie le terme 'point fixe' en topologie ?

Réponse:En topologie, un point fixe désigne un point qui reste inchangé sous une transformation continue donnée.

L'existence de points fixes, comme le démontre le théorème des points fixes de Brouwer, conduit souvent à des aperçus sur la structure et le comportement des objets mathématiques et sert d'outil puissant pour des démonstrations dans divers domaines.

9.Question

Comment la dimension d'une surface est-elle définie en topologie ?

Réponse:La dimension en topologie est souvent définie par la propriété qu'un espace est n-dimensionnel si deux points peuvent être séparés en retirant un sous-ensemble



$(n-1)$ -dimensionnel. Par exemple, une ligne est unidimensionnelle, car il suffit d'enlever un point (0-dimensionnel) pour séparer deux points, tandis qu'une surface est bidimensionnelle car elle nécessite de couper le long d'une courbe fermée (1-dimensionnelle) pour séparer des points.

10.Question

Quel résultat surprenant la bande de Moebius a-t-elle démontré en topologie ?

Réponse:La bande de Moebius, créée en tordant une bande de papier et en joignant ses extrémités, est un exemple de surface unilatérale. Cela remet en question les notions intuitives de 'côtés' en géométrie, montrant que la topologie peut produire des résultats contre-intuitifs là où les concepts géométriques traditionnels ne s'appliquent pas, comme avoir un seul côté continu.

Chapitre 9 | FONCTIONS ET LIMITES| Questions et réponses

1.Question

Quelle est l'idée centrale derrière le concept de fonctions

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

en mathématiques selon ce chapitre ?

Réponse: L'idée centrale est qu'une fonction représente une relation spécifique entre des variables, où une quantité (la variable dépendante) change en fonction d'une autre quantité (la variable indépendante). La fonction capture ces relations de manière systématique, permettant de déterminer et d'analyser une quantité en fonction des valeurs d'une autre.

2.Question

Pourquoi la compréhension des limites est-elle cruciale en mathématiques et comment cela se connecte-t-il aux fonctions ?

Réponse: Comprendre les limites est crucial car cela forme la base du calcul, nous permettant de définir rigoureusement des concepts tels que la continuité, les dérivées et les intégrales. Les limites nous aident à analyser le comportement des fonctions à mesure qu'elles approchent certaines valeurs, notamment dans les cas où la substitution



directe pourrait ne pas être possible.

3.Question

Pouvez-vous expliquer l'importance de la définition de continuité dans le contexte des fonctions ?

Réponse:La continuité d'une fonction en un point signifie que lorsque la valeur d'entrée approche d'un certain point, la valeur de sortie approche de la valeur de fonction correspondante en ce point sans sauts ni lacunes. Cela garantit la prévisibilité du comportement de la fonction, ce qui est essentiel pour les applications du monde réel où des transitions fluides entre les valeurs sont attendues.

4.Question

De quelle manière les mathématiciens et les physiciens diffèrent-ils dans leur attention aux fonctions ?

Réponse:Les mathématiciens mettent principalement l'accent sur la loi de correspondance et les opérations mathématiques définissant la relation entre les variables, tandis que les physiciens s'intéressent davantage aux quantités réelles impliquées dans une situation, se concentrant sur les données



empiriques et le comportement sans nécessairement exiger une formule mathématique explicite.

5.Question

Quel est un exemple concret illustrant si une fonction peut être continue ou non ?

Réponse:Un exemple concret est la fonction $f(x) = 1/x$. Cette fonction est continue pour toutes les valeurs de x sauf en $x=0$, où elle est indéfinie. À mesure que x approche 0 par le côté positif ou négatif, les valeurs de la fonction augmentent ou diminuent sans limite, démontrant une discontinuité en ce point.

6.Question

Comment le théorème de Bolzano illustre-t-il la nature des fonctions continues ?

Réponse:Le théorème de Bolzano illustre que si une fonction continue change de signe (positive à négative ou vice versa) sur un certain intervalle, alors il doit y avoir au moins un point dans cet intervalle où la fonction est exactement zéro. Cela garantit l'existence de solutions à divers problèmes en



calcul et en analyse réelle.

7.Question

Quelles applications pratiques la compréhension des limites et de la continuité a-t-elle dans des scénarios réels ?

Réponse:Comprendre les limites et la continuité permet de modéliser des phénomènes du monde réel tels que le mouvement, la croissance, la décroissance et d'autres processus physiques. Par exemple, les ingénieurs utilisent ces concepts pour s'assurer que les structures peuvent supporter des charges variables sans défaillances soudaines, tandis que les économistes les appliquent pour prédire comment les quantités s'influencent mutuellement au fil du temps.

8.Question

Pouvez-vous expliquer la relation entre les suites monotones et leur convergence vers une limite ?

Réponse:Les suites monotones sont celles qui sont entièrement non croissantes ou non décroissantes. Une propriété cruciale des suites monotones bornées est qu'elles doivent converger vers une limite. Par exemple, une suite



monotone croissante qui est bornée supérieurement
approchera une limite finie spécifique à mesure qu'elle
continue.

9.Question

Qu'est-ce qu'une fonction inverse et pouvez-vous donner un exemple ?

Réponse:Une fonction inverse inverse les rôles d'entrée et de sortie. Si $f(x) = y$, alors la fonction inverse $f^{-1}(y) = x$. Par exemple, si $f(x) = 2x$, alors la fonction inverse est $f^{-1}(x) = x/2$, renvoyant l'entrée d'origine lorsque l'on donne la sortie.

10.Question

Comment les fonctions de plusieurs variables diffèrent-elles des fonctions de variables uniques ?

Réponse:Les fonctions de plusieurs variables dépendent de deux ou plusieurs variables indépendantes et peuvent être représentées géométriquement comme des surfaces dans un espace multidimensionnel. Par exemple, une fonction de deux variables, $f(x,y)$, pourrait décrire une surface qui change avec les coordonnées x et y , tandis que les fonctions à une



seule variable ne représentent que des courbes dans un plan.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le



Lire, Partager, Autonomiser

Terminez votre défi de lecture, faites don de livres aux enfants africains.

Le Concept



Cette activité de don de livres se déroule en partenariat avec Books For Africa. Nous lançons ce projet car nous partageons la même conviction que BFA : Pour de nombreux enfants en Afrique, le don de livres est véritablement un don d'espoir.

La Règle



Gagnez 100 points

Échangez un livre

Faites un don à l'Afrique

Votre apprentissage ne vous apporte pas seulement des connaissances mais vous permet également de gagner des points pour des causes caritatives ! Pour chaque 100 points gagnés, un livre sera donné à l'Afrique.

Essai gratuit avec Bookey



Chapitre 10 | Supplément au Chapitre VI. Plus d'exemples sur les limites et la continuité| Questions et réponses

1.Question

Que signifie dire qu'une suite converge vers une limite ?

Réponse:Une suite converge vers une limite lorsque les termes de la suite se rapprochent d'une valeur spécifique à mesure que l'indice augmente indéfiniment. Par exemple, la suite $1/n$ converge vers 0 à mesure que n devient plus grand, car les termes $(1, 1/2, 1/3, \dots)$ se rapprochent de plus en plus de 0.

2.Question

Comment la technique des inégalités aide-t-elle à montrer les limites ?

Réponse:La technique des inégalités aide à établir la convergence d'une suite en l'encadrant entre deux autres suites qui convergent vers la même limite. Par exemple, si vous avez une suite a_n bornée par b_n et c_n , et que b_n et c_n convergent toutes deux vers la même limite, alors il s'ensuit nécessairement que a_n converge également vers cette même limite.



vers $\pm$.

3.Question

Pourquoi peut-on conclure que si $|q| < 1$, alors q^n tend vers 0 ?

Réponse: Si $|q| < 1$, les termes de la suite $q, q^2, q^3, \dots$ forment une suite décroissante monotone bornée inférieurement par 0. Puisqu'elle reste au-dessus de 0 et décroît, les termes doivent converger vers 0.

4.Question

Que se passe-t-il pour la suite $a_n = (1 + 1/n)^n$ lorsque n approche l'infini, et pourquoi est-ce significatif ?

Réponse: Lorsque n approche l'infini, la suite $a_n = (1 + 1/n)^n$ tend vers la valeur e (environ 2,718), qui constitue la base des logarithmes naturels. Cette limite est significative car elle apparaît dans divers contextes mathématiques, y compris le calcul et la croissance exponentielle.

5.Question

Quelle est la relation entre continuité et différentiabilité des fonctions, selon le texte ?

Réponse: La relation exprimée est que la continuité est une



conséquence de la différentiabilité. Si une fonction est différentiable en un point, elle est également continue en ce point, ce qui signifie que la limite de la fonction existe et correspond à la valeur de la fonction en ce point.

6.Question

Comment dérive-t-on la limite de la suite définie par itération, particulièrement pour trouver des racines d'équations ?

Réponse:En itérant la fonction, chaque nouveau terme est généré en insérant le terme précédent dans une fonction mathématique définie. Par exemple, résoudre une équation quadratique peut se faire par itération en commençant par une estimation initiale et en mettant continuellement à jour cette estimation. La suite converge vers la racine de l'équation.

7.Question

Quelle est l'importance et les applications des limites et de la continuité en mathématiques ?

Réponse:Les limites et la continuité sont des concepts fondamentaux en calcul et en analyse qui représentent



comment les fonctions se comportent et changent. Elles sont essentielles pour définir les dérivées et les intégrales, qui sont largement utilisées en physique, en ingénierie, en économie et dans de nombreux autres domaines.

Chapitre 11 | MAXIMAS ET MINIMAS| Questions et réponses

1.Question

Quelle est l'importance des propriétés de maximum et de minimum dans les mathématiques et la vie quotidienne ?

Réponse:Les propriétés de maximum et de

minimum sont cruciales tant dans les

mathématiques que dans la vie quotidienne, car elles

aident à identifier des solutions optimales à divers

problèmes. Par exemple, en mathématiques, trouver

la surface maximale d'un triangle donné deux côtés,

ou déterminer la distance minimale qu'un rayon

lumineux parcourt entre deux points lorsqu'il est

réfléchi par un miroir, incarnent les principes

d'optimisation. Dans la vie quotidienne, de tels

principes guident les décisions sur la minimisation



des coûts (par exemple, façonner un bateau pour réduire la résistance de l'eau) ou la maximisation de l'utilité (par exemple, construire un conteneur avec le plus grand volume en utilisant des matériaux donnés). Ces concepts ont de nombreuses applications en physique, en économie, en ingénierie et dans bien d'autres domaines.

2.Question

Comment le théorème de Héron a-t-il contribué au domaine de l'optique géométrique ?

Réponse:Le théorème de Héron illustre que le chemin le plus court qu'un rayon lumineux prend en se réfléchissant sur un miroir suit le principe selon lequel les angles d'incidence et de réflexion sont égaux. Ce théorème a établi une compréhension fondamentale selon laquelle la lumière se comporte de manière à minimiser la distance parcourue, ce qui est un concept clé en optique géométrique. Il a établi le principe selon lequel les phénomènes physiques, comme le chemin de la lumière, peuvent souvent être décrits à l'aide de



techniques d'optimisation, une technique qui est fondamentale pour d'autres développements dans l'étude de l'optique.

3.Question

Quel rôle le développement historique du calcul a-t-il joué dans la résolution de problèmes de maximum et de minimum ?

Réponse:Le développement historique du calcul, notamment grâce aux travaux de mathématiciens comme Fermat et plus tard Euler et Lagrange, a été essentiel pour formaliser les méthodes de résolution des problèmes de maximum et de minimum. Auparavant, ces problèmes étaient souvent abordés par essai et raisonnement intuitif. L'introduction du calcul a fourni des outils tels que les dérivées, permettant aux mathématiciens de trouver des points stationnaires où les maxima et minima se produisent, menant ainsi à des méthodes systématiques d'optimisation de diverses représentations mathématiques et physiques. Ce changement a jeté les bases de l'analyse mathématique moderne.



4.Question

Comment les propriétés des ellipses et des hyperboles peuvent-elles être utilisées pour résoudre des problèmes d'extrême ?

Réponse:Les propriétés des ellipses et des hyperboles sont utilisées dans des problèmes d'extrême pour établir des relations entre distances et angles. Par exemple, lorsqu'on résout des problèmes de distance minimale, le lieu des points maintenant une distance spécifique peut être représenté comme une ellipse ou une hyperbole. Les techniques impliquant les propriétés géométriques de ces courbes peuvent simplifier la résolution de problèmes, tels que la détermination des angles d'incidence et de réflexion en optique, ou l'établissement du chemin le plus court dans des problèmes de navigation. Leurs propriétés mathématiques permettent d'établir des relations qui facilitent les solutions analytiques.

5.Question

Pouvez-vous expliquer le concept de points stationnaires et comment ils se rapportent aux fonctions de plusieurs



variables ?

Réponse: Les points stationnaires sont des points où la dérivée d'une fonction est soit zéro, soit indéfinie, indiquant que la fonction peut être à un maximum, un minimum ou un point selle. Pour les fonctions de plusieurs variables, les points stationnaires impliquent des dérivées partielles par rapport à chaque variable, et identifier ces points aide à déterminer la nature des extrêmes dans des espaces multidimensionnels. Ce concept est en corrélation avec les problèmes d'optimisation, où l'on s'intéresse souvent à trouver la meilleure solution dans une contrainte définie, montrant ainsi l'applicabilité du calcul dans des dimensions supérieures.

6.Question

Quel est le lien entre les concepts de valeurs extrêmes et d'inégalités en mathématiques ?

Réponse: Les valeurs extrêmes sont fondamentalement liées aux inégalités, car elles expriment souvent des limites au-delà desquelles une fonction donnée ne peut pas aller. Par



exemple, l'inégalité isopérimétrique stipule que pour une longueur donnée, la surface maximale enfermée n'est atteinte que par un cercle. Établir de telles inégalités aide à déterminer des limites sur les valeurs, fournissant un aperçu critique de la nature des problèmes d'optimisation. En calcul et en analyse fonctionnelle, comprendre la relation entre ces extrêmes et leurs inégalités respectives est essentiel pour résoudre une variété de problèmes mathématiques.

7.Question

Comment l'exemple de maximisation de l'aire tout en minimisant le périmètre illustre-t-il les applications réelles des principes mathématiques ?

Réponse:L'exemple de maximisation de l'aire d'un rectangle tout en minimisant son périmètre est une illustration pratique des principes d'optimisation communs dans des domaines comme l'architecture, la planification de l'utilisation des terres et la gestion des ressources. Par exemple, lors de la conception d'un jardin ou d'un parc, les planificateurs cherchent à utiliser l'espace frontière de manière efficace (le



périmètre) tout en maximisant la surface utilisable pour les activités (l'aire). Cette optimisation s'applique non seulement aux espaces physiques, mais également aux matériaux dans la construction, où minimiser les déchets et les coûts tout en maximisant l'espace fonctionnel est crucial.

8.Question

Quelles perceptions clés peuvent être tirées du problème de Steiner concernant les relations entre distances et géométrie ?

Réponse:Le problème de Steiner met en lumière la nature géométrique des distances en relation avec des points dans un plan donné. Il encapsule comment l'arrangement des points affecte la distance totale minimale nécessaire pour les relier, démontrant que tous les agencements ne produisent pas des solutions optimales. Ce problème illustre les principes sous-jacents de la géométrie et de l'optimisation des distances, soulignant que les configurations géométriques peuvent entraîner des différences significatives dans les solutions, un concept ayant des implications dans divers



domaines comme les télécommunications (minimisation des longueurs de câblage) et le transport (optimisation des itinéraires de voyage).

9.Question

De quelle manière les expériences de films de savon illustrent-elles les principes des surfaces minimales en mathématiques ?

Réponse:Les expériences de films de savon démontrent visuellement les principes des surfaces minimales, où la tension de surface des films de savon donne lieu à des formes qui minimisent la surface tout en délimitant un certain volume. Ces surfaces fournissent des exemples tangibles du concept mathématique de structures de surface minimale et peuvent présenter des topologies complexes. Le phénomène met en avant comment des propriétés physiques peuvent mener à des configurations stables, révélant les connexions entre la théorie mathématique (telle que le calcul des variations) et la réalité observable, établissant ainsi un pont entre les concepts abstraits et leurs manifestations pratiques.



Chapitre 12 | LE CALCUL | Questions et réponses

1.Question

Comment les contributions de Newton et Leibniz ont-elles influencé le développement du calcul ?

Réponse:Newton et Leibniz ont joué des rôles essentiels dans le calcul, intégrant de manière indépendante les concepts de dérivées et d'intégrales. Leurs travaux ont fourni un cadre formel pour l'analyse, favorisant un outil mathématique puissant crucial pour les avancées scientifiques. Cette évolution collaborative plutôt que rivale souligne le calcul comme un effort scientifique collectif.

2.Question

Quels étaient les deux problèmes centraux sur lesquels les mathématiciens du XVIIe siècle se sont concentrés ?

Réponse:Les deux problèmes centraux étaient le problème des tangentes, qui cherche à trouver les droites tangentes aux courbes (calcul différentiel), et le problème de la quadrature,



qui consiste à calculer l'aire sous les courbes (calcul intégral). Ces deux problèmes sont fondamentalement liés, comme l'ont reconnu Newton et Leibniz.

3.Question

Comment le concept d'intégrale est-il lié à l'aire sous une courbe ?

Réponse:L'intégrale est définie comme la limite d'une somme d'aires de rectangles approchant l'aire sous une courbe. En subdivisant l'intervalle et en prenant des bandes de plus en plus étroites, la somme s'approche de l'aire exacte, mettant en évidence l'intégrale comme une mesure fondamentale de l'accumulation totale.

4.Question

Pourquoi le symbole “+” est-il utilisé dans le symbole d'intégrale ?

Réponse:Le symbole “+”, introduit par Leibniz, est stylisé pour 'somme', indiquant que l'intégrale représente l'accumulation de quantités (aires dans ce contexte) comme une limite d'une somme.



5.Question

Qu'est-ce que le théorème fondamental du calcul ?

Réponse:Le théorème fondamental du calcul stipule que la dérivation et l'intégration sont des processus inverses. Plus précisément, si $F(x)$ est l'intégrale de $f(x)$ de a à x , alors $F'(x) = f(x)$, reliant l'aire sous une courbe à son taux de variation.

6.Question

Comment les intégrales peuvent-elles être appliquées de manière pratique dans des situations réelles comme la physique et l'ingénierie ?

Réponse:Les intégrales sont cruciales dans des applications telles que le calcul de quantités comme l'aire, le volume et la valeur totale accumulée au fil du temps. Par exemple, en physique, les intégrales décrivent le déplacement d'un objet au fil du temps en fonction de sa vitesse ou calculent le travail effectué lorsqu'une force est appliquée sur une distance.

7.Question

De quelle manière la notion d'aire a-t-elle évolué dans le contexte du calcul ?



Réponse:Initialement perçue de manière intuitive comme une entité géométrique, l'aire est devenue rigoureusement définie grâce au calcul comme la limite d'une somme infinie de figures géométriques plus simples, éliminant l'ambiguïté et améliorant la clarté dans l'analyse mathématique.

8.Question

Quels défis philosophiques les mathématiciens ont-ils rencontrés durant le développement précoce du calcul ?

Réponse:Beaucoup ont dû faire face à des concepts ambigus tels que 'les quantités infiniment petites' sans une compréhension claire des limites. Cette réticence philosophique à accepter des définitions formelles basées sur des limites a entravé la clarté, retardant les fondements rigoureux du calcul.

9.Question

Comment la compréhension des dérivées et des intégrales a-t-elle évolué au fil du temps dans le contexte du calcul ?

Réponse:La dérivée a évolué d'un concept géométrique de pente en un point à un processus formel de limite, tandis que



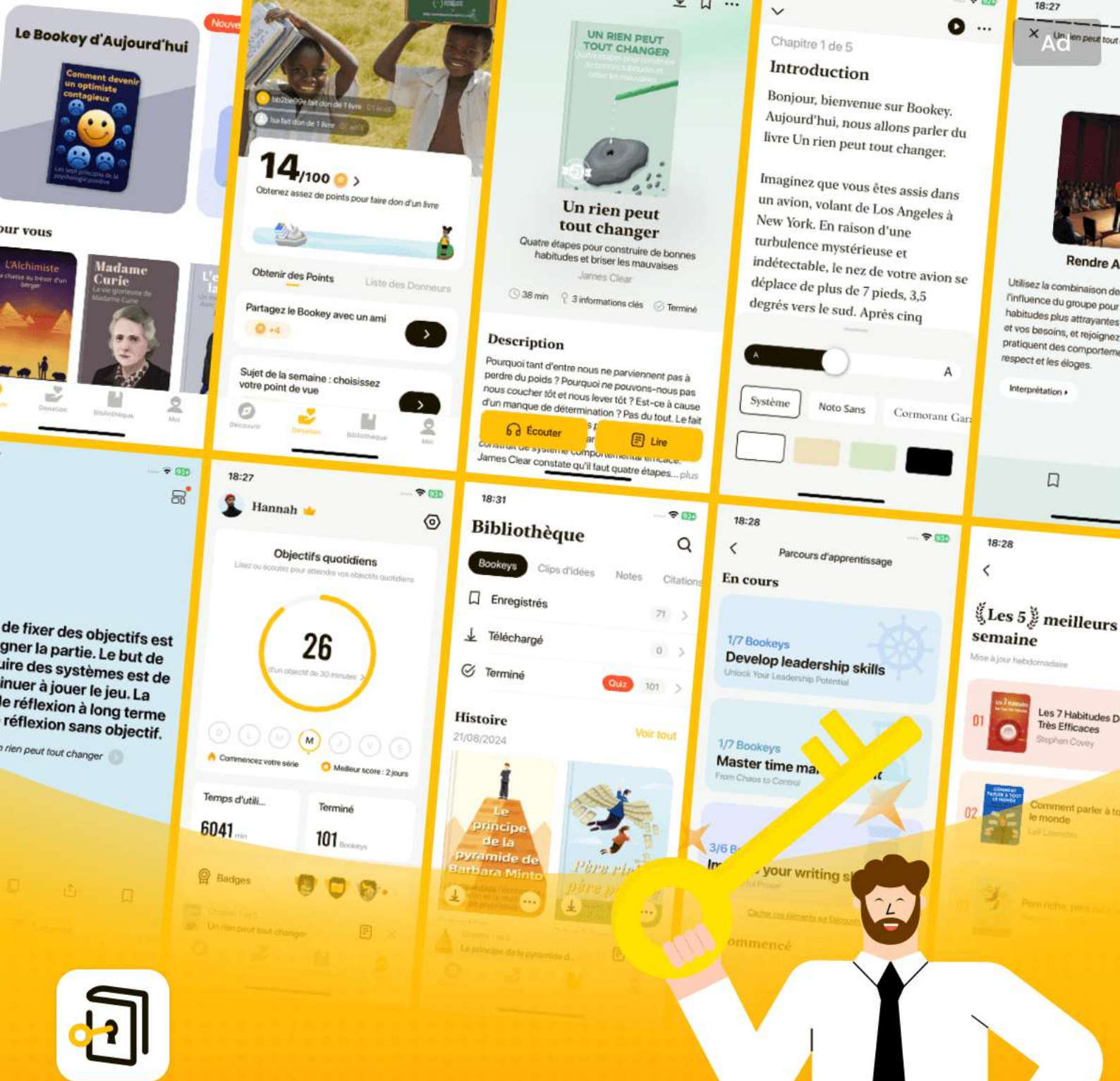
les intégrales ont été définies de manière rigoureuse comme des limites de sommes, ouvrant la voie à une compréhension structurée reliant les taux de variation et les aires sous les courbes.

10.Question

Quelles sont les utilisations pratiques de la différentiation et de l'intégration dans la vie quotidienne ?

Réponse:La différentiation est utilisée pour comprendre les taux de changement, tels que la vitesse en conduite ou la croissance de la population, tandis que l'intégration est utilisée pour calculer des quantités totales, comme la distance parcourue au fil du temps ou les ressources consommées au total.





Les meilleures idées du monde débloquent votre potentiel

Essai gratuit avec Bookey



Scanner pour télécharger



Chapitre 13 | Supplément au Chapitre VIII|

Questions et réponses

1.Question

Quelle est la signification de la différentiabilité dans les fonctions, et en quoi cela diffère-t-il de la continuité ?

Réponse:La différentiabilité est cruciale car elle garantit qu'une fonction a une tangente ou une direction définie à chaque point, menant à un coefficient directeur unique en ces points. En revanche, la continuité garantit simplement qu'il n'y a pas de sauts ou de ruptures dans une fonction ; cependant, des fonctions peuvent être continues partout tout en étant non-différentiables à certains points, comme le montre la fonction continue mais non-différentiable de Weierstrass.

2.Question

Pourquoi est-il important de définir l'intégrale sur la base des limites de sommes plutôt que de s'appuyer sur le concept intuitif de 'zone sous la courbe' ?

Réponse:Définir l'intégrale par des limites de sommes établit



une base rigoureuse pour le calcul qui évite l'imprécision de l'intuition géométrique. Cela permet aux mathématiciens d'articuler clairement et de prouver l'existence de l'intégrale, garantissant que même les fonctions complexes respectent les mêmes règles d'intégration sans dépendre des interprétations visuelles.

3.Question

Que montre le théorème fondamental du calcul concernant la relation entre la différentiation et l'intégration ?

Réponse:Le théorème fondamental du calcul fait le lien entre la différentiation et l'intégration en montrant que la différentiation est une opération locale tandis que l'intégration est une opération globale. Plus précisément, il indique que la dérivée de l'intégrale d'une fonction nous renvoie à la fonction originale, renforçant l'idée que ces deux concepts sont inversement liés.

4.Question

En quoi la compréhension de l'ordre de grandeur aide-t-elle à comparer des suites qui tendent vers l'infini ?



Réponse: Comprendre l'ordre de grandeur nous aide à catégoriser les suites en fonction de leurs taux de croissance à mesure qu'elles approchent l'infini. Cela nous permet de déterminer quelle suite croît plus rapidement et fournit un aperçu de leurs comportements relatifs, offrant essentiellement une hiérarchie des taux de croissance qui est essentielle en analyse et en théorie des nombres.

5.Question

Quel rôle la formule d'Euler joue-t-elle dans la connexion de diverses fonctions mathématiques ?

Réponse: La formule d'Euler établit une relation profonde entre les fonctions exponentielles et les fonctions trigonométriques, montrant spécifiquement que e^{ix} peut être exprimé en termes de $\cos(x)$ et $\sin(x)$. Cette connexion est fondamentale en analyse complexe et a des implications considérables en physique et en ingénierie, reliant des concepts mathématiques apparemment disparates.

6.Question

Pourquoi l'étude des séries infinies est-elle cruciale en mathématiques et en analyse ?

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Réponse: L'étude des séries infinies est essentielle car de nombreuses fonctions mathématiques peuvent être exprimées ou approximées par des séries de puissances, permettant des calculs et des aperçus de leurs comportements qui pourraient autrement être inaccessibles. La convergence de ces séries joue un rôle vital pour garantir que les manipulations mathématiques soient valides et significatives.

7.Question

Quelles implications le théorème des nombres premiers a-t-il en théorie des nombres et en mathématiques dans son ensemble ?

Réponse: Le théorème des nombres premiers offre un aperçu profond de la répartition des nombres premiers, indiquant que le nombre de nombres premiers inférieurs à un nombre donné n est asymptotiquement équivalent à $n/\log(n)$. Ce résultat approfondit non seulement notre compréhension des nombres premiers, mais révèle également des connexions plus profondes entre la théorie des nombres et l'analyse, influençant finalement des domaines tels que la



cryptographie et la logique mathématique.

8.Question

Comment les cas pathologiques en mathématiques remettent-ils en question notre compréhension de concepts tels que la différentiabilité et l'intégrabilité ?

Réponse:Les cas pathologiques servent d'exemples d'avertissement qui illustrent les limites de la compréhension intuitive en mathématiques. Ils obligent les mathématiciens à affiner les définitions et les théorèmes pour garantir que les hypothèses standards tiennent dans des contextes plus larges, incitant à des formulations plus rigoureuses et à des explorations plus approfondies du comportement des fonctions.

9.Question

De quelles manières les preuves mathématiques reposent-elles à la fois sur le raisonnement logique et sur des éléments de preuve empiriques ?

Réponse:Les preuves mathématiques commencent souvent par un raisonnement logique qui établit un cadre, mais peuvent s'appuyer sur des preuves empiriques et des motifs



observés dans des cas spécifiques pour suggérer des vérités plus générales. Cette interaction entre argumentation rigoureuse et observation est cruciale dans des domaines comme la statistique et la théorie des nombres, où des preuves pleinement rigoureuses peuvent être complexes ou encore à développer.

Chapitre 14 | DÉVELOPPEMENTS RÉCENTS|

Questions et réponses

1.Question

Que nous apprennent les découvertes des polynômes qui produisent des nombres premiers sur la complexité des nombres premiers ?

Réponse:Elles illustrent que bien que ces polynômes puissent générer des nombres premiers, ils ne simplifient pas notre compréhension des nombres premiers. Au contraire, ils démontrent les propriétés complexes des polynômes, révélant que l'étude des nombres premiers peut être profondément complexe et entremêlée avec des conceptions plus larges de la calculabilité et des processus algorithmiques.



2.Question

Comment les résultats de Vinogradov et des mathématiciens qui ont suivi avancent-ils notre compréhension de la conjecture de Goldbach ?

Réponse:Le résultat de Vinogradov a établi que tout nombre impair suffisamment grand peut être exprimé comme la somme de trois nombres premiers, ce qui représente un pas vers la conjecture de Goldbach. Des travaux ultérieurs ont resserré ce résultat pour montrer que presque tous les nombres pairs semblent être des sommes de deux nombres premiers. Ce travail collectif démontre des progrès significatifs vers la preuve de l'assertion de Goldbach, même si elle demeure non prouvée.

3.Question

Quelle est la signification de la preuve du dernier théorème de Fermat après des siècles de conjectures ?

Réponse:La preuve du dernier théorème de Fermat a marqué une réalisation monumentale en mathématiques car elle a utilisé des concepts avancés provenant des courbes elliptiques et des formes modulaires, connectant différentes



zones des mathématiques. Le travail de Wiles a non seulement résolu une énigme de longue date, mais a également ouvert de nouvelles perspectives en théorie des nombres et techniques mathématiques modernes.

4.Question

Quelle implication la non-déterminabilité de l'hypothèse du continu a-t-elle pour la théorie des ensembles ?

Réponse:La non-déterminabilité de l'hypothèse du continu suggère que la théorie des ensembles ne dispose pas d'un cadre fondamental unique et naturel. Cela signifie que la vérité des énoncés concernant la taille des ensembles peut varier en fonction du système axiomatique choisi, menant à une compréhension plus flexible de l'infini en mathématiques.

5.Question

Comment la preuve assistée par ordinateur du théorème des quatre couleurs a-t-elle changé notre perception de la preuve mathématique ?

Réponse:La preuve du théorème des quatre couleurs a illustré le potentiel des preuves assistées par ordinateur en



mathématiques, soulevant des questions sur ce qui constitue une preuve valable. Elle met en évidence que certaines confirmations mathématiques peuvent nécessiter des calculs au-delà des capacités de vérification humaine, suggérant un changement vers des interprétations plus larges de la méthodologie de la preuve.

6.Question

Quel impact les fractales ont-elles eu sur notre compréhension des dimensions et des structures mathématiques ?

Réponse:Les fractales ont remis en question les notions traditionnelles de dimensions en introduisant le concept de dimension fractale, qui peut être non entière, fournissant des aperçus sur la façon dont certains ensembles remplissent l'espace. Elles font le lien entre des concepts de géométrie, d'algèbre et même de phénomènes naturels, mettant en valeur la beauté complexe des constructions mathématiques.

7.Question

Comment la découverte des polynômes de Jones et HOMFLY signifie-t-elle un progrès dans la théorie des

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

nœuds ?

Réponse: L'introduction du polynôme de Jones et sa généralisation via HOMFLY ont offert de nouveaux outils puissants pour distinguer les nœuds, ravivant l'intérêt pour la théorie des nœuds. Cela représente une intersection de l'algèbre et de la topologie, permettant des aperçus plus profonds sur les propriétés et classifications des nœuds.

8.Question

Pourquoi l'étude des nœuds et des liens est-elle significative dans le contexte plus large des mathématiques ?

Réponse: Les nœuds et les liens servent de modèles accessibles pour comprendre la topologie tridimensionnelle et ont des applications dans divers domaines, y compris la biologie et la physique. Leur étude favorise une approche interdisciplinaire, révélant comment des concepts mathématiques abstraits peuvent avoir des implications concrètes dans le monde physique.

9.Question

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

Que révèle l'existence de certaines conjectures mathématiques, comme les conjectures de Goldbach et des jumeaux premiers, sur la nature de la recherche mathématique ?

Réponse: Ces conjectures illustrent l'exploration continue et les défis en théorie des nombres, soulignant les questions captivantes qui subsistent malgré des preuves substantielles les soutenant. Elles incarnent l'esprit de la recherche mathématique, où conjectures et empirisme conduisent à une quête de compréhension plus profonde.

10.Question

Comment la recherche sur la conjecture du ratio de Steiner contribue-t-elle aux algorithmes et à l'efficacité computationnelle ?

Réponse: Prouver la conjecture du ratio de Steiner connecte des problèmes en géométrie avec l'efficacité computationnelle, soulignant l'importance de trouver des solutions simplifiées à des problèmes complexes. Cela illustre comment la théorie de la complexité algorithmique



est liée aux calculs pratiques, influençant des domaines comme la conception de réseaux et l'optimisation.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le



Scanner pour télécharger

Essayez l'appli Bookey pour lire plus de 1000 résumés des meilleurs livres du monde

Débloquez **1000+** titres, **80+** sujets

Nouveaux titres ajoutés chaque semaine



Aperçus des meilleurs livres du monde



Essai gratuit avec Bookey



Qu'est-ce que les mathématiques ? Quiz et test

Vérifier la réponse correcte sur le site de Bookey

Chapitre 1 | Qu'est-ce que les mathématiques ?| Quiz et test

1. Les mathématiques ont émergé en Orient vers 2000 avant J.-C. avec des contributions précoces des Babyloniens, se concentrant sur ce que nous classifions maintenant comme l'algèbre élémentaire.
2. L'accent mis par la tradition grecque sur la géométrie a permis des avancées rapides dans les méthodes numériques et l'algèbre, menant à une progression rapide des mathématiques.
3. Les mathématiques d'aujourd'hui cherchent un équilibre entre la théorie pure et les applications pratiques sans une adhésion rigide aux méthodes déductives.

Chapitre 2 | LES NOMBRES NATURELS| Quiz et test

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

1. Les nombres naturels sont la base des mathématiques modernes et les étudier va au-delà de la simple manipulation des fractions et des négatifs.
2. La loi commutative s'applique à tous les contextes, y compris aux substances chimiques.
3. L'induction mathématique ne peut être utilisée que pour prouver des énoncés concernant les nombres naturels à partir du chiffre 1.

Chapitre 3 | Supplément au Chapitre I. La théorie des nombres| Quiz et test

1. Euclide, Diophante, Fermat, Euler et Gauss sont des figures emblématiques dans le domaine de la théorie des nombres qui ont apporté des contributions significatives.
2. La conjecture de Goldbach a été prouvée comme étant vraie, affirmant que tout entier pair supérieur à deux peut être exprimé comme la somme de deux nombres premiers.
3. L'algorithme d'Euclide est une méthode pour trouver le



plus grand commun diviseur (pgcd) de deux entiers.

Livres Gratuits



Scanne pour télécharger



Écoute-le

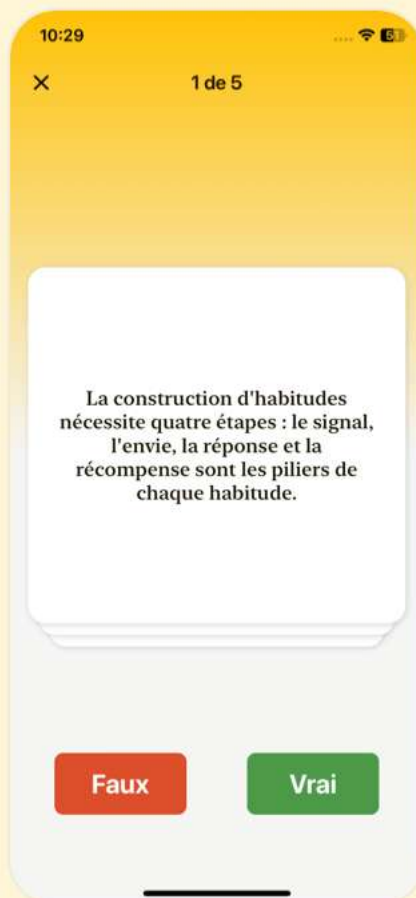


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus de 1000 résumés de livres avec des quiz

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Chapitre 4 | LE SYSTÈME NUMÉRIQUE EN MATHEMATIQUES| Quiz et test

1. L'introduction du zéro et des entiers négatifs permet une soustraction sans restriction, ce qui mène à la création des nombres rationnels.
2. Les nombres rationnels peuvent être exprimés précisément sous forme de décimales infinies.
3. Chaque polynôme peut être factorisé en racines dans le champ des nombres réels, garantissant ainsi l'existence de solutions aux équations polynomiales de tout degré.

Chapitre 5 | Supplément au Chapitre II. L'Algèbre des Ensembles| Quiz et test

1. Les opérations sur les ensembles sont similaires aux opérations arithmétiques et forment 'l'algèbre des ensembles'.
2. Le complément d'un ensemble A consiste en tous les éléments de A et dans l'univers de discours I .
3. La probabilité d'un ensemble est calculée par le ratio de ses éléments par rapport au total de tous les ensembles dans l'univers de discours.



Chapitre 6 | CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES. L'ALGÈBRE DES CORPS NUMÉRIQUES| Quiz et test

1. Tous les problèmes de construction en géométrie peuvent être résolus en utilisant uniquement une règle et un compas.
2. Il est impossible de construire un heptagone régulier en utilisant uniquement une règle et un compas.
3. Le nombre d'or peut être obtenu par des constructions géométriques utilisant une règle et un compas.



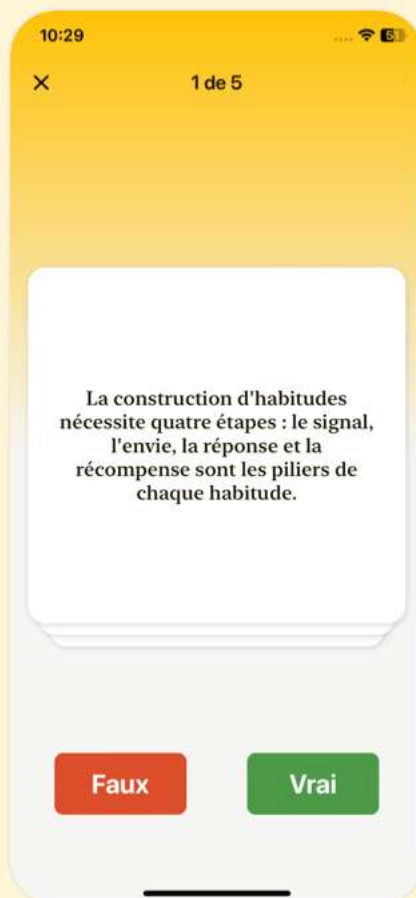


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus de 1000 résumés de livres avec des quiz

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Chapitre 7 | GÉOMÉTRIE PROJECTIVE. AXIOMATIQUE, GÉOMÉTRIES NON-EUCLIDIENNES| Quiz et test

1. Les transformations projectives se concentrent principalement sur les distances et les angles en géométrie.
2. Le théorème de Desargues concerne les conditions de concourance dans les configurations triangulaires en deux et trois dimensions.
3. La géométrie hyperbolique maintient le postulat des parallèles comme principe fondamental.

Chapitre 8 | TOPOLOGIE| Quiz et test

1. Le théorème d'Euler affirme que pour tout polyèdre simple, la relation entre le nombre de sommets (V), d'arêtes (E) et de faces (F) suit l'équation : $V - E + F = 2$.
2. Le théorème de la courbe de Jordan stipule que toute courbe fermée simple divise le plan en trois régions distinctes : l'intérieur, l'extérieur et la courbe elle-même.
3. Le problème des quatre couleurs affirme que toute carte



peut être coloriée en utilisant au maximum quatre couleurs de façon à ce que les régions adjacentes partagent la même couleur.

Chapitre 9 | FONCTIONS ET LIMITES| Quiz et test

1. Une variable est définie comme une valeur fixe d'un ensemble.
2. La limite d'une suite est définie uniquement lorsque ses termes s'éloignent d'une valeur spécifique à mesure que l'indice augmente.
3. Le nombre d'Euler e et π sont tous deux irrationnels.



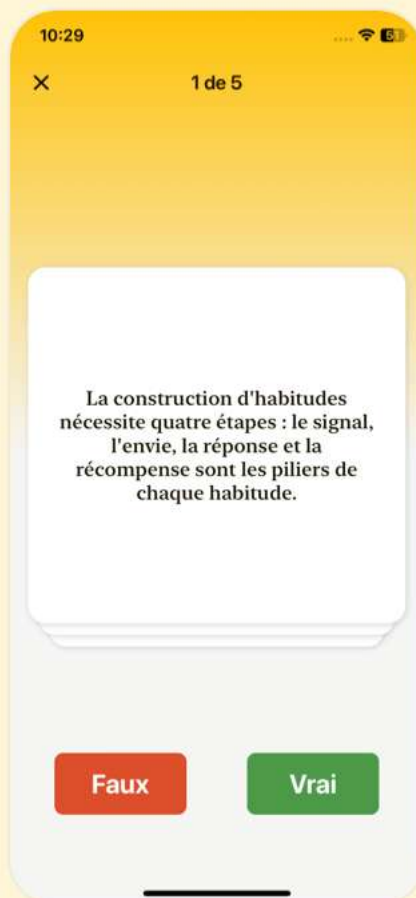


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus de 1000 résumés de livres avec des quiz

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Chapitre 10 | Supplément au Chapitre VI. Plus d'exemples sur les limites et la continuité| Quiz et test

1. Si une suite (a_n) est bornée par deux suites convergentes (b_n) et (c_n) telles que $b_n \leq a_n \leq c_n$, alors (a_n) converge vers la même limite que (b_n) et (c_n) .
2. La limite de la suite $(p^{1/n})$ pour tout nombre négatif fixe (p) tend vers 1 lorsque (n) approche l'infini.
3. Une fonction discontinue peut être exprimée comme la limite de fonctions continues, en particulier lorsqu'il s'agit de discontinuités supprimables.

Chapitre 11 | MAXIMAS ET MINIMAS| Quiz et test

1. Le triangle ayant la plus grande surface, donné deux côtés, est celui dont les côtés sont perpendiculaires entre eux.
2. Selon le théorème de Héron, le point qui minimise la distance totale entre deux points fixes doit être le milieu du segment reliant ces points.



3. Le cercle est la forme qui maximise l'aire pour un périmètre donné, selon le problème isopérimétrique.

Chapitre 12 | LE CALCUL | Quiz et test

1. Le théorème fondamental du calcul établit le lien entre la différentiation et l'intégration, confirmant leur relation inverse.
2. Selon le chapitre, l'aire des figures curvilignes peut être calculée exactement sans processus d'approximation.
3. La notation de Leibniz introduite dans le calcul simplifie la représentation des expressions dérivées et intégrales complexes.



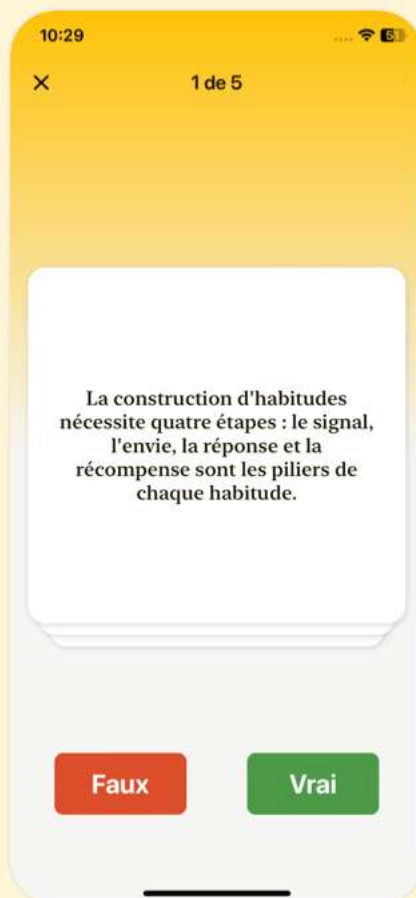


Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus de 1000 résumés de livres avec des quiz

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger



Chapitre 13 | Supplément au Chapitre VIII| Quiz et test

1. La dérivée d'une fonction peut être définie aux points avec des coins, comme dans la fonction $y = |x|$.
2. Chaque fonction continue a une intégrale qui peut être facilement calculée.
3. Les fonctions exponentielles croissent plus vite que les fonctions polynomiales pour toute puissance de n .

Chapitre 14 | DÉVELOPPEMENTS RÉCENTS| Quiz et test

1. La percée de Yuri Matijasevic en 1970 a montré qu'il existe une méthode générale pour tester les solutions des équations diophantiennes.
2. La conjecture de Goldbach affirme que tout nombre pair supérieur à deux peut s'exprimer comme la somme de deux nombres premiers.
3. Andrew Wiles a prouvé que le dernier théorème de Fermat est vrai uniquement pour $n = 2$.





Téléchargez l'appli Bookey pour profiter

Plus de 1000 résumés de livres avec des quiz

Essai gratuit disponible !

Scannez pour télécharger

