

ANNALES

Concours ICNA 2017

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire à option de
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde
- 1 page d'instruction pour remplir le QCM recto/verso
- 1 page d'avertissements
- 23 pages de texte/questions recto/verso

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

**ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR****A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT**

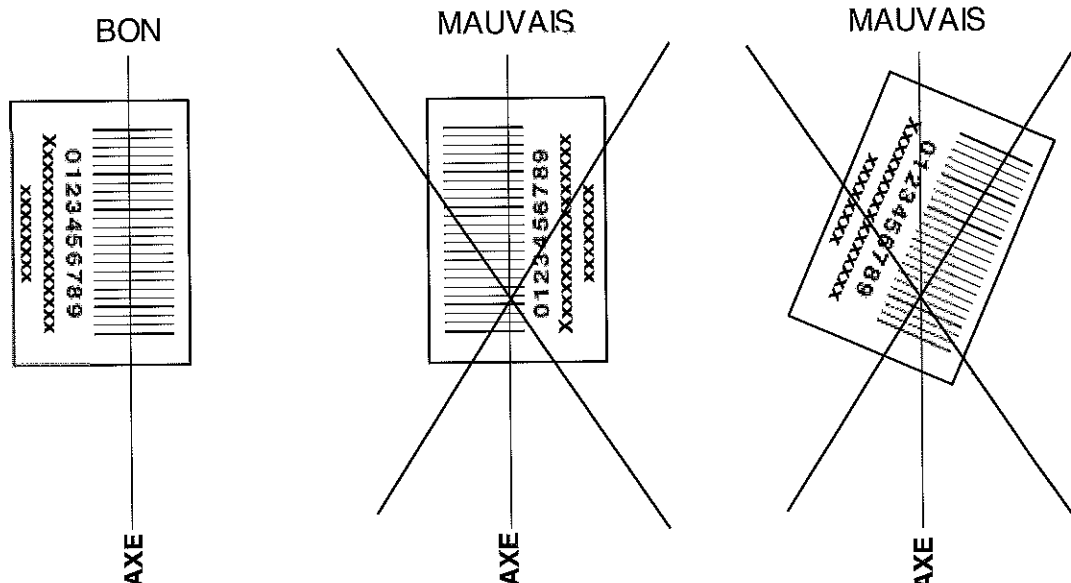
L'épreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « Epreuve obligatoire à option de sciences industrielles pour l'ingénieur ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

- 5) Cette épreuve comporte 50 questions obligatoires ; certaines de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

- 6) À chaque question numérotée entre 1 et 50, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 51 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 50, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question :
la ligne correspondante doit rester vierge.
- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D **et deux seulement**.
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) Exemples de réponses

Question 1. Le torseur cinématique du solide S en mouvement par rapport à un référentiel R_0 en un point A est noté $\{V_{S/R_0}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{S/R_0} \\ \vec{V}_{A,S/R_0} \end{Bmatrix}$. À partir de la formule de changement de point, indiquer l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_{B,S/R_0}$.

A)	B)	C)	D)
$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{S/R_0}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{\Omega}_{S/R_0} \wedge \vec{BA}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{BA} \cdot \vec{\Omega}_{S/R_0}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{OB} \wedge \vec{\Omega}_{S/R_0}$

Question 2. Soit f la fonction logique, de représentation algébrique : $f = a \cdot b \cdot \bar{c}$. Déterminer le complément de f .

A)	B)	C)	D)
$\bar{f} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$	$\bar{f} = a + b + \bar{c}$	$\bar{f} = \bar{a} \cdot \bar{b} + c$	$\bar{f} = a + \bar{b} + c$

Vous cocherez sur la feuille réponse :

1	☒ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E
2	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☒ E

AVERTISSEMENTS

Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Exemple :

Le calcul sera arrondi au plus proche : $11,56 \text{ kg} \approx 12 \text{ kg}$

Les propositions de réponse sont :

A)	B)	C)	D)
2 kg	12 kg	18 kg	24 kg

QUESTIONS LIÉES

Partie A : Questions 4 et 5 Questions 6, 7 et 8	Partie B : Questions 19 et 20	Partie C : Questions 23, 24 et 25 Questions 27, 28, et 31 Questions 32 et 34 Questions 35 et 36	Partie D : Questions 41 et 42
--	--	--	--



FIN DES CONSIGNES



DE : My-Ngoc SENGTHAVISOUK	Tél .: +33 (0) 5 62 17 41 83	Fax : +33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

ICNA 2017

ERRATA

POUR L'ÉPREUVE DE Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Page 22, question 47

Au lieu de : « L'intervalle de temps compris entre 0 et 0,57 s correspond à »

Lire : « L'intervalle de temps compris entre 0 et 0,057 s correspond à »

Page 22, question 48

Au lieu de : A l'instant $t = 0,57s$

Lire : A l'instant $t = 0,057s$

ATTRACTION « DANSE AVEC LES ROBOTS »

« Danse avec les robots » est une des dernières attractions majeures mise en place en 2013 au Futuroscope de Poitiers, qui allie sensations fortes et spectacle musical. Le principe de cette attraction consiste à attacher deux volontaires au bout d'un bras de robot à 5 axes, fournissant ainsi des possibilités de mouvements variés, et donc de générer des sensations fortes. Les volontaires assis au bout du bras sont remués en rythme avec la musique d'ambiance.

Cette attraction est installée dans une salle 2 000 m² accueillant dix robots de 7 m chacun développés par la société allemande Kuka issus de l'industrie automobile. En effet, ces robots étaient initialement utilisés dans les usines Citroën et Renault pour le pliage de tôles destinées à l'industrie automobile.



Figure 1 – Photographie de la salle accueillant les robots

Les robots sont actuellement programmés pour 3 modes de fonctionnement :

- Mode 1 – Appelé mode « Paisible balade », réservé aux volontaires de taille comprise entre 1 m 20 et 1 m 40, il permet de ressentir une accélération de l'ordre de 1*g ;
- Mode 2 – Appelé mode « Rodéo corsé », réservé aux volontaires de taille comprise entre 1 m 40 et 1 m 95, il permet de ressentir une accélération l'ordre de 2*g ;
- Mode 3 – Appelé mode « Sensation forte », réservé aux volontaires de taille comprise entre 1 m 40 et 1 m 95, il permet de ressentir une accélération de l'ordre de 3,5*g.

La durée normale de l'attraction est de 90 secondes. Chaque robot est capable d'embarquer 2 volontaires, attachés à la nacelle par des harnais de sécurité, dont la masse de l'ensemble nacelle, harnais et volontaires est de l'ordre de 500 kg.

Un extrait du cahier des charges fonctionnel partiel du système « Danse avec les robots » est proposé dans le tableau 1.

Exigences	Id.	Critère(s)	Niveau(x)
Donner des sensations aux volontaires	Id. 1	Accélération ressentie	3 modes : • Mode 1 → 1*g ; • Mode 2 → 2*g ; • Mode 3 → 3,5*g.
Mettre en mouvement la nacelle	Id. 2.1	Nombre de volontaires	2
	Id. 2.2	Masse maximale d'un volontaire	150 kg
	Id. 2.3	Nombre d'axes par robot	5
Assurer la sécurité des volontaires	Id. 3.1	Maintenir à l'arrêt en absence d'énergie électrique	Tous les axes du robot sont immobiles
	Id. 3.2	Vitesse d'approche lors du débarquement des volontaires	$\ \vec{V}_{G,nacelle/0}\ \leq 0,3 \text{ m/s}$

Tableau 1 – Table des exigences et leurs caractérisations

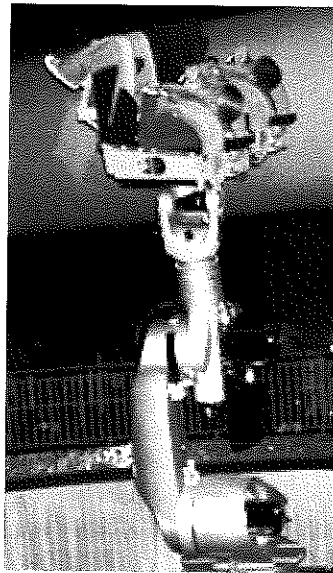


Figure 2 – Photographie d'un robot en situation d'usage

On appelle nacelle l'ensemble de solide composé des sièges, des harnais de sécurité et des 2 volontaires attachées solidement à ceux-ci de corpulence moyenne.

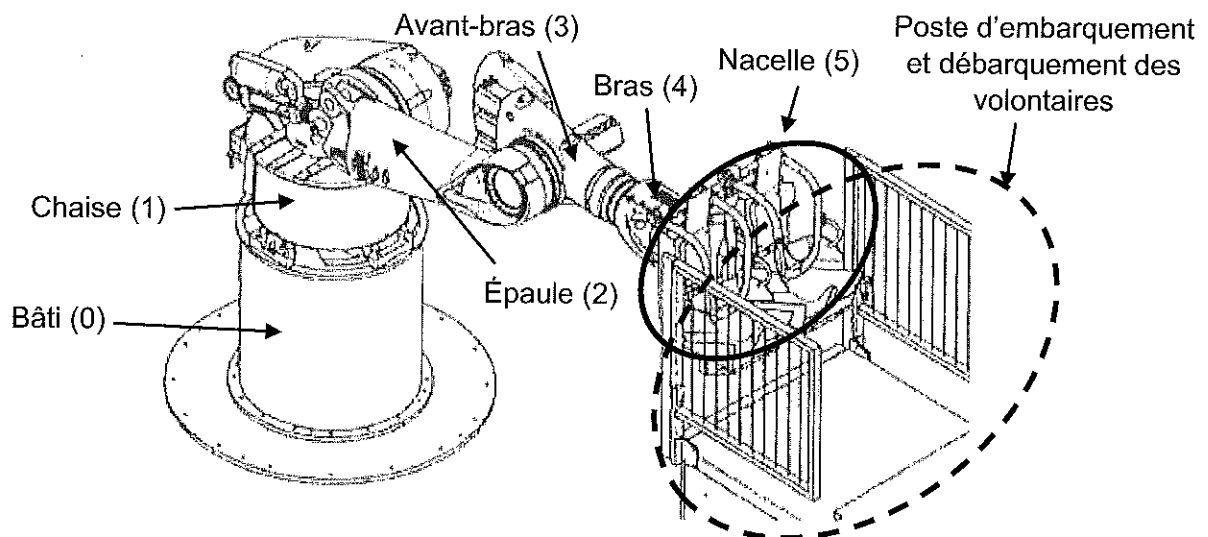


Figure 3 – Description globale d'un robot

On donne sur la figure 4 un schéma cinématique spatial d'un des robots avec le paramétrage associé aux différents solides et aux liaisons.

L'ensemble des repères sont considérés orthonormés directs.

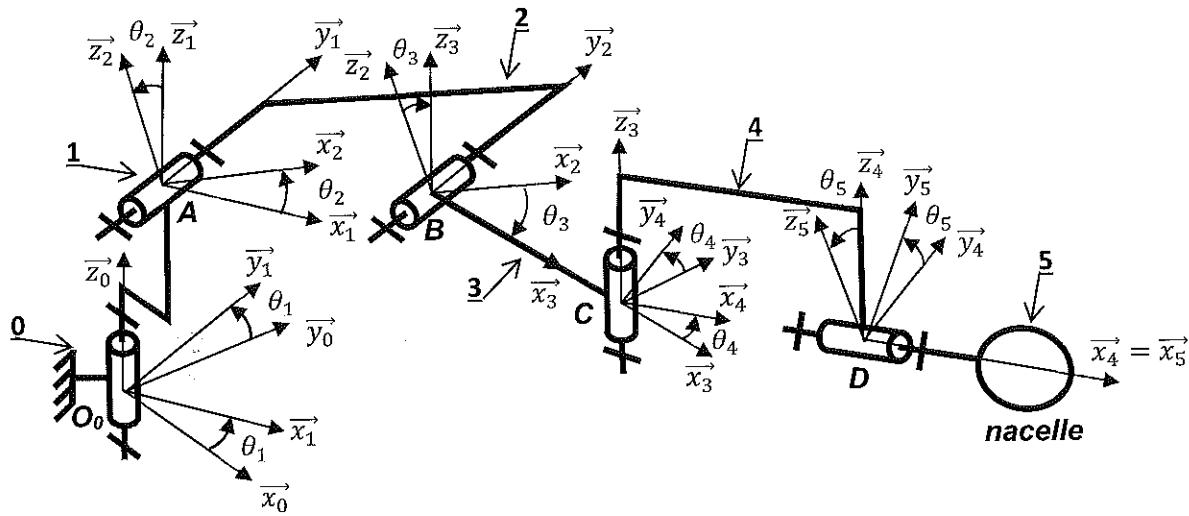


Figure 4 – Schéma cinématique spatial et paramétrage associé

On note $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère supposé galiléen associé au sol de la salle de spectacle, appelé bâti 0.

On note $R_1(O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère associé à la chaise 1, et $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ l'angle de rotation de la chaise 1 par rapport au bâti 0.

On note $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère associé à l'épaule 2, $\vec{O_0A} = a.\vec{z}_0 + b.\vec{x}_1$ et $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ l'angle de rotation de l'épaule 2 par rapport à la chaise 1.

On note $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ le repère associé l'avant-bras 3, $\vec{AB} = c.\vec{x}_2$ et $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ l'angle de rotation de l'avant-bras 3 par rapport à l'épaule 2.

On note $R_4(C, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ le repère associé au bras 4, $\vec{BC} = d.\vec{x}_3$ et $\theta_4 = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{y}_3, \vec{y}_4)$ l'angle de rotation du bras 4 par rapport à l'avant-bras 3.

On note $R_5(D, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ le repère associé à la nacelle 5, $\vec{CD} = e.\vec{x}_4$ et $\theta_5 = (\vec{y}_4, \vec{y}_5) = (\vec{z}_4, \vec{z}_5)$ l'angle de rotation de la nacelle 5 par rapport au bras 4.

Le centre de gravité de la nacelle 5 (siège + volontaires + harnais) est tel que $\vec{DG} = f.\vec{x}_4 + h.\vec{z}_5$.

On définit la position du point G dans la base $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ telle que :

$$\vec{O_0G} = x.\vec{x}_0 + y.\vec{y}_0 + z.\vec{z}_0.$$

On donne :

$$a = 1\,100\text{ mm} ; b = 100\text{ mm} ; c = 1\,500\text{ mm} ; d = 1\,400\text{ mm} ; e = 400\text{ mm} ;$$

$$f = 800\text{ mm et } h = 200\text{ mm}.$$

PARTIE A VALIDATION DES EXIGENCES ID. 1 ET ID. 3.2

I ÉLABORATION PARTIELLE DU MODÈLE CINÉMATIQUE DIRECT

——— Objectif ———

Analyser le mécanisme et définir la loi entrées-sorties $(x, y, z) = f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5)$ appelée modèle cinématique direct.

Question 1. Le modèle du mécanisme représenté sur la figure 4 correspond à une chaîne cinématique

A)	B)	C)	D)
Fermée	Complexe	Ouverte	Mixte

Question 2. La liaison équivalente entre la nacelle 5 et l'avant-bras 3 est une

A)	B)	C)	D)
Liaison sphère-plan de normale $(D, \vec{x}_3)$	Liaison sphérique de centre C	Liaison pivot glissant d'axe $(C, \vec{z}_3)$	Liaison sphérique à doigt en C, de rainure dans le plan $(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3)$ et de doigt suivant $\vec{x}_4$

Question 3. La position du point G selon l'axe $\vec{x}_0$ est telle que

A)	$x = b \cdot \cos \theta_1 + c \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + d \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + (e + f) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_4 - h \cdot (\cos \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_5 + \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5 + \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5)$
B)	$x = b \cdot \cos \theta_1 + c \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + d \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + (e + f) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_4 - h \cdot (\cos \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_5 - \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5 - \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5)$
C)	$x = b \cdot \cos \theta_1 + c \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + d \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) - (e + f) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_4 + h \cdot (\cos \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_5 - \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5 - \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5)$
D)	$x = b \cdot \cos \theta_1 + c \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + d \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + (e + f) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_4 + h \cdot (\cos \theta_1 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos \theta_5 + \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5 + \cos \theta_1 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5)$

II VÉRIFICATION DE L'EXIGENCE ID. 3.2

——— Objectif ———

Déterminer les conditions relatives à une phase d'approche et vérifier l'exigence de vitesse d'approche.

Les phases d'approche correspondant aux moments où les volontaires se placent sur la nacelle depuis le poste d'embarquement ou quittent la nacelle vers le poste de débarquement. Les jambes des volontaires étant libres lors des phases d'approche, il est nécessaire de mettre en œuvre toute la sécurité nécessaire. L'exigence en termes de vitesse d'approche est détaillée dans le tableau 1.

On considère pour l'étude en phase d'approche les conditions suivantes :

- $\dot{\theta}_1 = 0$ et $\theta_1 = 0$;
- $\dot{\theta}_4 = 0$ et $\theta_4 = 0$;
- $\dot{\theta}_5 = 0$ et $\theta_5 = 0$;
- $|\dot{\theta}_2|_{max} = 0,18 \text{ rad/s}$.

Question 4. À quelle condition la trajectoire du point G dans son mouvement par rapport à R_0 est un segment de droite de direction $\vec{x}_0$?

A)	B)	C)	D)
$\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = 0$	$\dot{\theta}_2 = -\dot{\theta}_3$	$b = c$	$\theta_2 = \theta_3$

Question 5. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}_{G,5/0} \cdot \vec{x}_0$ dans cette condition. Conclure quant au respect ou non de l'exigence de vitesse d'approche en phase de débarquement des volontaires.

A)	B)	C)	D)
$-c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2$ Exigence respectée	$(c + d + e + f) \cdot \dot{\theta}_2$ Exigence non respectée	$c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos \theta_2$ Exigence non respectée	$-c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2$ $- 2 \cdot (d + e + f + h) \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3)$ Exigence non respectée

III VÉRIFICATION DE L'EXIGENCE ID. 1

Objectif

Valider dans un cas particulier que l'exigence d'accélération est satisfaite.

L'accélération ressentie par les volontaires, notée $\vec{\Gamma}_G$ s'exprime par :

$$\vec{\Gamma}_G = \vec{\Gamma}_{G,5/0} - \vec{g} \text{ avec } \vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$$

On limite l'étude dans un premier temps au cas où $\theta_1 = \text{cste} = 0$ et donc $\dot{\theta}_1 = 0$.

Question 6. La vitesse du point G, dans son mouvement par rapport au repère galiléen associé à 0, notée $\vec{V}_{G,5/0}$, s'exprime par

A)	$-h \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \vec{y}_5 + (e + f) \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y}_4 + h \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_4 - (e + f) \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \vec{z}_4$ $- d \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4 + h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_3 - h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \cos \theta_5 \cdot \vec{z}_4$ $- c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2$
B)	$-h \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \vec{y}_5 + (e + f) \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y}_4 + h \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_4 + (e + f) \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \vec{z}_4 +$ $d \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4 + h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \cos \theta_5 \cdot \vec{x}_3 + h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{z}_4 - c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2$
C)	$-h \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \vec{y}_5 + (e + f) \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y}_4 + h \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_4 - (e + f) \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \cos \theta_4 \cdot \vec{z}_4$ $- d \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4 + h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \cos \theta_5 \cdot \vec{x}_3 - h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{z}_4$ $- c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2$
D)	$-h \cdot \dot{\theta}_5 \cdot \vec{y}_5 + (e + f) \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{y}_4 + h \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \cos \theta_5 \cdot \vec{x}_4 - (e + f) \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4 - d \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_4$ $+ h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{x}_3 - h \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \cos \theta_4 \cdot \sin \theta_5 \cdot \vec{z}_4 - c \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2$

On limite l'étude désormais au cas où $\dot{\theta}_2 = 1,45 \text{ rad/s}$; $\theta_3 = 0 = \text{cste}$; $\theta_4 = 0 = \text{cste}$ et $\theta_5 = 0 = \text{cste}$ (l'hypothèse $\theta_1 = \text{cste} = 0$ est toujours vérifiée).

Question 7. L'accélération du point G , dans son mouvement par rapport au repère galiléen associé à 0 , notée $\vec{\Gamma}_{G,5/0}$, s'exprime par

A)	$-((c-d) \cdot \cos \theta_2 + h \cdot \sin \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{x}_0 + (((c-d) \cdot \sin \theta_2 - h \cdot \cos \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2) \cdot \vec{z}_0$
B)	$-(c+d+e+f) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{x}_2 - h \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{z}_2$
C)	$-((c+d) \cdot \cos \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{x}_0 + (((c+d) \cdot \sin \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2) \cdot \vec{z}_0$
D)	$-((c+d+e+f) \cdot \cos \theta_2 - h \cdot \sin \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \vec{x}_0 + (((c+d+e+f) \cdot \sin \theta_2 - h \cdot \cos \theta_2) \cdot \dot{\theta}_2^2) \cdot \vec{z}_0$

Question 8. Conclure quant au respect de l'exigence d'accélération ressentie dans le mode 3 pour la situation particulière étudiée.

A)	B)	C)	D)
Elle est vérifiée car la valeur de l'accélération ressentie vaut $\ \vec{\Gamma}_G\ = 3,24 * g$.	Elle est non vérifiée, car l'accélération ressentie est supérieure à celle imposée dans le cahier des charges	Elle est vérifiée car l'accélération ressentie est inférieure à celle imposée dans le cahier des charges	Elle est vérifiée car l'accélération ressentie vaut $\ \vec{\Gamma}_G\ = 3,39 * g$.

PARTIE B CHOIX DE L'ACTIONNEUR

Objectif

Dimensionner l'actionneur en termes de couple à fournir et évaluer les actions mécaniques de liaisons dans un cas particulier de mouvement.

On considère un cas particulier d'un mouvement du robot représentatif d'une situation à forte accélération. Celle-ci est définie par la chaise bloquée, ainsi que l'avant-bras et le bras. Elle est décrite sur la figure 5 ci-contre. Par conséquent, les angles repérés sur la figure 4 sont tels que $\theta_1 = \theta_3 = \theta_4 = 0$.

Pour l'étude de ce mouvement, le schéma cinématique simplifié retenu pour cette partie est fourni sur la figure 6.



Figure 5 – Mouvements étudiés

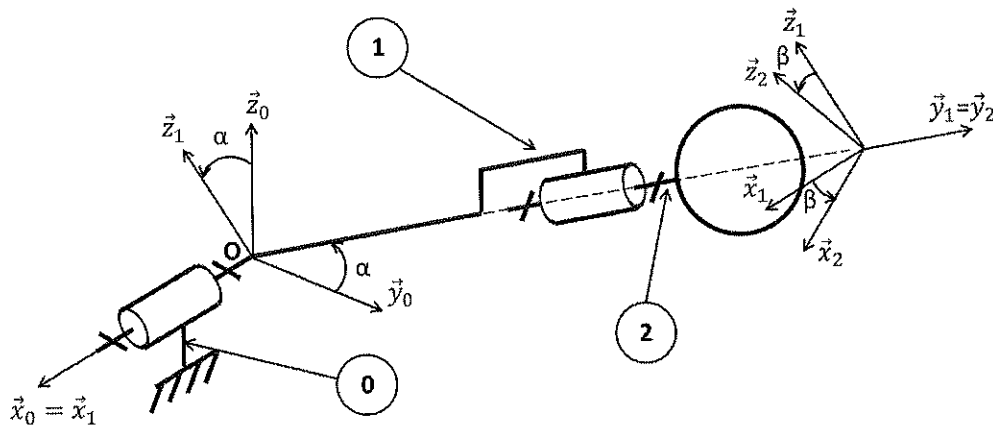


Figure 6 – Schéma cinématique simplifié et paramétrage retenu

On note $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère, supposé galiléen, associé au sol de la salle de spectacle, appelé bâti, de base $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le point O est le point d'intersection des axes des deux liaisons pivots entre les solides 0 et 1, et 1 et 2.

On note :

- Pour le bras 1 :
 - ✓ $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère associé au bras 1, de base $B_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$;
 - ✓ $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ la rotation du bras 1 par rapport au bâti 0 ;
 - ✓ m_1 sa masse ;
 - ✓ G_1 le centre d'inertie du bras 1 tel que $\overrightarrow{OG_1} = l_1 \cdot \vec{y}_1$;
 - ✓ $\overline{I}(1, G_1)$ sa matrice d'inertie dans la base B_1 au point G_1 telle que

$$\overline{I}(1, G_1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{B_1} ;$$

- Pour la nacelle 2 :
 - ✓ $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère associé à la nacelle 2, de base $B_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$;
 - ✓ $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ la rotation de la nacelle 2 par rapport au bras 1 ;
 - ✓ m_2 sa masse ;
 - ✓ G_2 le centre d'inertie de la nacelle 2 pour deux personnes de corpulence moyenne tel que $\overrightarrow{OG_2} = l_2 \cdot \vec{y}_1$;
 - ✓ $\overline{I}(2, G_2)$ sa matrice d'inertie dans la base B_2 au point G_2 telle que

$$\overline{I}(2, G_2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{B_2} .$$

On note $\mathbf{E}$ l'ensemble des parties du robot en mouvement : $\mathbf{E} = \{1+2\}$. Les liaisons pivots sont supposées parfaites et motorisées. Le bras est supposé accélérer autour de la liaison pivot entre 0 et 1, tandis que la nacelle tourne à vitesse constante autour de la liaison entre 1 et 2. On a donc $\ddot{\alpha} \neq 0$ et $\ddot{\beta} = 0$.

I DÉTERMINATION DES GRANDEURS CINÉTIQUES

Question 9. Quel théorème est-il nécessaire d'écrire afin d'obtenir la loi de mouvement de la nacelle 2 ?

A)	B)	C)	D)
Théorème de l'énergie cinétique appliqué à E	Théorème de la résultante dynamique appliqué à E en projection sur $\vec{x}_1$	Théorème du moment dynamique appliqué à 1 en projection sur $\vec{x}_1$	Théorème du moment dynamique appliqué à E en projection sur $\vec{x}_1$

Question 10. Calculer la position $\overrightarrow{OG_E}$ du point G_E , centre d'inertie de l'ensemble E exprimé dans la base B_1 .

A)	B)	C)	D)
$\frac{m_1 J_1 - m_2 J_2}{m_1 + m_2} \cdot \vec{y}_1$	$\frac{m_1 J_1 - m_2 J_2}{m_1 - m_2} \cdot \vec{y}_1$	$\frac{m_1 J_2 + m_2 J_1}{m_1 - m_2} \cdot \vec{y}_1$	$\frac{m_1 J_1 + m_2 J_2}{m_1 + m_2} \cdot \vec{y}_1$

Pour la suite de cette partie, on note $\overrightarrow{OG_E} = a_E \vec{y}_1$.

Question 11. Exprimer le vecteur taux de rotation de la nacelle 2 dans son mouvement par rapport à 0, noté $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$.

A)	B)	C)	D)
$\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \vec{0}$	$\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_2 + \dot{\beta} \cdot \vec{x}_1$	$\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = -\dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 - \dot{\beta} \cdot \vec{x}_1$	$\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \dot{\beta} \cdot \vec{y}_2 - \dot{\beta} \cdot \vec{x}_1$

Question 12. Exprimer l'accélération de G_E par rapport à 0, notée $\overrightarrow{\Gamma_{G_E/0}}$, en projection dans la base B_1 .

A)	B)	C)	D)
$a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1$	$a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1$	$a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{z}_1$	$-a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1$

Question 13. Quelle hypothèse a été formulée pour que la matrice d'inertie du bras 1, en son centre de gravité G_1 , exprimée dans la base B_1 s'écrive

$$\overline{I}(1, G_1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{B_1} ?$$

A)	B)	C)	D)
Axe de révolution $\vec{y}_1$	Axe de révolution $\vec{z}_1$	Plan de symétrie $(G_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	Plan de symétrie $(G_1, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$

Question 14. La matrice d'inertie du bras 1 au point O , $\overline{I}(1, O)$, dans la base B_1 , s'écrit

A)	B)
$\begin{bmatrix} A_1 + m_1 l_1^2 & 0 & -E_1 + m_1 l_1^2 \\ 0 & B_1 + m_1 l_1^2 & 0 \\ -E_1 + m_1 l_1^2 & 0 & C_1 + m_1 l_1^2 \end{bmatrix}_{B_1}$	$\begin{bmatrix} A_1 + m_1 l_1^2 & 0 & -E_1 - m_1 l_1^2 \\ 0 & B_1 + m_1 l_1^2 & 0 \\ -E_1 - m_1 l_1^2 & 0 & C_1 + m_1 l_1^2 \end{bmatrix}_{B_1}$
C)	D)
$\begin{bmatrix} A_1 + m_1 l_1^2 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 + m_1 l_1^2 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 + m_1 l_1^2 \end{bmatrix}_{B_1}$	$\begin{bmatrix} A_1 + m_1 l_1^2 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 + m_1 l_1^2 \end{bmatrix}_{B_1}$

Pour la suite, on considère que la matrice d'inertie du bras 1 en O , dans la base B_1 s'écrit

$$\overline{I}(1, O) = \begin{bmatrix} A_1' & 0 & -E_1' \\ 0 & B_1' & 0 \\ -E_1' & 0 & C_1' \end{bmatrix}_{B_1}.$$

Question 15. Exprimer le moment cinétique du bras 1 dans son mouvement par rapport à O au point O dans la base B_1 , noté $\overrightarrow{\sigma_{O,1/O}}$.

A)	B)	C)	D)
$(A_1' - E_1') \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1$	$B_1' \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + m_1 l_1^2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1$	$A_1' \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1$	$B_1' \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1$

Pour la suite, on considère que la matrice d'inertie de la nacelle 2 en G_2 , dans la base B_1 s'écrit

$$\overline{I}(2, G_2) = \begin{bmatrix} A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta & 0 & \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot (C_2 - A_2) \\ 0 & B_2 & 0 \\ \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot (C_2 - A_2) & 0 & A_2 \cdot \sin^2 \beta + C_2 \cdot \cos^2 \beta \end{bmatrix}_{B_1}$$

Question 16. Exprimer le moment cinétique de 2 dans son mouvement par rapport à O au point O , noté $\overrightarrow{\sigma_{O,2/O}}$ dans la base B_1 .

A)	$A_2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1$
B)	$(A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1$
C)	$(A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta + m_2 l_2^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1$
D)	$(A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1$

Question 17. En déduire le torseur cinétique de l'ensemble E par rapport à 0 au point O, noté $\{C_{E/0}\}_O$.

A)	$\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ (A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta + m_2 \cdot l_2^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$
B)	$\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ (A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta + m_2 \cdot l_2^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$
C)	$\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ (A_2 \cdot \cos^2 \beta + C_2 \cdot \sin^2 \beta + (C_2 - A_2) \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$
D)	$\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ A_2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 + B_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_1 \end{array} \right\}_O$

II DÉTERMINATION DE LA LOI DE MOUVEMENT

Question 18. Exprimer le torseur dynamique de E dans son mouvement par rapport à 0 au point O sans calculer le moment dynamique, noté $\{D_{E/0}\}_O$.

A)	$\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{\delta}_{O,2/1} + \vec{\delta}_{O,1/0} \end{array} \right\}_O$
B)	$\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot (a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1) \\ \vec{\delta}_{O,2/0} + \vec{\delta}_{O,1/0} \end{array} \right\}_O$
C)	$\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{\delta}_{O,2/1} + \vec{\delta}_{O,1/0} \end{array} \right\}_O$
D)	$\left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) \cdot (a_E \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - a_E \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1) \\ \vec{\delta}_{O,2/1} + \vec{\delta}_{O,1/0} \end{array} \right\}_O$

On admet pour la suite de cette partie que le moment dynamique $\vec{\delta}_{O,E/0}$ s'écrit :

$$\vec{\delta}_{O,E/0} = \begin{pmatrix} \mu_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \mu_1 \cdot \ddot{\alpha} \\ \rho_0 \cdot \dot{\alpha}^2 \\ \eta_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \eta_1 \cdot \ddot{\alpha} \end{pmatrix}_{B_1}$$

On notera C_m le couple généré par l'actionneur dans la liaison pivot entre 0 et 1, tel que $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$.

Question 19. Faire l'inventaire des actions mécaniques extérieures appliquées sur l'ensemble E.

A)	✓ Action de 0 sur E en O ; ✓ Action de l'actionneur en O ; ✓ Action de 1 sur E en O.
B)	✓ Action de l'actionneur en O ; ✓ Action de 1 sur E en O.
C)	✓ Action de 2 sur E en O ; ✓ Action de 1 sur E en O.
D)	✓ Action de 0 sur E en O ; ✓ Action de l'actionneur en O.

Question 20. La loi de mouvement de la nacelle 2 est

A)	$\mu_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \mu_1 \cdot \ddot{\alpha} = C_m - (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \cos \alpha \cdot g$
B)	$\mu_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \mu_1 \cdot \ddot{\alpha} = C_m$
C)	$\eta_0 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} + \eta_1 \cdot \ddot{\alpha} = C_m - (m_1 + m_2) \cdot a_E \cdot \cos \alpha \cdot g$
D)	$\rho_0 \cdot \dot{\alpha}^2 = C_m$

Le calcul complet montre que les 3 composantes du moment de la liaison pivot entre 0 et 1 sont non nulles, et dépendent notamment des paramètres inertiels des solides et des vitesses et accélérations angulaires.

Question 21. Quel nom donne-t-on à cet effet physique ?

A)	B)	C)	D)
Gyroscopique	Tunnel	Centripète	Dynamique

Question 22. Quelle conséquence cet effet produira, à termes, sur la liaison pivot entre 0 et 1 ?

A)	B)	C)	D)
Une usure prématurée des éléments de guidage en rotation	Aucune	L'apparition de mouvements parasites au niveau de la nacelle	L'apparition de mouvements parasites au niveau du bras

PARTIE C CONTRÔLE EN VITESSE DE L'ACTIONNEUR

La partie A a permis de déterminer l'influence respective de chaque actionneur sur l'accélération ressentie par les passagers. Par conséquent, afin de maîtriser celle-ci, il est nécessaire de contrôler précisément les vitesses angulaires en termes de régime permanent mais aussi en régime transitoire.

Les actionneurs (machines électriques) associés à chaque axe du robot « Danse avec les robots » sont du type moteur synchrone triphasé à aimants permanents.

Afin de maîtriser les accélérations angulaires et les vitesses angulaires générées par ces actionneurs, deux boucles d'asservissement sont mises en place. Une boucle, dite interne, permet de contrôler les courants électriques circulant dans chaque phase de l'actionneur, puis une seconde boucle, dite externe, permet d'asservir la vitesse angulaire de rotation. La structure de l'asservissement est donc fournie sur la figure 7.

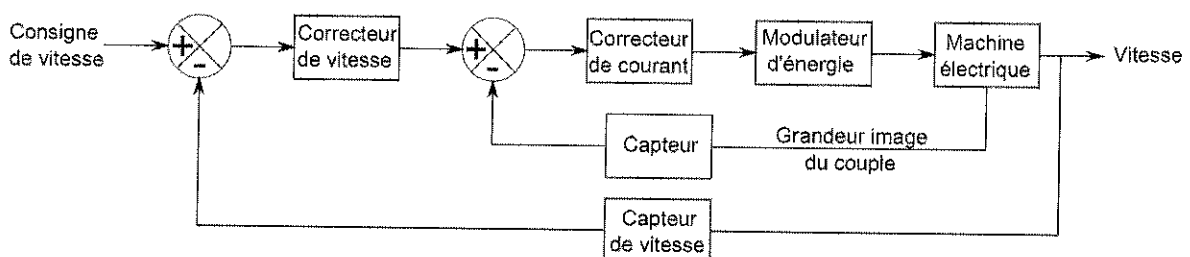


Figure 7 – Structure de l'asservissement de vitesse des actionneurs

Remarque : bien que la figure 7 ne présente qu'une boucle de courant, il y a physiquement 3 boucles de courant, une pour chaque phase du moteur synchrone triphasé.

La suite de l'étude est menée pour le contrôle de la vitesse angulaire de rotation de l'actionneur associé à la rotation de la nacelle autour de l'axe $\vec{x}_4 = \vec{x}_5$ (figure 4).

I MODÉLISATION DES ACTIONNEURS

Objectif

Analyser un modèle de l'actionneur électrique.

De nombreux modèles des machines synchrones existent, parmi eux :

- un modèle dit statique, inadapté à notre étude, car il ne fournit de bons résultats qu'en régime permanent ;
- un modèle dynamique dans la base « a,b,c », correspondant aux 3 phases physiques de l'actionneur, qui fournit des résultats acceptables mais dont le contrôle des courants alternatifs triphasés est délicat car les grandeurs électriques manipulées sont sinusoïdales ;
- un modèle dynamique dans la base « d,q » correspondant à une transformation mathématique iso-puissances des grandeurs temporelles, qui fournit de bons résultats, et dont les grandeurs électriques manipulées sont continues.

Le modèle adapté à notre cas d'étude est donc le modèle dynamique dans la base « d,q » de l'actionneur synchrone triphasé à aimants permanents. Ce modèle considère qu'un moteur synchrone triphasé à aimants permanents est équivalent à 2 moteurs à courant continu diphasés (un sur l'axe d, l'autre sur l'axe q) fictifs.

Le modèle de connaissance dans la base « d,q », dans le cadre d'équilibre électrique des phases, donne les équations ci-après :

$$v_d(t) = R \cdot i_d(t) + L \cdot \frac{d i_d(t)}{dt} - L \cdot i_d(t) \cdot \omega(t)$$

$$v_q(t) = R \cdot i_q(t) + L \cdot \frac{d i_q(t)}{dt} + \left(L \cdot i_d(t) + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi_f \right) \cdot \omega(t)$$

$$c_{em}(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi_f \cdot i_q(t)$$

$$J \cdot \frac{d \omega(t)}{dt} = c_{em}(t) - f \cdot \omega(t) - c_r(t)$$

où R représente la résistance électrique des 2 moteurs à courant continu fictifs, L l'inductance cyclique, ϕ_f le flux généré par l'aimant permanent, J le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre du moteur synchrone, f le coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'arbre moteur.

Les tensions $v_d(t)$ et $v_q(t)$ sont les tensions d'alimentation des 2 phases fictives des 2 moteurs à courant continu, et $i_d(t)$ et $i_q(t)$ les courants absorbés par ceux-ci.

La transformation du modèle de la base « a,b,c » vers la base « d,q » étant iso-puissance, la puissance absorbée par le moteur synchrone triphasé dans la base « d,q » est égale à celle absorbée dans la base « a,b,c ».

Question 23. Exprimer les pertes par effet Joule $p_j(t)$ du moteur synchrone triphasé à partir du modèle de connaissance dans la base « d,q ».

A)	B)	C)	D)
$R \cdot (i_d^2(t) - i_q^2(t))$	$R \cdot (i_d(t) + i_q(t))^2$	$R \cdot (i_d^2(t) + i_q^2(t))$	$2 \cdot R \cdot (i_d^2(t) + i_q^2(t))$

Question 24. Quelle valeur faut-il imposer au courant $i_d(t)$ pour maximiser le rendement du moteur synchrone triphasé ?

A)	B)	C)	D)
$i_d(t) = 0 \text{ A}$	$i_d(t) = i_q(t) = 0 \text{ A}$	$i_d(t) = i_q(t)$	$i_d(t) = -i_q(t)$

Question 25. Dans l'objectif de contrôler les courants électriques, et avec la valeur du courant $i_d(t)$ adaptée, les boucles d'asservissement des courants sont telles que

A)	B)	C)	D)
La boucle de courant $i_q(t)$ est en régulation, et celle du courant $i_d(t)$ est en régulation	La boucle de courant $i_q(t)$ est en poursuite, et celle du courant $i_d(t)$ est en régulation	La boucle de courant $i_q(t)$ est en régulation, et celle du courant $i_d(t)$ est en poursuite	La boucle de courant $i_q(t)$ est en poursuite, et celle du courant $i_d(t)$ est en poursuite

On considère par la suite que la boucle de courant relative à l'asservissement du courant $i_d(t)$ est parfaite, c'est-à-dire que le courant $i_d(t)$ peut être considéré nul quel que soit l'instant t choisi.

Question 26. Dans les conditions énoncées ci-dessus, déterminer l'expression du coefficient de force contre-électromotrice k_e tel que $e_q(t) = k_e \cdot \omega(t)$ comme dans les équations d'un moteur à courant continu à aimant permanent.

A)	B)	C)	D)
$k_e = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi_f$	$k_e = 0$	$k_e = L + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi_f$	$k_e = 1$

II ÉTUDE DE LA BOUCLE DE COURANT $i_q(t)$

Objectif

Procéder au dimensionnement des paramètres du correcteur de la boucle de courant $i_q(t)$.

On considère le schéma-bloc de la figure 8 relatif au modèle de l'actionneur, où :

- $V_q(p)$ représente l'image de la tension $v_q(t)$ dans le domaine de Laplace ;
- $I_q(p)$ représente l'image du courant $i_q(t)$ dans le domaine de Laplace.

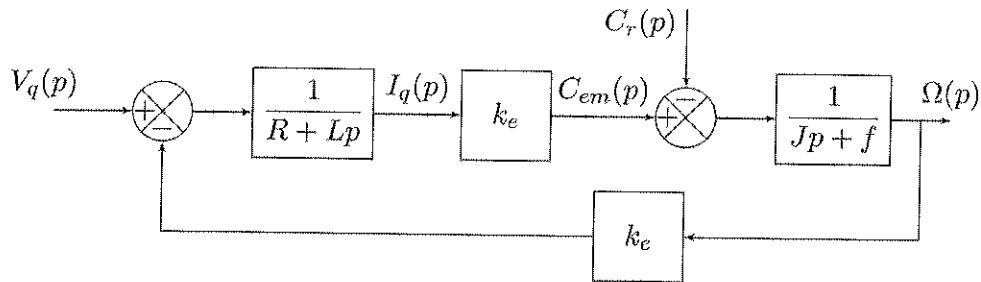


Figure 8 – Modèle de l'actionneur selon l'axe q

Question 27. La fonction de transfert $\frac{I_q(p)}{V_q(p)}$ s'écrit

A)	B)
$\frac{1}{R + L.p}$	$\frac{k_e \cdot (R + L.p)}{k_e^2 + (R + L.p)^2}$
C)	D)
$\frac{k_e}{k_e^2 + R.f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(R.J + L.f)}{k_e^2 + R.f} \cdot p + \frac{L.J.p^2}{k_e^2 + R.f}}$	$\frac{f}{k_e^2 + R.f} \cdot \frac{1 + \frac{J}{f} \cdot p}{1 + \frac{(R.J + L.f)}{k_e^2 + R.f} \cdot p + \frac{L.J.p^2}{k_e^2 + R.f}}$

On note pour la suite :

- $I_q(p)$ représente le courant $i_q(t)$ dans le domaine de Laplace ;
- $I_q^*(p)$ représente la consigne de courant $i_q^*(t)$ dans le domaine de Laplace ;
- $C_I(p)$ représente le correcteur du type proportionnel de gain K de la boucle de courant $i_q(t)$;
- k_I le gain du capteur de courant considéré unitaire.

Question 28. La fonction de transfert $\frac{I_q(p)}{I_q^*(p)}$ s'écrit

A)	B)
$\frac{K}{R + K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L}{R + K} \cdot p}$	$\frac{K \cdot k_e}{K \cdot k_e + R \cdot k_e^2 + L \cdot k_e^2 \cdot p}$
C)	D)
$\frac{K \cdot k_e}{K \cdot k_e + k_e^2 + R.f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(R.J + L.f)}{K \cdot k_e + k_e^2 + R.f} \cdot p + \frac{L.J.p^2}{K \cdot k_e + k_e^2 + R.f}}$	$\frac{K \cdot k_e}{K \cdot k_e + k_e^2 + R.f} \cdot \frac{\left(1 + \frac{J}{f} \cdot p\right)}{1 + \frac{(R.J + L.f)}{K \cdot k_e + k_e^2 + R.f} \cdot p + \frac{L.J.p^2}{K \cdot k_e + k_e^2 + R.f}}$

On fournit sur la figure 9 des résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$ pour une consigne de courant en créneaux d'amplitude $\pm 1A$ de fréquence 500 Hz.

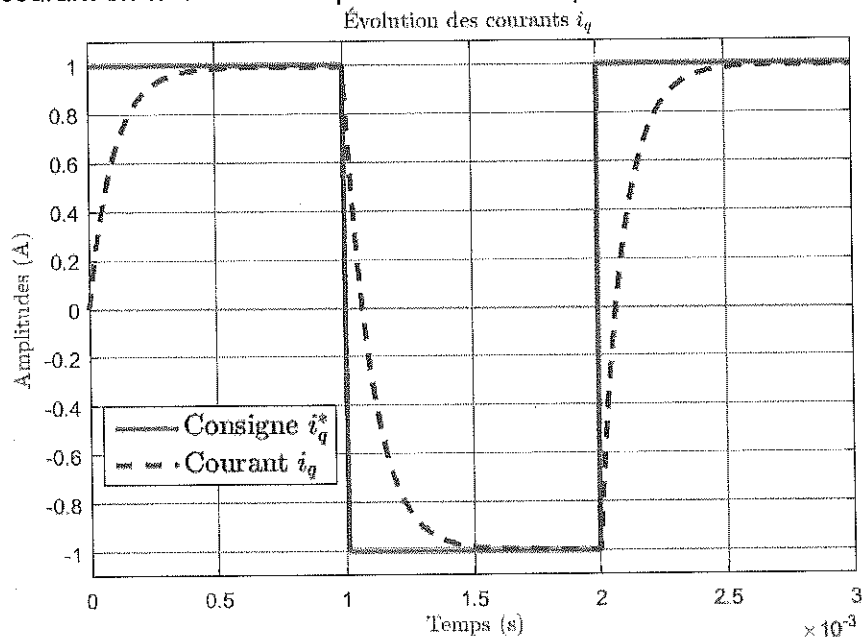


Figure 9 – Résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$

Question 29. Proposer un modèle de comportement de la boucle de courant

$$\frac{I_q(p)}{I_q^*(p)}$$

A)	B)	C)	D)
$\frac{2}{1 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{0.5}{1 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{1}{1 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot p}$	$\frac{1}{1 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot p}$

On fournit sur la figure 10 des résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$ pour une consigne de courant en échelon d'amplitude 1A.

Remarque : la durée de la simulation a été modifiée par rapport à la figure 9.

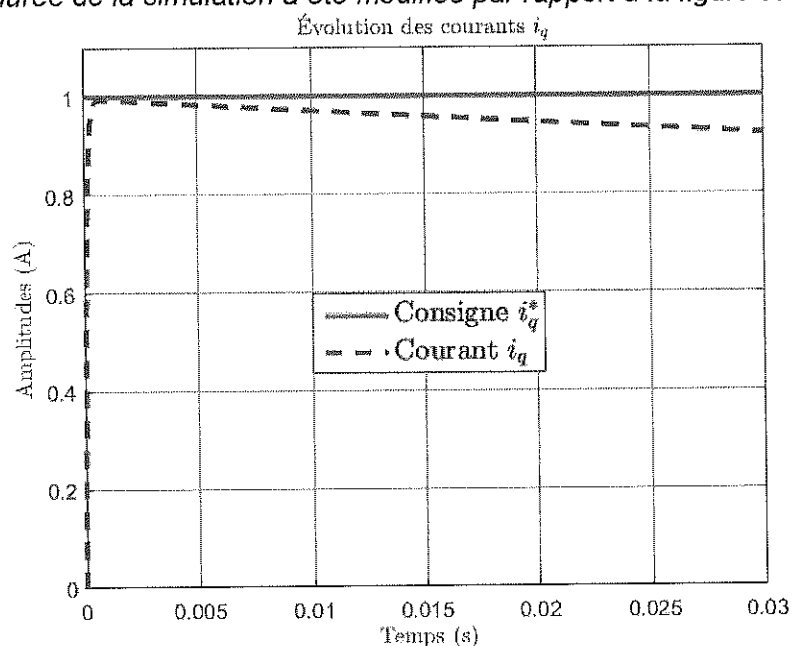


Figure 10 – Résultats de simulation de la boucle de courant $i_q(t)$

Question 30. Quel phénomène est mis en évidence dans la simulation avec une consigne de courant en échelon ?

A)	B)	C)	D)
Phénomène de saturation	Le moteur n'est pas assez puissant, donc le courant absorbé diminue	La vitesse croît et donc agit comme une perturbation sur la boucle de courant	Un problème de choix de solveur numérique

Compte tenu de la rapidité des phénomènes mécaniques mis en jeu, on considère pour la suite que la boucle de courant est unitaire, c'est-à-dire que $\frac{I_q(p)}{I_q^*(p)} = 1$.

III ÉTUDE DE LA BOUCLE DE VITESSE ANGULAIRE

Objectif

Procéder au choix des paramètres du correcteur de la boucle de vitesse.

Le cahier des charges de la boucle de vitesse est fourni dans le tableau 2 ci-dessous.

Exigences	Critère(s)	Niveau(x)
Contrôler la vitesse angulaire de rotation	Stabilité	MG > 40 dB
		Mφ = 45°
	Précision	Erreur statique nulle
		Erreur de traînage < 0,01 rad/s pour une rampe de 10 rad/s²
	Rapidité	ω_{0dB} = 40 rad/s de la boucle ouverte

Tableau 2 – Exigences relatives au contrôle de la vitesse des actionneurs

La figure 11 donne le schéma-bloc partiel de l'asservissement de vitesse angulaire de l'actionneur, en absence de couple résistant $c_r(t)$. Le capteur de vitesse est supposé de gain k_V .

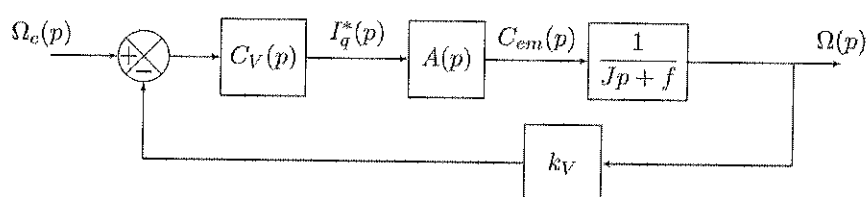


Figure 11 – Schéma-bloc partiel de l'asservissement de vitesse

Question 31. Le bloc manquant de fonction de transfert $A(p)$ dans la figure 11 est

A)	B)	C)	D)
$A(p) = \frac{1}{k_e}$	$A(p) = 1$	$A(p) = \frac{k_e}{R + Lp}$	$A(p) = k_e$

On envisage donc de mettre en place un correcteur $C_V(p)$ avec K_C et K_I positifs tel que représenté sur le schéma-bloc de la figure 12.

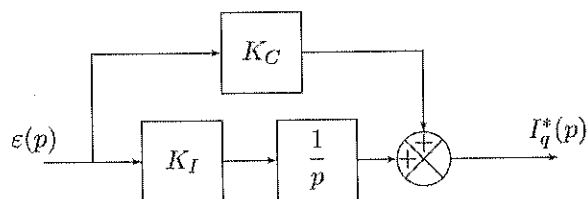


Figure 12 – Schéma-bloc du correcteur $C_V(p)$

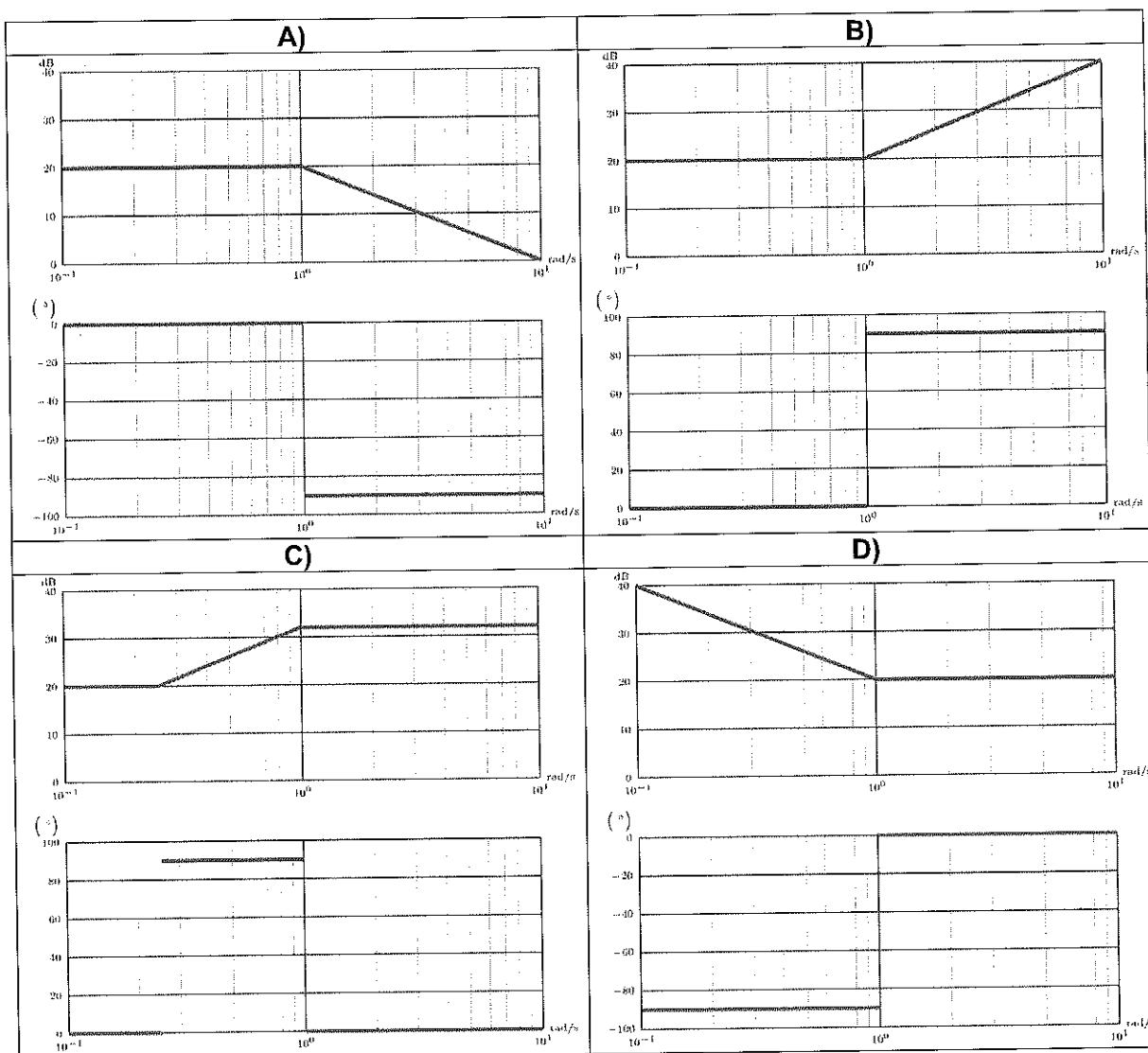
Question 32. La fonction de transfert $C_V(p)$ de ce correcteur est

A)	B)	C)	D)
$C_V(p) = K_C \cdot p + \frac{K_I}{p}$	$C_V(p) = K_C - \frac{K_I}{p}$	$C_V(p) = \frac{K_C \cdot p + K_I}{p}$	$C_V(p) = K_C + \frac{1}{K_I \cdot p}$

Question 33. Le nom de ce correcteur est

A)	B)	C)	D)
Proportionnel Intégral	Proportionnel Dérivé	Proportionnel à avance de phase	Proportionnel à retard de phase

Question 34. L'allure du diagramme de Bode asymptotique de ce correcteur est



Question 35. La fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ est

A)	B)	C)	D)
$\frac{k_e}{p} \cdot \frac{(K_I \cdot p + K_C)}{J \cdot p + f}$	$\frac{k_V \cdot k_e}{p} \cdot \frac{(K_I + K_C \cdot p)}{J \cdot p + f}$	$\frac{k_V \cdot k_e}{p} + \frac{(K_I + K_C \cdot p)}{J \cdot p + f}$	$\frac{k_e}{p} \cdot \frac{(K_C \cdot p + K_I)}{J \cdot p + f}$

Question 36. L'ordre et la classe de fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ sont

A)	B)	C)	D)
Ordre : 1 Classe : 1	Ordre : 2 Classe : 1	Ordre : 2 Classe : 0	Ordre : 2 Classe : 2

Question 37. La performance principalement améliorée par la mise en place de ce correcteur est

A)	B)	C)	D)
La stabilité	La précision	La rapidité	Uniquement la marge de gain

On cherche dans un premier temps à déterminer la valeur de K_I en prenant $K_C = 1$. On considère le capteur de vitesse de gain $k_V = 1$.

Question 38. Pour satisfaire le critère de rapidité et de marge de phase, il faut K_I égal à

A)	B)	C)	D)
1	$\frac{\omega_{0dB}}{\tan\left(-\pi + \text{atan}\left(\frac{J \cdot \omega_{0dB}}{f}\right)\right)}$	$\frac{\omega_{0dB}}{\tan\left(-\frac{\pi}{2} + \text{atan}\left(\frac{J \cdot \omega_{0dB}}{f}\right)\right)}$	$\frac{\omega_{0dB}}{\tan\left(-\frac{\pi}{4} + \text{atan}\left(\frac{J \cdot \omega_{0dB}}{f}\right)\right)}$

On donne sur la figure 13 le diagramme de Bode de la fonction de transfert avec une valeur adaptée pour satisfaire la marge de phase le critère de rapidité et pour $K_C = 1$ et $K_V = 1$.

Diagramme de Bode de $FTBO(p)$ pour $K_C = 1$

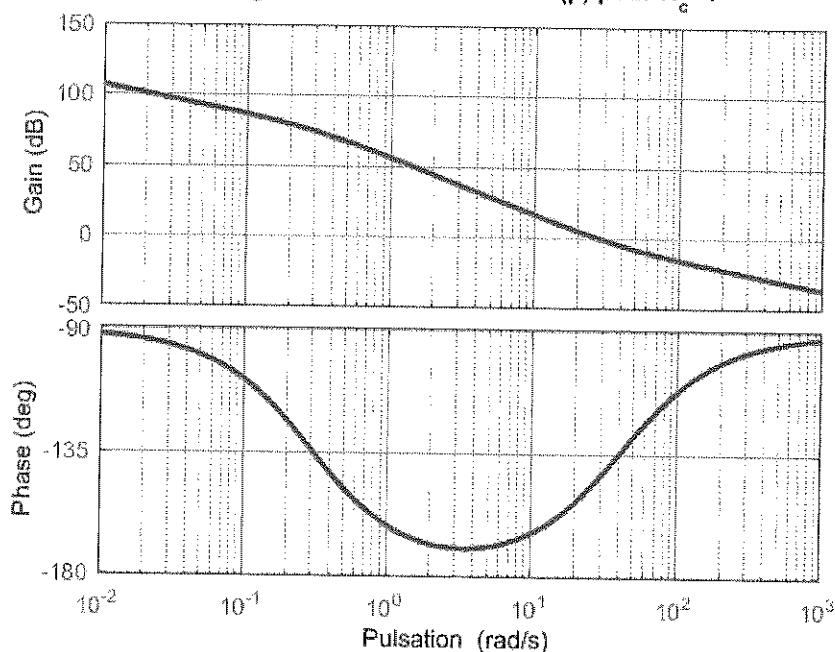


Figure 13 – Diagramme de la $FTBO$ pour $K_C = 1$

Question 39. Pour satisfaire le critère de marge de phase, il faut K_C tel que

A)	B)	C)	D)
$K_C < 0$	$K_C > 1$	$0 < K_C < 1$	$K_C = +\infty$

On suppose pour la suite que les critères associés aux performances de stabilité et de rapidité sont satisfaits.

Question 40. Le cahier des charges est

A)	B)	C)	D)
Satisfait car les erreurs statique et de traînage sont nulles	Non satisfait car les erreurs statique et de traînage sont non nulles	Satisfait car l'erreur statique est nulle et que l'erreur de traînage peut être inférieure à 0,01 rad/s si $K_I > \frac{1.000.f}{k_e}$	Non satisfait car l'erreur statique est nulle et que l'erreur de traînage est infinie

PARTIE D VALIDATION DU DISPOSITIF DE FREINAGE

Durant de nombreuses phases de fonctionnement du robot « Danse avec les robots », certaines articulations doivent être maintenues à l'arrêt (phases d'approche ...). De même, aux moments où les passagers montent et descendent des sièges, le robot doit être immobile, et les actionneurs doivent être maintenus sans mouvement. De nombreuses solutions existent pour maintenir bloquées ces liaisons, parmi lesquelles les freins mécaniques où un disque est maintenu bloqué par le contact d'une ou plusieurs garnitures.

I MODÉLISATION LOCALE DES ACTIONS DE CONTACT

Objectif

Mettre en place la modélisation locale des actions mécaniques de contact entre la garniture et le disque.

La représentation du dispositif de freinage, associé à chaque axe des liaisons pivots de la figure 4, est représenté sur la figure 14.

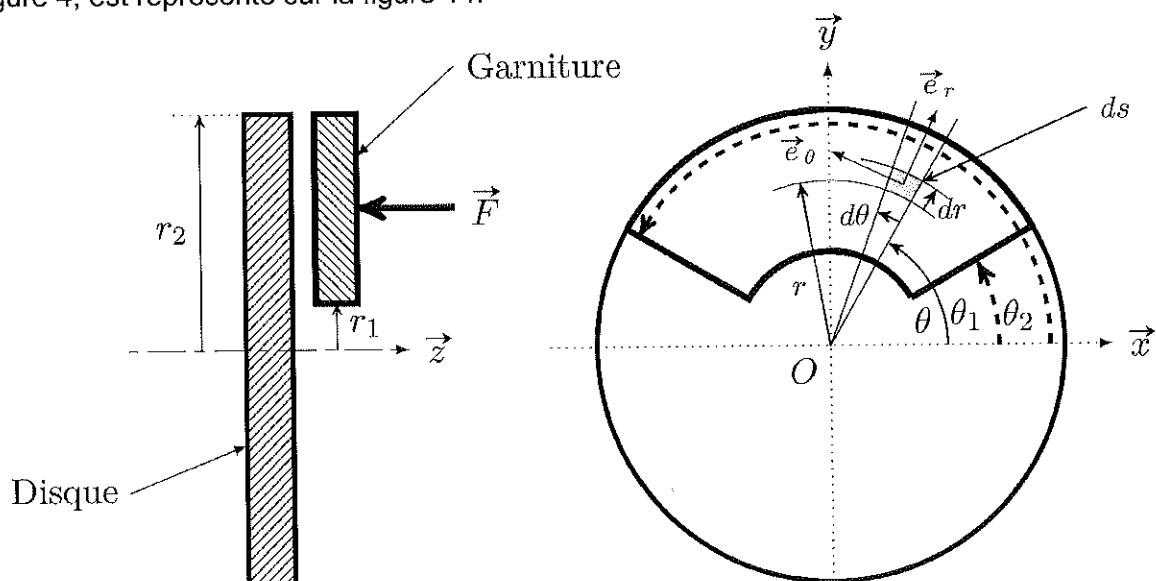


Figure 14 – Modélisation des actions de contact entre la garniture et le disque

On note ds un petit élément de surface de contact entre la garniture et le disque, K un point de cet élément de surface, f le coefficient de frottement statique entre les 2 matériaux du disque et de la garniture, p la pression surfacique, supposée uniforme, résultant de l'effort $\vec{F}$.

On considère que la tendance au mouvement du disque est décrite dans le sens horaire, afin d'obtenir un couple de freinage C_f positif.

Question 41. Déterminer le sens de la résultante de l'action mécanique tangentielle de l'élément de surface ds de la garniture sur le disque au point K .

A)	B)	C)	D)
$\vec{z}$	$-\vec{e}_r$	$\vec{e}_\theta$	$-\vec{e}_\theta$

Question 42. Donner le torseur d'action mécanique local sur l'élément de surface ds de la garniture sur le disque en O , noté $\{dT_{g \rightarrow d}\}_O$.

A)	B)	C)	D)
$\left\{ \begin{array}{l} -p.ds.\vec{z} + f.p.ds.\vec{e}_\theta \\ r.p.ds.\vec{e}_\theta + r.f.p.ds.\vec{z} \end{array} \right\}_O$	$\left\{ \begin{array}{l} p.ds.\vec{z} + f.p.ds.\vec{e}_\theta \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$	$\left\{ \begin{array}{l} p.ds.\vec{z} - f.p.ds.\vec{e}_\theta \\ r.p.ds.\vec{e}_\theta - r.f.p.ds.\vec{z} \end{array} \right\}_O$	$\left\{ \begin{array}{l} p.ds.\vec{z} \\ -r.p.ds.\vec{e}_\theta \end{array} \right\}_O$

II MODÉLISATION GLOBALE

Objectif

Déterminer l'action mécanique globale de contact entre la garniture et le disque.

Question 43. Donner l'expression de C_f , couple de freinage, en fonction de p , f et des caractéristiques dimensionnelles de la garniture.

A)	B)
$p.f.\frac{R_2^2 - R_1^2}{3} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$	$p.f.\frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$
C)	D)
$\frac{p}{f} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{3} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$	$\frac{p}{f} \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \cdot (\theta_2 - \theta_1)$

III VALIDATION DE L'ARCHITECTURE DE COMMANDE DU FREIN

Objectif

Vérifier le choix du frein sur le critère de maintien à l'arrêt.

L'effort presseur $\vec{F}$ est généré par un actionneur électrique du type moteur à courant continu à aimants permanents alimenté par un modulateur d'énergie du type hacheur série. La rotation de l'arbre de l'actionneur est réduite par un transmetteur de rapport k_{red} entraînant en rotation un dispositif vis-écrou de pas p_v . L'écrou tentant de se déplacer exerce alors un effort presseur sur la garniture qui agit alors sur le disque, provoquant ainsi le freinage de l'axe concerné.

Les équations du moteur à courant continu à aimants permanents, sont rappelées ci-dessous dans le domaine temporel.

$$u_a(t) = e(t) + R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}; e(t) = k_m.\omega(t); c_m(t) = k_m.i(t); J.\frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t)$$

où R représente la résistance électrique de l'induit, L l'inductance de l'induit, k_m le coefficient de couplage électromécanique et J le moment d'inertie équivalent à l'ensemble des pièces en mouvement ramené sur l'axe de rotation de l'actionneur. $c_r(t)$ représente l'action mécanique résistance ramenée sur l'axe de rotation de l'actionneur due au contact entre les garnitures et le disque.

Un extrait du cahier des charges fonctionnel à l'exigence de maintien à l'arrêt d'un des axes est fourni dans le tableau 3.

Exigence	Critères	Niveaux
Générer un effort presseur sur les disques pour chaque axe du robot	Stabilité	$D_1^{\%} \leq 40\%$
	Rapidité	$t_{r5\%} \leq 40 \text{ ms}$

Tableau 3 – Exigence relative au dispositif de génération de l'effort presseur

On donne sur la figure 15 le schéma-bloc de simulation acausal de la structure permettant la gestion de l'effort presseur des garnitures sur le disque.

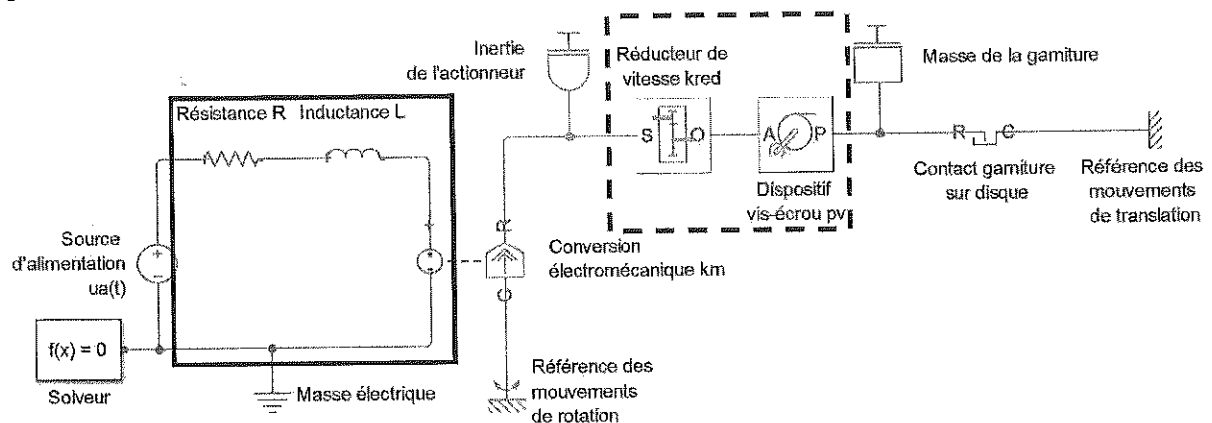


Figure 15 – Schéma-bloc acausal du dispositif de génération de l'effort presseur

Question 44. La zone entourée en trait continu sur la figure 15 correspond

A)	B)	C)	D)
Au modèle complet de l'actionneur	Au circuit magnétique de l'actionneur	Au contact entre la garniture et le disque	Au circuit électrique de l'actionneur

Question 45. La zone entourée en trait discontinu sur la figure 15 correspond

A)	B)	C)	D)
À un capteur de vitesse angulaire	Au contact garniture sur disque	Au dispositif de transmission de mouvement	Au frottement entre la garniture et le disque

On donne sur la figure 16 les résultats de simulation du modèle décrit sur la figure 15.

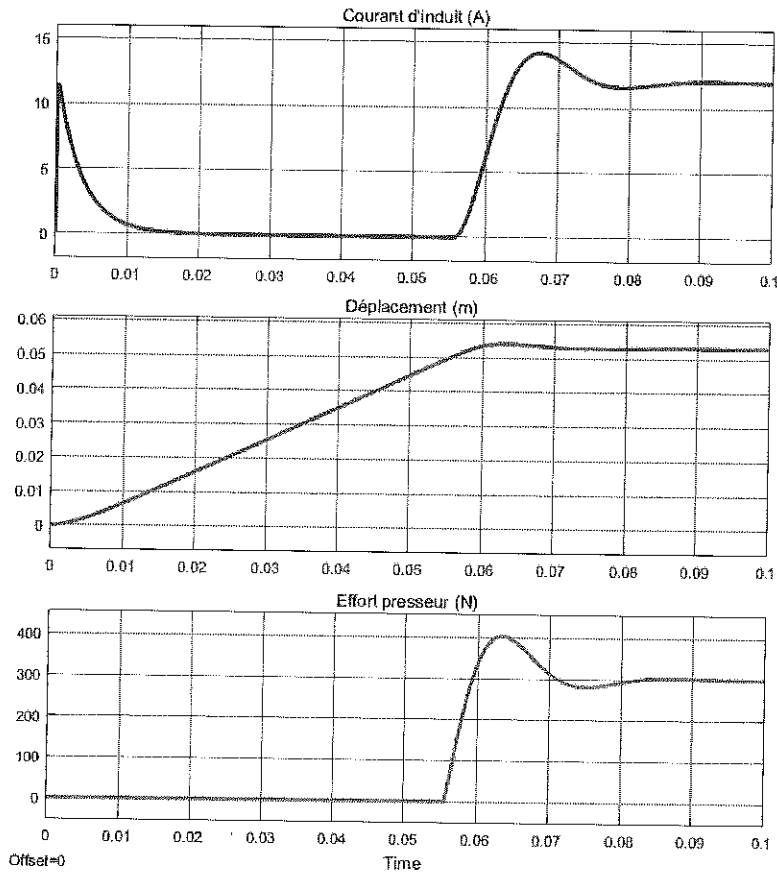


Figure 16 – Résultats de simulation du dispositif de génération de l'effort presseur

Question 46. La constante de temps électrique de l'actionneur est d'environ

A)	B)	C)	D)
20 ms	5 ms	15 ms	10 ms

Question 47. L'intervalle de temps compris entre 0 et 0,57 s correspond à

A)	B)	C)	D)
Un fonctionnement à vide de l'actionneur	Un problème de durée de simulation	Un problème de choix du solveur	Un problème de choix du pas de calcul du solveur

Question 48. À l'instant $t=0,57$ s,

A)	B)	C)	D)
L'actionneur se met en mouvement de rotation et génère l'effort presseur	L'actionneur se met en mouvement mais ne génère pas l'effort presseur	L'actionneur est déjà en rotation et il y a contact entre la garniture et le disque	L'actionneur est déjà en rotation, et il n'y a pas de contact entre la garniture et le disque

Question 49. La grandeur de commande pour régler l'effort presseur est

A)	B)	C)	D)
Le rapport cyclique du modulateur d'énergie	La tension électrique d'alimentation du moteur	Le rapport de réduction du réducteur de vitesse	Le pas du dispositif vis-écrou

Question 50. Le cahier des charges relatif au dispositif de génération de l'effort presseur est

A)	B)	C)	D)
Validé car les 2 critères du cahier des charges sont satisfaits	Non validé car seul le critère de stabilité est satisfait	Non validé car seul le critère de rapidité est satisfait	Non validé car aucun des 2 critères n'est satisfait

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire à option

MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 3



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde
- 1 page d'instructions recto/verso pour remplir le QCM (à lire très attentivement)
- 1 page d'avertissements
- 12 pages de texte recto/verso

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE MATHÉMATIQUES**A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT**

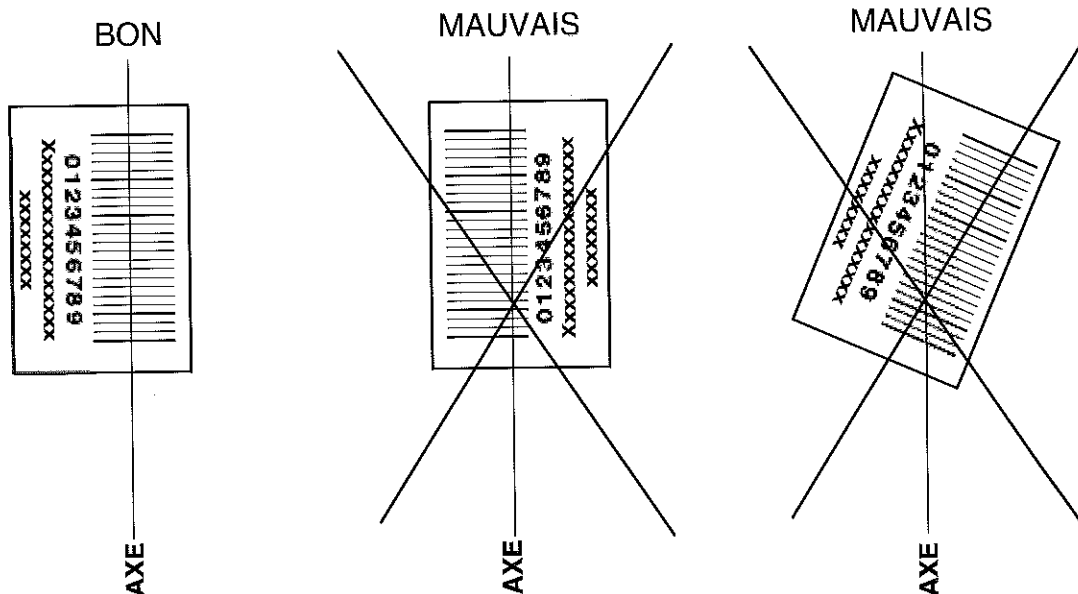
L'épreuve obligatoire à option de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'**étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve obligatoire à option de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires ; certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte, au plus, deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
*vous devez noircir deux des cases A, B, C, D **et deux seulement**.*
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :

A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit $(-1) (-3)$ vaut :

A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :

A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E

AVERTISSEMENTS

Questions liées :

Partie I
1 à 14

Partie II
15 à 26

Partie III
27 à 34

Partie IV
35 à 40

Première partie

1. Pour une matrice A de $M_n(\mathbb{R})$, on note $\chi_A(X) = \det(X.I_n - A)$ son polynôme caractéristique.
- A) Il est nécessaire que χ_A soit scindé pour que A soit diagonalisable.
 - B) Il suffit que χ_A soit scindé pour que A soit diagonalisable.
 - C) Il suffit que χ_A soit scindé à racines simples pour que A soit diagonalisable.
 - D) Il est nécessaire que χ_A soit scindé à racines simples pour que A soit diagonalisable.
2. Pour une matrice A de $M_n(\mathbb{R})$ (carrée à coefficients réels) :
- A) La trace de A est égale à la somme de ses valeurs propres réelles.
 - B) Le déterminant de A est égal au produit de ses valeurs propres réelles.
 - C) La matrice A est toujours diagonalisable dans $M_n(\mathbb{C})$.
 - D) $\chi_A(0) = \det(A)$.

On dira qu'une matrice $A = (a_{ij})$ de $M_n(\mathbb{R})$ est une **matrice à diagonale propre** si ses termes diagonaux sont ses valeurs propres avec le même ordre de multiplicité, c'est à dire si le polynôme caractéristique de A est

$$\chi_A(X) = \prod_{i=1}^n (X - a_{ii}).$$

3. On donne les matrices $A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -3 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ et $A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Parmi ces matrices, sont à diagonale propre les matrices :

- A) A_1 , A_2 et A_3 .
- B) A_1 et A_3 .
- C) A_2 et A_3 .
- D) A_1 et A_2 .

Soit α un réel et la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & \alpha \\ 0 & 2 & -\alpha \\ 1 & 1 & 2-\alpha \end{pmatrix}$.
--

4. $\chi_M(X) = \det(XI_n - M)$, on a :

- A) $\chi_M(X) = (1-X)(2-X)(2-\alpha-X)$.
- B) $\chi_M(X) = (X-1)(X-2)(X-(2-\alpha))$.
- C) $\chi_M(X) = (X-2)(2-\alpha-X)^2$.
- D) $\chi_M(X) = (X-1)(X-3)(X-1-\alpha)$.

5. La matrice M est diagonalisable si et seulement si :

- A) $\alpha \neq 1$.
- B) $\alpha \notin \{0, 1\}$.
- C) $\alpha = 1$.
- D) $\alpha \in \{0, 1\}$.

6. On a :

- A) Pour tout α réel, la matrice M est une matrice à diagonale propre.
- B) La matrice M est une matrice à diagonale propre pour $\alpha \notin \{0, 1\}$.
- C) La matrice M est une matrice à diagonale propre pour $\alpha \in \{0, 1\}$.
- D) La matrice M n'est jamais une matrice à diagonale propre.

7. On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- A) Cette matrice antisymétrique A est une matrice à diagonale propre.
- B) Cette matrice antisymétrique A n'est pas une matrice à diagonale propre.
- C) Cette matrice A n'est pas une matrice antisymétrique.
- D) Cette matrice A est diagonalisable.

8. On notera E_2 l'ensemble des matrices de $M_2(\mathbb{R})$ à diagonale propre.

- A) E_2 est une partie fermée de $M_2(\mathbb{R})$.
- B) E_2 est une partie ouverte de $M_2(\mathbb{R})$.
- C) E_2 est une partie compacte de $M_2(\mathbb{R})$.
- D) E_2 contient les matrices triangulaires de $M_2(\mathbb{R})$.

9. On a:

- A) Toute matrice à diagonale propre est inversible.
- B) Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice à diagonale propre soit inversible est que tous les termes de la diagonale soient non nuls.
- C) Il existe des matrices à diagonale propre inversibles dont l'inverse est encore à diagonale propre.
- D) Il est impossible qu'une matrice inversible A ainsi que la matrice A^{-1} soient toutes les deux à diagonale propre.

10. On a :

- A) Si $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ est une matrice de $M_n(\mathbb{R})$ par blocs (les matrices A, B, C et D étant des matrices carrées), $\det M = (\det A)(\det D) - (\det C)(\det B)$.
- B) Si $M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}$ est une matrice de $M_n(\mathbb{R})$ par blocs (les matrices A, B et D étant des matrices carrées), $\det M = (\det A)(\det D)$.
- C) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ est une matrice à diagonale propre de $M_4(\mathbb{R})$.
- D) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ n'est pas une matrice à diagonale propre de $M_4(\mathbb{R})$.

11. Pour une matrice de $M_n(\mathbb{R})$:

- A) Une matrice trigonalisable est une matrice à diagonale propre.
- B) Une matrice triangulaire est une matrice à diagonale propre.
- C) Une matrice à diagonale propre est trigonalisable.
- D) Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice soit semblable à une matrice à diagonale propre est que cette matrice soit diagonalisable.

12. On a :

- A) Toute matrice de $M_n(\mathbb{R})$ est somme de deux matrices à diagonale propre.
- B) L'ensemble des matrices à diagonale propre de $M_n(\mathbb{R})$ est un espace vectoriel.
- C) Si A est une matrice à diagonale propre, pour tout couple (a, b) de réels, la matrice $aA + bI_n$ est encore une matrice à diagonale propre.
- D) Si A est une matrice à diagonale propre sa transposée n'est pas une matrice à diagonale propre.

13. Soit $A = (a_{ij})$ une matrice de $M_n(\mathbb{R})$.

- A) $\text{trace}(A) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}$.
- B) On suppose que A est symétrique réelle dont les valeurs propres sont notées $\lambda_1, \dots, \lambda_n$. On a : $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2$.
- C) La seule matrice symétrique réelle à diagonale propre est la matrice nulle.
- D) L'ensemble des matrices symétriques réelles à diagonale propre est l'ensemble des matrices diagonales.

14. Soit A une matrice antisymétrique de $M_n(\mathbb{R})$, à diagonale propre.

- A) $A^n = 0$.
- B) A n'est pas diagonalisable.
- C) La seule matrice antisymétrique réelle à diagonale propre est la matrice nulle.
- D) L'ensemble des matrices antisymétriques réelles à diagonale propre est l'ensemble des matrices diagonales.

Deuxième partie

Dans toute cette partie :

$(a_n)_{n \geq n_0}$ est une suite de nombre réels telle que la série entière $\sum a_n x^n$ de la variable réelle x ait pour **rayon de convergence 1**.

On désigne alors par $\sum a_n$ la série de terme général a_n et par f la fonction définie sur l'intervalle $] -1, 1[$ par : $f(x) = \sum_{n=n_0}^{+\infty} a_n x^n$.

On désigne par (P_1) et (P_2) les deux propriétés suivantes possibles de la suite $(a_n)_{n \geq n_0}$:

(P_1) : la série $\sum a_n$ converge.

(P_2) : la fonction f admet une limite finie, notée $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, lorsque x tend vers 1 par valeurs inférieures.

15. On a :

- A) La série $\sum a_n x^n$ converge uniformément sur l'intervalle $] -1, 1[$.
- B) La fonction f est continue sur l'intervalle $] -1, 1[$.
- C) La fonction f est de classe C^∞ sur tout segment inclus dans l'intervalle $] -1, 1[$.
- D) On peut intégrer terme à terme la fonction f sur l'intervalle $] -1, 1[$.

16. Dans cette question uniquement, $n \geq 1$ et $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

- A) La suite $(a_n)_{n \geq 1}$ vérifie (P_1) et (P_2) .
- B) La suite $(a_n)_{n \geq 1}$ vérifie (P_1) et ne vérifie pas (P_2) .
- C) La suite $(a_n)_{n \geq 1}$ ne vérifie pas (P_1) .
- D) $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = -\ln 2$.

17. Dans cette question uniquement $a_n = (-1)^n$

- A) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ ne vérifie ni (P_1) ni (P_2) .
- B) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ ne vérifie pas (P_1) et vérifie (P_2) .
- C) Pour tout réel $x \in] -1, 1[$, $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^n = \frac{1}{1-x}$.
- D) Pour tout réel $x \in] -1, 1[$, $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n x^n = \frac{1}{1+x}$.

18. On a, en général :

- A) La suite $(a_n)_{n \geq n_0}$ vérifie (P_1) ou vérifie (P_2) .
- B) Pour que la suite $(a_n)_{n \geq n_0}$ vérifie (P_2) , il est nécessaire qu'elle vérifie (P_1) .
- C) Pour que la suite $(a_n)_{n \geq n_0}$ vérifie (P_1) , il suffit qu'elle vérifie (P_2) .
- D) Les propriétés (P_1) et (P_2) sont équivalentes.

19. On suppose que $n_0 = 0$ et que la série $\sum a_n$ est absolument convergente.

- A) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ vérifie (P_1) .
- B) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ vérifie (P_2) et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n$.
- C) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ ne vérifie pas (P_2) .
- D) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ vérifie (P_2) et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \sum_{n=0}^{+\infty} a_n$.

20. Dans cette question, $n \geq 2$ et $a_n = \frac{(-1)^n}{n(n-1)}$

- A) Pour tout réel $x \in]-1, 1[$, $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n} = \ln(1+x) - x$.
- B) Pour tout réel $x \in]-1, 1[$, $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n} = \ln(1+x) - x$.
- C) La suite $(a_n)_{n \geq 2}$ vérifie (P_1) et (P_2) .
- D) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(n-1)} = \ln 4$.

21. On a :

- A) $\forall x \in]-1, 1[$, $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1} = \arctan x$.
- B) $\forall x \in]-1, 1[$, $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2n+1} x^{2n+1} = \arctan x$.
- C) $\frac{\pi}{4} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$.
- D) La suite $\left(\frac{(-1)^n}{2n+1} \right)_{n \geq 0}$ ne vérifie pas (P_2) .

22. On suppose que $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$.

- A) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ vérifie (P_1) .
- B) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ vérifie (P_2) .
- C) La série $\sum a_n$ diverge.
- D) La série $\sum a_n$ n'est pas nécessairement divergente.

23. On a :

- A) Le produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes est une série absolument convergente.
- B) Le produit de Cauchy de deux séries convergentes est une série convergente.
- C) Le produit de Cauchy de deux séries n'est pas une série.
- D) Le produit de Cauchy de deux séries non absolument convergentes est une série divergente.

24. On suppose que les suites $(u_n)_{n \geq 0}$, $(v_n)_{n \geq 0}$ et $(w_n)_{n \geq 0}$ vérifient (P_1) et (P_2) .

On pose pour $x \in]-1, 1[$, $U(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n x^n$, $V(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} v_n x^n$ et $W(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} w_n x^n$ avec

$w_n = \sum_{k=0}^n u_k v_{n-k}$ et on admet que $\lim_{x \rightarrow 1^-} U(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} V(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$ et

$\lim_{x \rightarrow 1^-} W(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} w_n$. On a :

- A) $\sum_{n=0}^{+\infty} v_n = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n \sum_{n=0}^{+\infty} w_n$.
- B) $\sum_{n=0}^{+\infty} w_n = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$.
- C) $\prod_{n=0}^{+\infty} w_n = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$.
- D) Pour tout $x \in]-1, 1[$, $U(x)V(x) = W(x)$.

25. On suppose que pour tout entier n : $a_n \geq 0$ et on pose $S_n = \sum_{k=0}^n a_k$ on a :

- A) La suite (S_n) converge.
- B) La suite (S_n) est croissante.
- C) La suite (S_n) est majorée.
- D) Si la série $\sum a_n$ converge, la suite (S_n) est majorée par $\sum_{k=0}^{+\infty} a_k$.

26. On suppose que la suite $(a_n)_{n \geq 0}$ vérifie (P_2) et pour tout entier n : $a_n \geq 0$.

A) $\forall x \in [0, 1[, \sum_{k=0}^n a_k x^k \leq \sum_{k=0}^{+\infty} a_k x^k = f(x)$.

B) $\forall x \in [0, 1], \sum_{k=0}^n a_k x^k \leq \sum_{k=0}^{+\infty} a_k x^k = f(x)$.

C) $\sum_{k=0}^n a_k = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

D) La suite $(a_n)_{n \geq 0}$ vérifie (P_1) .

Troisième partie

27. On pose $I =]0, +\infty[$. On a :

A) Une fonction f est intégrable sur l'intervalle I si et seulement si l'intégrale

$$\int_0^{+\infty} f(t) dt \text{ converge.}$$

B) Si l'intégrale $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ converge alors la fonction f est intégrable sur l'intervalle I .

C) L'intégrale $\int_0^{+\infty} f(t) dt$ converge si et seulement si l'intégrale $\int_0^{+\infty} |f(t)| dt$ converge.

D) L'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{1}{t^2} dt$ converge.

28. Pour tout réel t et tout entier $n \geq 1$, on pose $S_n(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \cos(kt)$.

A) Pour $t = 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$), $S_n(t) = n + 1$.

B) Pour $t \neq 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$), $S_n(t) = \cos\left(\frac{(n+1)t}{2}\right) \frac{\sin \frac{nt}{2}}{\sin \frac{t}{2}}$.

C) Pour $t \neq 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$), $S_n(t) = \frac{\sin\left(\frac{(2n+1)t}{2}\right)}{2 \sin \frac{t}{2}}$.

D) Pour $t \neq 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$), $S_n(t) = \frac{\cos\left(\frac{(2n+1)t}{2}\right)}{2 \sin \frac{t}{2}}$.

29. On pose $I_n = \int_0^\pi \frac{\sin\left((n + \frac{1}{2})t\right)}{2\sin\frac{t}{2}} dt$ et on a :

A) $I_n = \pi$.

B) $I_n = \frac{\pi}{2}$.

C) $I_n = 2\pi$.

D) $I_n = \frac{1+\pi}{2}$.

30. On définit une fonction f sur $[0, \pi]$ par :

$$f(t) = \frac{1}{2\sin\frac{t}{2}} - \frac{1}{t} \quad \text{si } 0 < t \leq \pi \quad \text{et} \quad f(0) = 0.$$

A) Pour $t \in]0, \pi]$, $f(t) = \frac{t - 2\sin\frac{t}{2}}{2t\sin(\frac{t}{2})} = \frac{\frac{t^3}{12} + o(t^3)}{t^2 + o(t^3)} \sim \frac{t}{12}$ (au voisinage de 0)

ainsi, $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = 0 = f(0)$ et f est continue en 0.

B) $\lim_{t \rightarrow 0} f'(t)$ existe et vaut $\frac{1}{24}$.

C) La fonction f n'est pas dérivable en 0.

D) La fonction f est de classe C^1 sur $[0, \pi]$.

31. Soit une fonction f est de classe C^1 sur $[0, \pi]$, on a :

A) $\int_0^\pi f(t) \sin\left((n + \frac{1}{2})t\right) dt = \frac{2}{2n+1} \int_0^\pi f'(t) \cos\left((n + \frac{1}{2})t\right) dt.$

B) $\int_0^\pi f(t) \sin\left((n + \frac{1}{2})t\right) dt = \frac{1}{2n+1} \int_0^\pi f'(t) \cos\left((n + \frac{1}{2})t\right) dt.$

C) $\left| \int_0^\pi f(t) \sin\left((n + \frac{1}{2})t\right) dt \right| \leq \frac{2}{2n+1} \sup_{[0, \pi]} |f'(t)|.$

D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^\pi f(t) \sin\left((n + \frac{1}{2})t\right) dt = 0.$

32. On a :

- A) La fonction $t \mapsto \frac{1 - \cos t}{t^2}$ est intégrable sur l'intervalle $]0, +\infty[$.
- B) Pour $x > 0$ l'égalité suivante : $\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = \frac{1 - \cos x}{x} + \int_0^x \frac{1 - \cos t}{t^2} dt$.
- C) Pour $x > 0$ l'égalité suivante : $\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\cos x}{x} + \int_0^x \frac{1 - \cos t}{t^2} dt$.
- D) La fonction $x \mapsto \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ n'admet pas de limite finie en $+\infty$.

33. Le changement de variable $u = (n + \frac{1}{2})t$ donne

$$\int_0^\pi \frac{\sin\left((n + \frac{1}{2})t\right)}{t} dt = \int_0^{(n+\frac{1}{2})\pi} \frac{\sin u}{u} du \text{ et on arrive à :}$$

- A) $\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$.
- B) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{4}$.
- C) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \pi$.
- D) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt = 2\pi$.

34. On pose pour tout entier naturel n non nul :

$$U_n = \int_\pi^{n\pi} \frac{|\sin t|}{t} dt = \sum_{k=1}^{n-1} \int_{k\pi}^{(k+1)\pi} \frac{|\sin t|}{t} dt.$$

- A) Pour tout entier naturel k , $\int_{k\pi}^{(k+1)\pi} |\sin t| dt = 2$.
- B) Pour tout entier naturel k , $\int_{k\pi}^{(k+1)\pi} |\sin t| dt = \pi$.
- C) Pour tout entier naturel n non nul :

$$U_n \geq \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2}{(k+1)\pi}.$$

- D) La fonction $t \mapsto \frac{\sin t}{t}$ est intégrable sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

Quatrième partie

35. On note G_X la fonction génératrice d'une variable aléatoire X .

On note R le rayon de convergence de la série entière définissant G_X .

- A) $R = 1$.
- B) $R < 1$.
- C) $R > 1$.
- D) $G_X''(0) = 2P(X = 2)$.

Soit X et Y deux variables aléatoires à valeurs dans $\mathbb{N}$.
On suppose que la loi conjointe de X et Y vérifie pour tout couple d'entiers naturels (i, j) : $P(X = i, Y = j) = P[(X = i) \cap (Y = j)] = \frac{\alpha}{i! \cdot j!}$.

36. On a :

- A) $\alpha = 2$.
- B) $\alpha = e^2$.
- C) $\alpha = e^{-2}$.
- D) $\alpha = \frac{2}{e}$.

37. On a :

- A) X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 2$.
- B) X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = e$.
- C) L'espérance de Y est 1.
- D) La variance de $X + Y$ est 2.

38. On a :

- A) $P(X = Y) = e^{-1}$.
- B) $P(X = Y) = e^{-2}$.
- C) $P(X = Y) = 1$.
- D) $P(X = Y) = \frac{e}{8}$.

39. On a :

- A) X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes.
- B) X et Y sont deux variables aléatoires non indépendantes.
- C) La covariance des variables X et Y est nulle.
- D) La covariance des variables X et Y est non nulle.

40. On note G_Z la fonction génératrice de la variable aléatoire $Z = X + Y$.

- A) Pour tout réel t , $G_Z(t) = e^{(t-1)}$.
- B) Pour tout réel t , $G_Z(t) = e^{2(t-1)}$.
- C) Pour tout réel t , $G_Z(t) = G_X(t) + G_Y(t)$.
- D) La fonction G_Z est de classe C^1 sur l'intervalle $]-\infty, +\infty[$.

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire de
MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde
- 1 page d'instructions recto/verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
- 9 pages de texte recto/verso

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

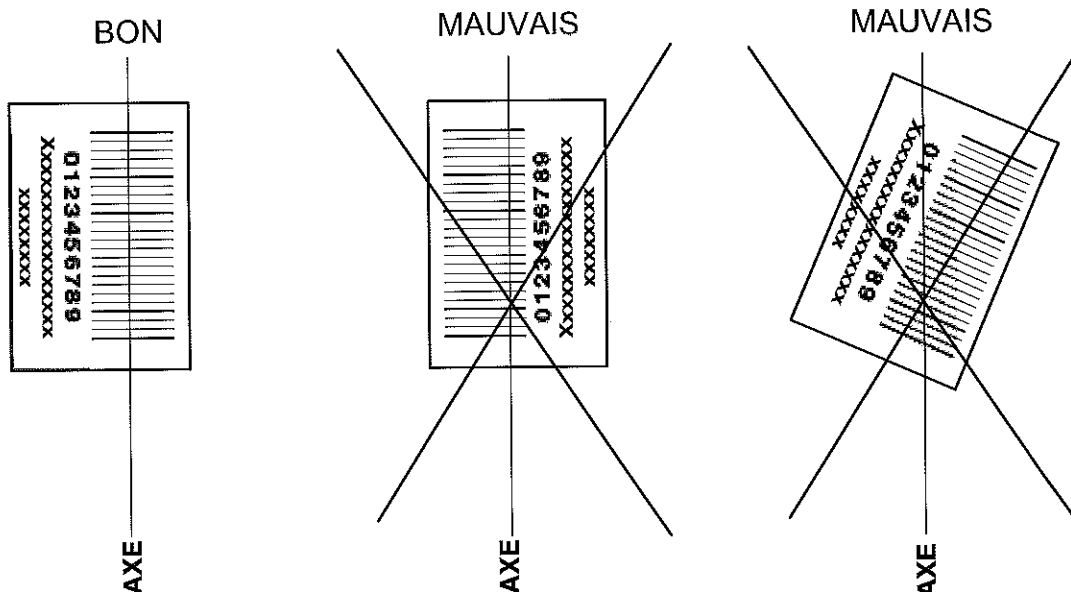
L'épreuve obligatoire de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
*vous devez noircir deux des cases A, B, C, D **et deux seulement**.*
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES :

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :

A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit $(-1)(-3)$ vaut :

A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :

A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E



ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et
Vie des Campus

Toulouse, le 13 avril 2017

DE : My-Ngoc SENGTHAVISOUK	Tél .: +33 (0) 5 62 17 41 83	Fax : +33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

ICNA 2017

ERRATA

**POUR L'ÉPREUVE DE
Mathématiques**

Page 7, question 24, réponse B)

Au lieu de : x (petit x)

Lire : X (grand x)



ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et
Vie des Campus

Toulouse, le 13 avril 2017

DE : My-Ngoc SENGTHAVISOUK	Tél .: +33 (0) 5 62 17 41 83	Fax : +33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

ICNA 2017

ERRATA

**POUR L'ÉPREUVE DE
Mathématiques**

Page 7, question 27

Dans la deuxième ligne de la question 27, il manque **< 1**

Au lieu de : $-1 < X_1 < X_2 < \dots < X_{k-1}$

Lire : $-1 < X_1 < X_2 < \dots < X_{k-1} < 1$

PARTIE 1

Les questions de 1 à 7 sont indépendantes entre elles.

Dans les questions 1,2,3, on considère un dé ayant une forme de tétraèdre régulier bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 4.

Question 1 On lance le dé et on repère le numéro de la face cachée.

- A) L'univers est équiprobable .
- B) L'univers est le dé .
- C) L'univers est $\mathbb{N}^*$.
- D) L'univers est $\{1; 2; 3; 4\}$.

Question 2 Si on lance deux dés alors :

- A) L'univers est l'ensemble $[1; 4]$.
- B) L'univers est l'ensemble $\{1; 2; 3; 4\} \times \{1; 2; 3; 4\}$.
- C) L'univers est l'ensemble $\{1; 2; 3; 4\}$.
- D) L'univers est l'ensemble $[1; 4]^2$.

Question 3 On lance un dé sur une table en verre. On note le numéro indiqué sur la face en contact avec la table. On définit une probabilité p sur l'ensemble des résultats de la façon suivante : $\forall k \in \{1; 2; 3; 4\}$, $p(k)$ est proportionnelle à k .

- A) La probabilité d'obtenir 2 est $1/2$.
- B) La probabilité d'obtenir 4 est $2/5$.
- C) La probabilité d'obtenir 1 est $1/4$.
- D) Les événements "obtenir 2" et " obtenir 4" sont indépendants.

Question 4 Si A et B sont deux événements d'un espace même probabilisé Ω alors :

- A) On a toujours : $p(A \cap B) = p(A)p(B)$.
- B) Il existe un événement A indépendant de lui même.
- C) On a toujours : $p(A \cap \overline{B}) - p(A)p(\overline{B}) = p(\overline{A})p(B) - p(\overline{A} \cap B)$.
- D) Si A et B sont indépendants alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

Question 5 On se place dans $\mathbb{N}^*$. Un nombre est dit symétrique si son écriture décimale présente une symétrie. Ainsi les nombres 1221 et 1423241 sont des nombres symétriques. Cette question ne concerne que les nombres symétriques **ne se terminant pas** par 0.

- A) Il y a 9 nombres symétriques de deux chiffres.
- B) Il y a 9^2 nombres symétriques de quatre chiffres.
- C) Il y a 50 nombres symétriques de cinq chiffres qui sont tous des chiffres pairs.
- D) Il y a 9^3 nombres symétriques de six chiffres.

Question 6 Deux joueurs A et B jouent avec deux dés cubiques bien équilibrés. Ils lancent les dés et s'intéressent à la somme des nombres affichés sur la face supérieure.

A gagnera si la somme est 7 et B si la somme est 6 .

A et B jouent alternativement , B joue le premier. Le jeu s'arrête dès que l'un d'eux gagne.

- A) Les événements " A gagne " et "B gagne" sont équiprobables.
- B) La probabilité que A gagne à son troisième lancer est $(\frac{6}{36})^2(\frac{5}{36})^3$
- C) La probabilité que "A gagne" est $\frac{30}{61}$.
- D) La probabilité que "B gagne" est $\frac{30}{61}$.

Question 7 Une boîte contient n boules numérotées de 1 à n . On tire au hasard une boule. On s'intéresse à la probabilité que le numéro tiré soit divisible par 3 ou 4. Pour tout réel x , on note $[x]$ la partie entière de x .

- A) La probabilité que le numéro tiré soit divisible par 3 est $\frac{1}{3}$.
- B) La probabilité que le numéro tiré soit divisible par 3 est $\frac{[n/3]}{n}$.
- C) La probabilité que le numéro tiré soit divisible par 3 ou par 4 est $\frac{1}{2}$.
- D) La limite quand n tend vers l'infini de la probabilité que le numéro tiré soit divisible par 3 ou par 4 est $\frac{1}{2}$.

La vie de Médor.

Considérons dans $E = \mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ la matrice A qui représente dans la base canonique l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^3$.

$$A = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.05 & 0.05 \\ 0.95 & 0 & 0.05 \\ 0.8 & 0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

- Question 8**
- A) 1 est valeur propre de la matrice A .
 - B) Le polynôme caractéristique de f admet une seule racine réelle.
 - C) Chaque espace propre de A est de dimension 1.
 - D) La suite $(A^n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers une matrice diagonale.

- Question 9**
- A) A est inversible.
 - B) Si A est inversible, alors les valeurs propres de A^{-1} sont les inverses des valeurs propres de A .
 - C) En général, si une matrice B est inversible, alors elle a les mêmes espaces propres et les mêmes valeurs propres que B^{-1} .
 - D) 0 n'est pas valeur propre de A donc A est diagonalisable.

- Question 10**
- A) La matrice A est semblable à une matrice D de la forme $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$, α étant un nombre réel.

- B) Il existe une matrice P inversible telle que : $D = PAP^{-1}$.

- C) Une base de vecteurs propres est : $\left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ -79 \\ -16 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 16 \end{pmatrix} \right\}$.

- D) La somme des termes de chaque ligne valant 1, c'est aussi la somme des valeurs propres.

Question 11 Considérons la matrice $B = 100A$.

- A) A est diagonalisable équivaut à B est diagonalisable.
- B) Si λ est valeur propre de B alors 100λ est valeur propre de A .
- C) Les espaces propres de A sont distincts de ceux de B .

D) Si $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -32 \end{pmatrix}$ est vecteur propre de B , alors $\begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.02 \\ -0.32 \end{pmatrix}$ est vecteur propre de A .

Pour la suite, on considère le comportement du petit chien Médor. Celui-ci a trois activités principales :

Ma : Manger

Pr : Se promener

Do : Dormir

Après avoir observé le comportement du chien, il est possible de synthétiser son comportement de la façon suivante. Chaque activité lui est proposée à intervalles de temps réguliers.

- La probabilité que Médor mange sachant qu'il vient de manger est 0.9.
- La probabilité que Médor mange sachant qu'il vient de se promener est 0.05.
- La probabilité que Médor mange sachant qu'il vient de dormir est 0.05.
- La probabilité que Médor dorme sachant qu'il vient de se promener est 0.
- La probabilité que Médor dorme sachant qu'il vient de dormir est 0.2.
- La probabilité que Médor dorme sachant qu'il vient de manger est 0.8.
- La probabilité que Médor se promène sachant qu'il vient de dormir est 0.05.
- La probabilité que Médor se promène sachant qu'il vient de manger est 0.95.
- La probabilité que Médor se promène sachant qu'il vient de se promener est 0.

On numérote les activités successives dans le temps en commençant à $n = 1$ qui correspond au temps 1. La première activité (temps 1) est : se promener. On définit les événements suivants au temps n , ($n \in \mathbb{N}$) :

$(Ma)_n$ à l'activité n le chien mange.

$(Pr)_n$ à l'activité n le chien se promène.

$(Do)_n$ à l'activité n le chien dort.

On notera X_n le vecteur :
$$X_n = \begin{pmatrix} p((Ma)_n) \\ p((Pr)_n) \\ p((Do)_n) \end{pmatrix}$$

Question 12 A) $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

- B)** $p((Ma)_{n+1}) = 0.9p((Ma)_n) + 0.05p((Pr)_n) + 0.05p((Do)_n).$
C) $p((Ma)_{n+1}) = p((Ma)_n) + p((Pr)_n) + p((Do)_n).$
D) $p((Pr)_{n+1}) = 0.05p((Ma)_n) + 0.95p((Do)_n).$

Question 13 A désignant la matrice précédemment définie.

- A)** $X_2 = A^2 X_1.$
B) $X_n = A^n X_1.$
C) $X_{n+1} = A^n X_1.$
D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot X_n = p((Ma)_n).$

- Question 14 A)** Les trois suites ayant respectivement pour terme général $p((Ma)_n)$; $p((Pr)_n)$; $p((Do)_n)$. convergent vers la même limite.
B) La limite de la suite de terme général $p((Ma)_n)$ dépend du type de la première activité.
C) La limite de la suite de terme général $p((Pr)_n)$ est $\frac{1}{3}.$
D) La limite du vecteur X_n est le vecteur

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & 79 \\ 1 & -16 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & 79 \\ 1 & -16 & 16 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

PARTIE 2

Soit $E = \mathbb{R}^3$ espace euclidien muni du produit scalaire canonique.

On considère l'endomorphisme f de E dont la matrice dans la base canonique (e_1, e_2, e_3) est :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

Question 15 A) $rg(A) < 3$.

B) $rg(A) + \dim \text{Ker} A = 3$.

C) $\det A$ est non nul.

D) Si on nomme C_1, C_2, C_3 les colonnes de la matrice A , alors :
 A est semblable à la matrice B dont les colonnes sont $C_1 - C_2, C_2 - C_3, C_3$.

Question 16 A) Il peut exister une matrice orthogonale Q et une matrice diagonale D à coefficients diagonaux strictement positifs telles que $A = QDQ$.

B) Il existe une matrice inversible P et une matrice diagonale D telles que $A = P^{-1}DP$.
 P étant la matrice de passage de la base canonique à une base de vecteurs propres.

C) Si A' est la matrice de f dans la base $(-e_1; -e_2; -e_3)$ alors $\det A = -\det A'$

D) Si A' est la matrice de f dans la base $(e_1; e_2 + e_1; e_3)$ alors A diagonalisable équivaut à A' diagonalisable.

Question 17 A) $\text{Im} f$ et $\text{Ker} f$ sont supplémentaires.

B) $\text{Im} f$ et $\text{Ker} f$ ne sont pas supplémentaires orthogonaux.

C) L'orthogonal de $\text{Ker} f$ est strictement inclus dans $\text{Im} f$.

D) $\text{Ker} f$ et $\text{Im} f$ sont stables par f .

Question 18 De manière générale :

A) Si une matrice B est diagonalisable alors la matrice $3B$ est diagonalisable et a les mêmes valeurs propres.

B) Si les matrices de $M_3(\mathbb{R})$, B et C sont diagonalisables, alors la matrice $B - C$ est toujours diagonalisable.

C) Si k est une valeur propre de B alors k^n est une valeur propre de B^n

D) Les matrices B et $3B$ ont les mêmes espaces propres.

Question 19 Soit M une matrice de $M_{(n,p)}(\mathbb{R})$ (avec $n > p$) et tM sa transposée.
De manière générale :

A) $M \cdot {}^tM = {}^tM \cdot M$.

B) Si $M \cdot {}^tM$ est inversible alors ${}^tM \cdot M$ est aussi inversible.

C) $M \cdot {}^tM$ est toujours diagonalisable.

D) M , $M \cdot {}^tM$ et ${}^tM \cdot M$ ont le même noyau.

PARTIE 3.

Le but de ce problème est d'étudier quelques propriétés liées à l'intégration ou à la dérivation de la fonction polynômiale : $x \rightarrow (x^2 - 1)^n$.

Propriétés liées à l'intégration

Dans un premier temps, on cherche l'expression générale de l'intégrale : $J_n = \int_{-1}^1 (1 - x^2)^n dx$ avec $n \in \mathbb{N}$.

Question 20 En intégrant $J = \int_{-1}^1 x^2 (1 - x^2)^{n-1} dx$ on obtient :

- A) $J = (2n + 1)J_n$
- B) $J = 2nJ_n$
- C) $J = \frac{1}{2n + 1}J_n$
- D) Pour n non nul, $J = \frac{1}{2n}J_n$

Question 21 En calculant ensuite la différence $J_{n-1} - J_n$ pour n non nul, on obtient la relation de récurrence suivante.

- A) $J_n = \frac{2n - 1}{2n}J_{n-1}$.
- B) $J_n = \frac{2n + 1}{2n - 1}J_{n-1}$.
- C) $J_n = \frac{2n}{2n + 1}J_{n-1}$.
- D) $J_n = \frac{2n}{2n - 1}J_{n-1}$.

Question 22 On obtient pour $I_n = \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^n dx$:

- A) $I_n = (-1)^n 2^{(2n+1)} \frac{(2n+1)!}{(n!)^2}$
- B) $I_n = (-1)^n 2^{(2n)} \frac{(2n+1)!}{(n!)^2}$
- C) $I_n = (-1)^n 2^{(2n+1)} \frac{(n!)^2}{(2n+1)!}$
- D) $I_n = (-1)^n 2^{(2n)} \frac{(2n)!}{((n+1)!)^2}$

Propriétés liées à la dérivation

Question 23 On définit dans $\mathbb{R}[X]$ les polynômes $P_n = (X^2 - 1)^n$ et $L_n = \frac{d^n}{dX^n}(X^2 - 1)^n$. Avec les conventions habituelles, on prendra $L_0 = 1$.
On peut alors dire que :

- A) Le terme dominant de L_n est $\frac{(2n+1)!}{((n+1)!)^2} X^{n+1}$.
- B) L_n est toujours un polynôme pair.
- C) L_n a la même parité que $n + 1$.
- D) L_n a la même parité que n .

Question 24 A partir de la définition de L_n , on peut écrire :

- A) $L_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k(k-1)(k-2)\dots 1} \frac{d^k}{dX^k} (X-1)^n \frac{d^{n-k}}{dX^{n-k}} (X+1)^n$
- B) $L_n = \sum_{k=0}^{k=n} \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k(k-1)(k-2)\dots 1} \frac{d^k}{dX^k} (X-1)^n \frac{d^{n-k}}{dX^{n-k}} (x+1)^n$
- C) $L_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{n(n-1)\dots(n-k)}{k(k-1)(k-2)\dots 1} \frac{d^k}{dX^k} (X-1)^n \frac{d^{n-k}}{dX^{n-k}} (X+1)^n$
- D) $L_n = \sum_{k=0}^{k=n} \frac{n(n-1)\dots(n-k)}{k(k-1)(k-2)\dots 1} \frac{d^k}{dX^k} (X-1)^n \frac{d^{n-k}}{dX^{n-k}} (X+1)^n$

On en déduit alors que pour tout entier naturel n :

- Question 25** A) $L_n(1) = L_n(-1)$
 B) $L_n(1) = 0$
 C) $L_n(1) = n!$
 D) $L_n(1) = 2^n n!$

Question 26 On pose $P_n^{(k)} = \frac{d^k}{dX^k} P_n$. En calculant $P_n^{(1)}$ et $P_n^{(2)}$, on constate que :

- A) $P_n^{(1)}$ et $P_n^{(2)}$ n'ont pas de racines autres que 1 et -1 dans $[-1, 1]$.
 B) $P_n^{(1)}$ a une racine dans $] -1, 1[$ et $P_n^{(2)}$ n'a pas de racines dans $] -1, 1[$.
 C) $P_n^{(2)}$ a une racine double dans $] -1, 1[$.
 D) $P_n^{(2)}$ a deux racines symétriques dans $] -1, 1[$.

Question 27 On suppose que pour $k > 2$, $P_n^{(k-1)}$ admet $k-1$ racines X_i telles que :

$$-1 < X_1 < X_2 < \dots < X_{k-1}$$

- A) L'hypothèse est impossible car les seules racines de $P_n^{(k-1)}$ sont 1 et -1 .
 B) On peut appliquer le théorème de Rolle et on constate que $P_n^{(k)}$ s'annule alors $k+1$ fois dans $[-1, 1]$
 C) On peut appliquer le théorème de Rolle et on constate que $P_n^{(k)}$ s'annule alors $k-1$ fois dans $] -1, 1[$
 D) On peut appliquer le théorème de Rolle et on constate que $P_n^{(k)}$ s'annule alors k fois dans $] -1, 1[$

Question 28 On peut donc en déduire que :

- A) Pour tout n , $L_n(1) = L_n(-1)$.
 B) L_n est scindé sur $\mathbb{R}$ et que ses racines sont simples toutes dans $] -1, 1[$.
 C) Si n est impair, alors les racines de L_n sont symétriques.
 D) Si n est pair, alors L_n admet 0 comme racine.

Question 29 En calculant $P_{n+1}^{(1)}$ et $P_{n+1}^{(2)}$, pour n non nul, on obtient la relation :

- A) $P_{n+1}^{(2)} = 2(2n+1)^2 P_n + 4n(n+1)P_{n-1}$.
 B) $P_{n+1}^{(2)} = (n+1)^2 P_{n-1} + 4n(n+1)P_n$.
 C) $P_{n+1}^{(2)} = 2(2n+1)(n+1)P_n + 4n(n+1)P_{n-1}$.
 D) $P_{n+1}^{(2)} = (2n-1)(n+1)P_n - 4n(n+1)P_{n-1}$.

Question 30 En dérivant n fois $P_{n+1}^{(1)}$, on obtient pour n non nul :

- A) $L_{n+1} = 2(n+1)XL_n + 2(n+1)X^2P_n^{(n-1)}$.
 B) $L_{n+1} = 2(n+1)XL_n + 2(n+1)(n-1)^2P_n^{(n-1)}$.
 C) $L_{n+1} = 2(n+1)XL_n + 2n(n+1)P_n^{(n-1)}$.
 D) $L_{n+1} = 2(n+1)XL_n + 2(n-1)(n+1)P_n^{(n-1)}$.

Question 31 En dérivant $n - 1$ fois l'expression de $P_{n+1}^{(2)}$ obtenue précédemment, on obtient pour $n \in \mathbb{N}^*$:

- A) $L_{n+1} = 2(2n+1)^2 P_n^{(n-1)} + 4n(n+1)L_{n-1}$.
- B) $L_{n+1} = (n+1)^2 P_{n-1}^{(n-1)} + 4n(n+1)L_n$.
- C) $L_{n+1} = 2(n+1)(2n+1)P_n^{(n-1)} + 4n(n+1)L_{n-1}$.
- D) $L_{n+1} = (n+1)(2n-1)P_n^{(n-1)} - 4n(n+1)L_{n-1}$.

Question 32 On obtient finalement pour $n \in \mathbb{N}^*$ la relation permettant d'exprimer L_{n+1} en fonction de L_n et de L_{n-1} .

- A) $L_{n+1} = 2(n+1)XL_n - 4(n-1)^2 L_{n-1}$.
- B) $L_{n+1} = 2(n+1)XL_n - 4n^2 L_{n-1}$.
- C) $L_{n+1} = 2(n+1)XL_n + 4n^2 L_{n-1}$.
- D) $L_{n+1} = 2(n+1)XL_n + 4(n-1)^2 L_{n-1}$.

Question 33 La relation exprimant L_{n+1} en fonction de L_n et de L_{n-1} permet ainsi de calculer les différents polynômes L_n . Ainsi on obtient pour L_4 l'expression suivante.

- A) $L_4 = 35(48X^4 - 30X^2 + 3)$.
- B) $L_4 = 42(40X^4 - 30X^2 + 3)$.
- C) $L_4 = 48(35X^4 - 30X^2 + 3)$.
- D) $L_4 = 40(42X^4 - 30X^2 + 3)$.

Si P et Q sont deux polynômes de $\mathbb{R}[X]$ on associe à $\mathbb{R}[X]$ le produit scalaire

$$\langle P|Q \rangle = \int_{-1}^1 P(X)Q(X)dX$$

Question 34 En procédant à des intégrations par parties successives on montre que pour $m < n$:

- A) $\langle L_n | X^m \rangle = (-1)^{k+1} m(m-1) \dots (m-k) \int_{-1}^1 \frac{d^{n-k}}{dX^{n-k}} (X^2 - 1)^n X^{m-k} dX$.
- B) $\langle L_n | X^m \rangle = (-1)^k m(m-1) \dots (m-k) \int_{-1}^1 \frac{d^{n-k}}{dX^{n-k}} (X^2 - 1)^n X^{m-k} dX$.
- C) $\langle L_n | X^m \rangle = (-1)^m m! \int_{-1}^1 \frac{d^{n-m+1}}{dX^{n-m+1}} (X^2 - 1)^n X dX$.
- D) $\langle L_n | X^m \rangle = (-1)^{m-1} m! \int_{-1}^1 \frac{d^{n-m+1}}{dX^{n-m+1}} (X^2 - 1)^n X dX$.

Question 35 On en déduit que pour $m < n$:

- A) $\langle L_n | X^m \rangle = (-1)^m m!$
- B) $\langle L_n | X^m \rangle = (-1)^{m-1} (m-1)!$
- C) $\langle L_n | X^m \rangle = (n-m)!$
- D) $\langle L_n | X^m \rangle = 0$

Question 36 On peut en déduire alors si m est différent de n :

- A) $\langle L_n | L_m \rangle = (-1)^{m+n} (m+n)!$
- B) $\langle L_n | L_m \rangle = (-1)^{m-1} (m-1)!$
- C) Si $n > m$ alors $\langle L_n | L_m \rangle = (-1)^{n-m} (n-m)!$
- D) $\langle L_n | L_m \rangle = 0$

On se propose de calculer $\|L_n\|$ à partir du calcul de $J = \|L_n\|^2$.

Question 37 En intégrant n fois par parties l'intégrale J , on obtient :

- A) $J = \int_{-1}^1 (X^2 - 1)^n \frac{d^{2n+1}}{dX^{2n+1}} (X^2 - 1)^n dX$
- B) $J = (-1)^n \int_{-1}^1 (X^2 - 1)^n \frac{d^{2n+1}}{dX^{2n+1}} (X^2 - 1)^n dX$
- C) $J = (-1)^n \int_{-1}^1 (X^2 - 1)^n \frac{d^{2n}}{dX^{2n}} (X^2 - 1)^n dX$
- D) $J = \int_{-1}^1 (X^2 - 1)^n \frac{d^{2n+1}}{dX^{2n+1}} (X^2 - 1)^n dX$

Question 38 On obtient alors comme expression de $\|L_n\|^2$:

- A) $\|L_n\|^2 = \frac{2^{2n}(n!)^2}{2n+1}$
- B) $\|L_n\|^2 = \frac{2^{2n+1}(n!)^2}{2n+1}$
- C) $\|L_n\|^2 = \frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n+1)!}$
- D) $\|L_n\|^2 = 1$

Question 39 On se place maintenant dans $\mathbb{R}_3[X]$ et on considère la famille constituée par les polynômes L_0, L_1, L_2, L_3 et on cherche à exprimer un polynôme de $\mathbb{R}_3[X]$ sous la forme :

$$\alpha L_0 + \beta L_1 + \gamma L_2 + \delta L_3$$

- A) La décomposition n'est pas unique.
- B) La décomposition est unique car la famille est orthogonale.
- C) La décomposition est unique si on impose $\alpha + \beta + \gamma + \delta = (-1)^3$
- D) La décomposition est unique si on impose $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 0$

Question 40 Soit le polynôme $Q = X^3 - 1$ on peut écrire Q sous la forme :

- A) $Q = \frac{1}{2}L_0 + \frac{3}{2}L_1 - \frac{3}{2}L_2 + \frac{1}{2}L_3.$
- B) $Q = \frac{1}{2}L_0 + \frac{3}{2}L_1 - \frac{3}{2}L_2 - \frac{1}{2}L_3.$
- C) $Q = L_0 + \frac{3}{2}L_1 + \frac{3}{2}L_2 + 2L_3.$
- D) $Q = -L_0 + \frac{3}{10}L_1 + \frac{1}{120}L_3.$

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



***Épreuve obligatoire
d'ANGLAIS***

Durée : 2 heures

Coefficient : 3



Cette épreuve comporte :

1 page de garde

1 page d'instructions pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)

13 pages de texte et questions recto/verso

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire d'anglais de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

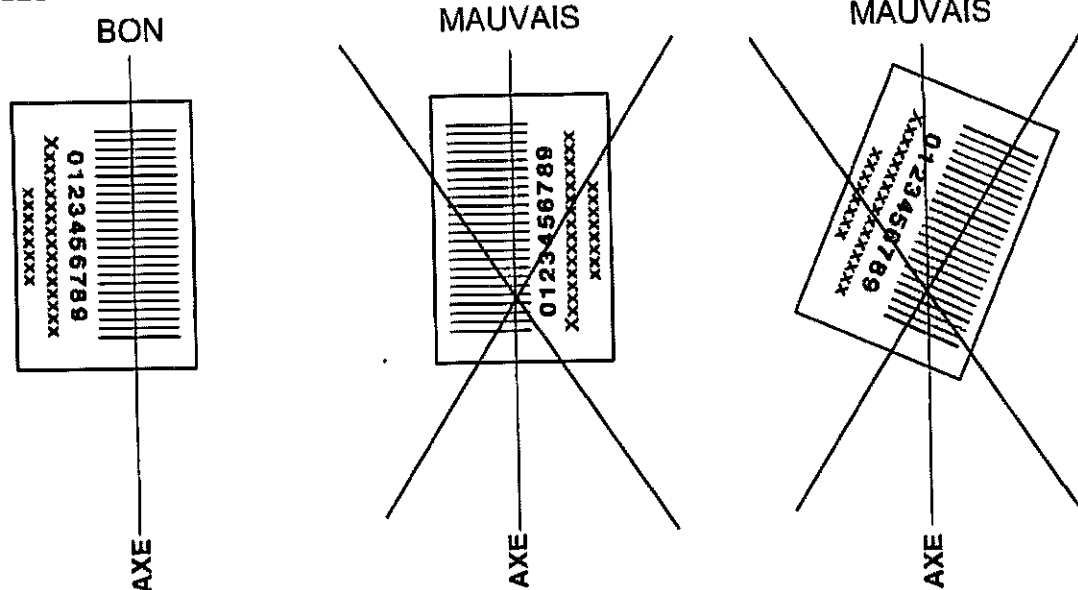
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve obligatoire d'anglais ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous sont fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 81 à 100. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

CHACQUE QUESTION NE COMPORTE QU'1 SEULE BONNE REPONSE.

Ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes des mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses.

1) The tourism infrastructure at the ancient Inca citadel of Machu Picchu is to get an in an effort to deal with overcrowding.

- A) overhaul B) estimate C) inkling D) insurance E) uprising

2) The most intricate of Morocco's medinas is a medieval tangle of alleyways, squares and souks you will absolutely get lost in – but that's the point.

- A) hidden B) all C) so D) close E) warm

3) There's a lot of chatter about writers and their terror of the blank page, but for many of us the real enemy is too much clutter.

- A) happy B) roaming C) double D) idle E) ready

4) The operation will have its headquarters in Rome and be by an Italian rear admiral, Enrico Credendino, with an initial year-long mandate.

- A) jumped B) hopped C) skipped D) walk E) run

5) The traditional farmhouse was recently renovated and reroofed.

- A) upstairs B) two-layered C) double-layered D) two floored E) two-storeyed

6) Aim to eat at two pieces of fruit and three vegetables a day to get a complete complement of vitamins and minerals for immune health.

- A) once B) least C) all D) seldom E) length

7) As we enter the run-up to the State exams, the pressure really on young people.

- A) ascends B) climbs C) mounts D) soars E) folds

8) Years of gang violence and drug wars have earned this Central American state the title of dangerous country in the world, outside of a conflict zone.

- A) most B) top C) highest D) more E) higher

9) Ryanair's recently-found to improving customer relations has seen the airline come out as Europe's best in a recent survey of fastest Twitter responders.

- A) gain B) commitment C) engagement D) tackle E) marriage

10) Ministers want to seize smugglers and destroy their boats off the Libyan coast to combat the rising number of migrants war and poverty in north Africa

- A) fleeing B) to flee C) have fled D) flying E) flown

- 11) "Swim Ireland" has produced a guide with advice on getting back into the pool, including swimming and what you need to bring to training sessions.
- A) tops B) trickles C) tickles D) tricks E) tips
- 12) What we eat can support the immune system and help to ensure it's in good order, particularly when we are stressed or have a severe work or training schedule.
- A) working B) playing C) moving D) breaking E) driving
- 13) Marrakech's huge medina empties out onto the broad expanse of the Djemaa el-Fna, which really comes alive as the sun goes
- A) down B) away C) out D) up E) behind
- 14) Xi'an's terracotta warriors are to get new additions to their ranks as archaeologists have begun to excavate up to 1,500 more statues.
- A) fix B) pull C) set D) draw E) wait
- 15) An intelligence-gathering operation will the mission's first phase, with the UK expected to offer drones and surveillance equipment.
- A) hype B) herald C) salute D) hallow E) hark
- 16) Property prices again last month despite the introduction of new lending restrictions aimed at cooling the market.
- A) have risen B) risen C) rise D) have rose E) raised
- 17) The museum has, for example, a ominous looking iron lung, as well as a metallic scuba diving kit, dentists' chairs and prosthetic limbs.
- A) such B) rather C) so D) right E) left
- 18) After clambering down a, crumbling path, visitors encounter a smooth beach, a vista of the Pacific Ocean and waves breaking against the point, with just a handful of surfers out in the foam.
- A) stoop B) stiff C) stilted D) stinted E) steep
- 19) At present, smugglers' vessels are often leased from local fishermen on a trip-by-trip basis by a variety of low-level criminals.
- A) low B) high C) broader D) narrow E) wide
- 20) More than 240,000 people have been killed in Syria since the conflict in 2011.
- A) has begun B) had begun C) will begin D) began E) beginning

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur a grille des réponses.

Mondrian painting sells for record \$50.6m

An oil painting by Dutch artist Piet Mondrian has sold at a New York (21) _____ for \$50.6m - a record for the artist's work.

The 1929 piece titled "Composition No III, with Red, Blue, Yellow and Black", (22) _____ the geometric style for which the artist became renowned.

The sale price, which includes a 12% buyer's premium, was more than twice its (23) _____ of \$15m-\$25m. Mondrian's previous sale record was \$27.6m.

This event capped two weeks of sales that have (24) _____ record sums of money at both Christie's and Sotheby's houses.

Christie's (25) _____ took more than \$1.3bn (£826m) during the course of its Monday and Wednesday sales this week.

- | | | | | | |
|-----|------------|-------------|--------------|-------------|---------------|
| 21. | A) sales | B) auction | C) tenement | D) storey | E) floor |
| 22. | A) gives | B) features | C) holds | D) portrays | E) paints |
| 23. | A) bill | B) wage | C) salary | D) tag | E) estimate |
| 24. | A) hung up | B) took up | C) caught up | D) sold out | E) brought in |
| 25. | A) alone | B) only | C) solely | D) lonely | E) themselves |

World's most powerful selfie? Indian and Chinese leaders pose for photo

Barack Obama and David Cameron did one with the Danish prime minister, Helle Thorning-Schmidt. Ellen DeGeneres did one with Brad Pitt, Julia Roberts and a (26) _____ of other stars at the Oscars. Now the Chinese premier and Indian prime minister have become the latest public figures to advertise their friendship in a selfie.

In a rare show of everyman charm from one of China's most elite politicians, Li Keqiang appeared in a (27) _____ photograph with Narendra Modi on Friday.

Modi, who is visiting China this week to boost economic (28) _____ and discuss a persistent border dispute, is known for being at ease with social media, and has a large following on Twitter.

However, such spontaneous online (29) _____ are rare for Chinese leaders, where discussion of politicians' personal lives is taboo and details such as their birth dates are considered a state secret.

The selfie, which shows the pair at a historical site smiling shoulder to shoulder, with Li (30) _____ slightly in the sunlight, was posted on Modi's account on Weibo, the Chinese microblogging site. He spent the day in talks with Li during his three-day trip and is set to travel to Shanghai on Saturday.

- | | | | | | |
|-----|---------------|--------------|--------------|--------------|------------------|
| 26. | A) audience | B) selection | C) group | D) host | E) collection of |
| 27. | A) scattering | B) sparkling | C) shining | D) grinning | E) tinkling |
| 28. | A) shirts | B) ties | C) collars | D) uniforms | E) buttons |
| 29. | A) shows | B) displays | C) hits | D) swings | E) performance |
| 30. | A) squinting | B) wiggling | C) squirming | D) twitching | E) tweaking |

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes des mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses.

31) There was no strategic plan in place to identify and the needs of this particularly vulnerable group of children and families," she said

- A) meet B) encounter C) triple D) smuggle E) affront

32) Most journeys from international airports to the capital are a sorry slog suburbs and traffic.

- A) in B) through C) over D) under E) within

33) His image is ubiquitous in the desert nation, with huge portraits billboards and buildings across the country.

- A) adoring B) adorning C) painting D) drawing E) sketching

34) The prime minister has higher taxes on banks and large supermarket chains, which are mainly foreign-owned.

- A) called on B) called around C) called in D) called up E) called for

35) The Cannes film festival's jury announced their awards French film 'Dheepan' picking up the Palme D'Or.

- A) in B) as C) with D) of E) by

36) The parliament building is so modest it could be for a private house were it not for the formal stone carving on the roof and a particularly large flagpole.

- A) took in B) taken in C) took back D) taken aback E) mistaken

37) Turkmenistan's equestrian-mad leader has been honoured with a huge monument in the capital city, featuring his likeness a golden horse.

- A) over B) mounted C) atop D) saddled E) strapped

38) The death is worse than that of the severe heatwave in 2010, which started much earlier, registered the highest temperatures for decades and lasted for months.

- A) digit B) mark C) number D) call E) toll

39) It that we are on the precipice either of an unrealistic digital Hogwarts or a dystopia of surveillance and exploitation.

- A) looks B) seems C) sings D) feels E) counts

- 40) In Delhi, where temperatures were four degrees higher than the seasonal average, many sanctuary in the air-conditioned metro.
- A) brought B) bought C) held D) made E) sought
- 41) It's a country that fascinates and stirs so many people who have never been there; a place of the imagination in the way that our own country also is for so
- A) many B) much C) most D) the most E) more
- 42) EU moves to regulate hormone-damaging chemicals linked to cancer and male infertility were following pressure from US trade officials.
- A) shopped B) homed C) ironed D) shelved E) washed
- 43) There are concerns that these devices have negative impacts on children's attention and social development, as well as their physical health.
- A) hours B) watch C) times D) focus E) spans
- 44) There can be no more surreal way to arrive in a country than to almost immediately immerse in opaque turquoise waters surrounded by moss-covered lava fields.
- A) you B) yourself C) yourselves D) one E) themselves
- 45) The result of Sunday's vote will send a stark message to the government, who faces a tight re-election battle against the conservative opposition this year.
- A) soon B) late C) later D) sooner E) latest
- 46) Steiner Waldorf schools, which exclude screen time before the age of 12 in favour of physical activity, are popular with Silicon Valley executives.
- A) slight B) almost C) particularly D) slightest E) little
- 47) Shopping malls in Texas, which are air-conditioned and often have their own generators to keep customers cool during frequent heat-waves, recorded a in visitors
- A) surge B) plunge C) hump D) fold E) valve
- 48) Over one billion people in Asia depend on rivers fed by glaciers for their food and
- A) likelihood B) livelihoods C) vicinities D) neighbourhoods E) livings
- 49) A mechanised shovel driver his vehicle toward the vast wall of an open coal mine.
- A) stabbed B) stapled C) straddled D) stowed E) steered
- 50) The prime minister's election placard promising 'a home of your own' is on the verge of becoming an promise.
- A) open B) empty C) ugly D) indecent E) awful

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur a grille des réponses.

I'm going vegetarian 3 times a week says Jamie Oliver

Jamie Oliver is encouraging people to (51) meat for a vegetarian or vegan lifestyle several days a week at the same time as he is planning to launch a vegetarian cookbook.

Some of his most popular (52)..... include those for steak, burgers and southern fried chicken.

But now Jamie Oliver is encouraging people to swap meat for a vegetarian or vegan lifestyle several days a week.

The celebrity chef said the diet will save people 'a load of money' and revealed he personally tries to be vegetarian two or three times a week.

He described the experience as 'an absolute joy' and encouraged others to enjoy 'more plant-based delights' because it is 'beneficial for the environment and your (53).....'

When (54) meat, the chef said he chooses wild or organic varieties, even if it means plumping for cheaper (55).....

Oliver also revealed he (56)a vegetarian cookbook but is struggling to get Channel 4 to make a programme because producers are 'not yet convinced the general public want to see it'.

The 39-year-old said yesterday: 'Vegetarian and well managed vegan diets are looking very good at the moment in general health (57).....

He wrote about the topic during a discussion on parenting website Mumsnet. The father-of-four was promoting his upcoming Food Revolution Day, which is part of a global campaign to put compulsory food education (58) school curriculums.

'As far as meat is concerned, many parts of the world which have areas of very long life (59)..... do eat lots of vegetables but they do also eat meat too,' he continued. 'So we shouldn't scaremonger - if you can be vegetarian - do the best you can. If you love meat go for higher quality and in moderation'.

'On a personal note, going for wild meats or organic meats or even cheaper pieces of organic meats which are more affordable but free range and grass (60) are always optimal for me. 'The reality is that your great-grandmother would never have consumed the volume of meat that we easily do breakfast, lunch and dinner 6-7 days a week'.

51. A) shore B) throw C) store D) ditch E) haul
52. A) dish B) plates C) courses D) recipes E) food
53. A) money B) salary C) wages D) handbag E) wallet
54. A) eaten B) eat C) to eat D) eating E) have eaten
55. A) cuts B) bones C) grizzle D) marrow E) plates
56. A) will write B) writes C) has written D) would write E) had written
57. A) times B) terms C) trimesters D) semesters E) laps
58. A) on B) near C) by D) to E) of
59. A) length B) expiration C) lived D) time E) expectancy
60. A) bred B) fed C) nourish D) given E) offered

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur a grille des réponses.

Johnny Depp's pet Yorkshire terriers have jetted out of Australia, just ahead of their deadline to be put down.

The pets, Pistol and Boo, unwittingly caused an international incident when Depp failed to declare them at Australian (61)..... and allegedly brought them into the country without following the (62)..... biosecurity processes.

Australia's agriculture minister Barnaby Joyce, who threatened the terriers would be (63)....., tweeted on Friday: "Dogs gone."

Pistol and Boo left Queensland on a flight to the US, Joyce said in a statement. Depp and his wife Amber Heard reportedly stayed behind after putting the terriers on a private jet at Brisbane airport.

The couple has been staying at a mansion in Coomera, Queensland while Depp has been shooting the latest instalment of the Pirates of the Caribbean franchise.

On Thursday morning Joyce gave Depp 50 hours to return the dogs to the United States or face (64) them killed. That deadline, in what was dubbed the "war on terriers", was due to expire on Saturday morning, Australian eastern standard time.

A statement from Joyce said: "Two dogs that were brought into Australia without meeting our import requirements have now been exported back to their country of origin. A Department of Agriculture officer has escorted the two dogs from the property in Queensland, where they had been held under quarantine order, to the airport for their flight home. The department (65)..... the necessary export documentation and correspondence to the relevant veterinary authority to facilitate the repatriation of the dogs. All costs associated with returning the dogs were (66)by the owners."

Apparently without irony, Joyce's statement added: (67) "..... the hype and sensation surrounding the dogs' owners, Australia has strict biosecurity requirements for good reasons – to protect Australia from exotic pests and diseases that can seriously harm humans, animals and our economy."

Depp and Heard are expected to be (68) for breach of quarantine regulations. Neither has addressed the media, nor sent representatives to do so on their behalf, since news of the breach became public on Thursday.

Joyce's statement went on: "This situation has highlighted that most Australians understand the importance of biosecurity and that all animals entering Australia must have an import permit, which is only issued after confirmation that pre-export requirements have been met.

"Dogs imported to Australia must be accompanied by a valid import permit, and have (69) relevant testing and health checks signed off by a government veterinarian from the exporting country to ensure pests and diseases from overseas are not brought here.

"Dogs can potentially (70) a range of diseases including rabies, ehrlichia, leishmania and leptospirosis. These diseases are not present in Australia and some can seriously affect people.

61. A) customers B) custom C) customer D) customs E) custodian
62. A) proper B) clean C) own D) corrective E) considered
63. A) put down B) put on C) put out D) put up E) put away
64. A) have B) to have C) having D) will have E) had
65. A) reviewed B) revealed C) issued D) itemised E) revoked
66. A) read B) taken C) sought D) met E) spent
67. A) in case of B) despite C) because of D) in spite of E) in view of
68. A) fined B) paid C) cost D) summoned E) tackled
69. A) carried B) undergone C) sat D) experimented E) treated
70. A) bear B) show C) handle D) hold E) carry

Barcelona's anti-poverty crusader leads race to be city's next mayor

Ada Colau's may be Spain's brightest hope for (71) inequality and corruption.

As one of the founders of the Mortgage Victims' Platform, Ada Colau has spent the past six years battling the most visible (72) of Spain's economic crisis, from growing inequality to home evictions. Now the 41-year-old activist could become Barcelona's next mayor.

Polls have put Colau, in the top spot in the run-up to Spain's regional and municipal elections. A grassroots coalition of several political parties, including Podemos, and thousands of citizens and activists, Barcelona en Comú has become the brightest hope for the many in Spain pushing for democratic regeneration.

Crowdfunded and guided by a code of ethics composed by its members, the group promises to focus on job creation, combat growing inequality in the city and (73) in a culture of transparency and anti-corruption measures in the city's institutions. "We want to show that you can do politics another way," Colau told the Guardian. "It's a historic opportunity."

If they (74), the group's members have prepared a to-do list for its first months in power – what Colau calls "commonsense measures" – ranging from limiting her monthly salary to €2,200, to eliminating official cars and expense budgets for attending meetings.

The (75)..... issue of tourism will also be tackled, with an effort to design a more sustainable model for the city. "Tourism is out of control," said Colau, pointing to areas (76) as the historical centre that have become saturated with hotels and tourist apartments.

Rents have (77) as a result and neighbourhoods and small businesses have been pushed out of the area. "Everyone wants to see the real city, but if the centre fills up with multinationals and big stores that you can find in any other city, it doesn't work," she said.

Colau's voice rises with excitement as she muses about the possibility (78) elected on 24 May. "What most excites us is the idea that Barcelona (79)..... become a world reference as a democratic and socially just city. Barcelona has the resources, the money and the skills. The only thing that has been missing to date has been the political (80)

71. A) overcoming B) gathering C) digging D) ploughing E) draining
72. A) howls B) sounds C) cries D) tears E) scars
73. A) share B) usher C) blusher D) drive E) walk
74. A) are winning B) win C) will win D) to win E) have won
75. A) green B) grassy C) leafy D) thorny E) natural
76. A) where B) so C) example D) like E) such
77. A) up B) rocketed C) increase D) flown E) motored
78. A) of being B) being C) to be D) be E) to being
79. A) going B) should C) won't D) had E) could
80. A) volunteer B) charity C) benefit D) will E) gain

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve facultative
d'ALLEMAND

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :

1 page de garde
1 page de texte et questions

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

Studenten: gerne nach Deutschland

1. Nach einer repräsentativen Studie, die der Deutsche Akademische Austauschdienst (DAAD) veröffentlichte, gab es 2015 circa 300.000 ausländische Studierende im Bundesland. 11.000 von ihnen wurden gefragt, wie gut sie sich in Deutschland aufgenommen fühlen, weshalb sie sich für eine Hochschule in der Bundesrepublik entschieden haben und was sie für ihre Zukunft planen.
2. Tatsache ist, dass ist Deutschland im Laufe der Jahre zum zweitbeliebtesten Studienland nach den USA geworden ist (vor Kanada und Australien). 2020 rechnet die Bundesregierung sogar mit 350.000 internationalen Studierenden, wenn nicht noch mehr. Die erwartete Zahl könnte weit überholt werden.
3. Für 89% der Studenten ist die hohe Qualität von Bildung und Forschung ausschlaggebend bei ihrer Wahl. Sie wollen mit dem Studium in Deutschland insbesondere ihre Kenntnisse erweitern und ihre Chancen auf einen guten Arbeitsplatz verbessern. Besonders attraktiv ist Deutschland auch, weil (im Vergleich zu anderen Wahlländern wie Großbritannien oder den USA) bei ausgezeichneten Studienangeboten die Lebenshaltungskosten und Studienpreise niedrig bleiben. Ganz klar bedeutet das: man kann auch mit einem begrenzten Budget Bachelor oder Doktorand werden.
4. Die ausländischen Studierenden schätzen ebenso die Unterstützung bei Einschreibung und Wohnungssuche, sowie bei der Jobvermittlung. 54% der ausländischen Studierenden wollen in Deutschland bleiben und arbeiten, hauptsächlich auf Grund der Lebensqualität und der Karriereperspektiven.

Glossar

Aufgenommen: empfangen; untergebracht, beherbergt

Lebenshaltungskosten: Kosten für die wirtschaftliche Gestaltung des Lebens (*coût de la vie*)

Einschreibung: Anmeldung, Immatrikulierung

- Übersetzen Sie den 3.Paragrafen (8 Punkte)
- Beantworten Sie folgende Frage:
Würden Sie sich für ein Studium/Praktikum in Deutschland entscheiden und warum? (8 Punkte)
- Finden Sie im 3.Paragrafen die Wörter, die den folgenden Synonymen entsprechen:
(Beispiel: speziell = insbesondere)
a. Wissen c. interessant
b. klein d. Lehre (4 Punkte)

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



***Épreuve obligatoire de
PHYSIQUE***

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde
- 1 page d'instructions recto/verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
- 1 page d'avertissements
- 9 pages de texte recto/verso

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

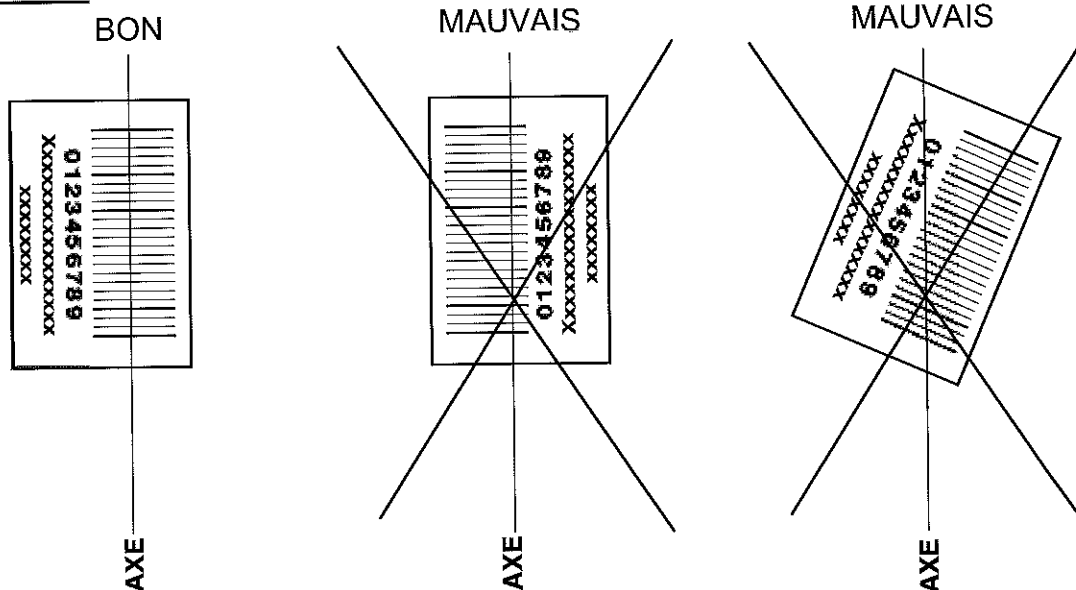
L'épreuve obligatoire de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'**étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :

- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillon qui vous seront fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
*vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et **deux seulement**.*
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- A) $\lim_{P \rightarrow 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- A) $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\sigma}$
- B) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
- C) $\vec{E} = \sigma^2 \vec{j}$
- D) $\vec{j} = \sigma^2 \vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

- A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$
- D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E

AVERTISSEMENTS

L'usage de calculatrices, de dispositifs connectés (tels que téléphones portables, montres, ...) ou de documents personnels (quelque soit le format) n'est pas autorisé.

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir la réponse parmi plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées sont suffisamment éloignées de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, pour éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Questions liées :

Thermodynamique : 1 à 10

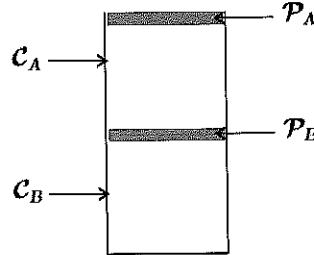
Electromagnétisme : 11 à 20

Optique : 21 à 30

Mécanique : 31 à 40

On considère un cylindre (section $S = 10 \text{ cm}^2$) comprenant deux pistons $\mathcal{P}_A$ et $\mathcal{P}_B$, qui, permettent de diviser le cylindre en deux compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$ (grâce à $\mathcal{P}_B$) et de fermer le cylindre (grâce à $\mathcal{P}_A$). Les deux pistons sont considérés sans masse, et on suppose qu'ils se déplacent sans frottements. Les compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$ contiennent respectivement $n_A = 2 \text{ mol}$ et $n_B = 1 \text{ mol}$ d'un gaz parfait diatomique, caractérisé par le rapport $\gamma = \frac{7}{5}$ des capacités thermiques massiques à pression constante et à volume constant. A l'état initial (état 0), la seule force extérieure $F_o = 10^4 \text{ N}$ est exercée sur le piston $\mathcal{P}_A$ pour maintenir le système à l'équilibre, et le gaz est à la température $T_o = 300 \text{ K}$ dans les deux compartiments. Le cylindre et le piston $\mathcal{P}_A$ sont adiabatiques.

On note R la constante des gaz parfaits.



Dans un premier temps, le piston $\mathcal{P}_B$ est supposé adiabatique.

Question 1 Les pressions p_{0A} et p_{0B} dans les compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$, respectivement, à l'instant initial vérifient :

- A) $p_{0A} = p_{0B}$
- B) $p_{0A} = 2p_{0B}$
- C) $2p_{0A} = p_{0B}$
- D) $p_{0B} = 10^7 \text{ Pa}$

Question 2 Les volumes V_{0A} et V_{0B} des compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$, respectivement, à l'instant initial vérifient :

- A) $V_{0A} = V_{0B}$
- B) $2V_{0A} = V_{0B}$
- C) $V_{0A} = \frac{7}{5}V_{0B}$
- D) $\frac{7}{5}V_{0A} = V_{0B}$

La force extérieure appliquée est augmentée très lentement jusqu'à la valeur $F_1 = 10F_o$. On définit alors un nouvel état d'équilibre : l'état 1.

Question 3 On peut donner les caractéristiques suivantes aux transformations :

- A) Dans le compartiment $\mathcal{C}_A$, la transformation est isotherme.
- B) Dans le compartiment $\mathcal{C}_A$, la transformation est adiabatique.
- C) Dans le compartiment $\mathcal{C}_B$, la transformation est réversible.
- D) Dans le compartiment $\mathcal{C}_B$, la transformation est isobare.

Question 4 On note V_{1A} et V_{1B} les volumes respectifs des compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$ lorsque le nouvel état d'équilibre est atteint. Ces grandeurs vérifient les relations :

- A) $V_{1A} = V_{1B}$
- B) $V_{1A} = 2V_{1B}$
- C) $V_{1A} = 10^{-\frac{5}{7}}V_{0A}$
- D) $V_{1B} = 10^{-\frac{7}{5}}V_{0B}$

Question 5 On note T_{1A} et T_{1B} les températures respectives des compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$ lorsque le nouvel état d'équilibre est atteint. Ces grandeurs vérifient les relations :

- A) $T_{1A} = T_{1B}$
- B) $T_{1A} = 2T_{1B}$
- C) $T_{1A} = 10^{-\frac{2}{7}}T_o$
- D) $T_{1B} = 10^{\frac{2}{7}}T_o$

Question 6 Les travaux $(W_A)_{0 \rightarrow 1}$ et $(W_B)_{0 \rightarrow 1}$ échangés respectivement par les compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$ lors de la transformation de l'état 0 à l'état 1 s'expriment par les relations :

- A) $(W_A)_{0 \rightarrow 1} = (W_B)_{0 \rightarrow 1}$
- B) $(W_A)_{0 \rightarrow 1} = 2(W_B)_{0 \rightarrow 1}$
- C) $2(W_A)_{0 \rightarrow 1} = (W_B)_{0 \rightarrow 1}$
- D) $(W_A)_{0 \rightarrow 1} = -(W_B)_{0 \rightarrow 1}$

Le système est remis dans l'état 0, et le piston $\mathcal{P}_B$ n'est plus adiabatique, mais il conduit la chaleur. La force extérieure appliquée est augmentée très lentement jusqu'à la valeur $F_1 = 10F_o$. On définit alors un nouvel état d'équilibre : l'état 2.

Question 7 On peut donner les caractéristiques suivantes aux transformations :

- A) Dans le compartiment $\mathcal{C}_A$, la transformation est isotherme.
- B) Dans le compartiment $\mathcal{C}_A$, la transformation est adiabatique.
- C) Dans le compartiment $\mathcal{C}_B$, la transformation est réversible.
- D) Dans le compartiment $\mathcal{C}_B$, la transformation est isobare.

Question 8 On note T_{2A} et T_{2B} les températures respectives des compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$ lorsque le nouvel état d'équilibre est atteint. Ces grandeurs vérifient les relations :

- A) $T_{2A} = 10^{\frac{2}{7}}T_o$
- B) $T_{2A} = 10^{\frac{5}{7}}T_o$
- C) $T_{2B} = 10^{\frac{2}{7}}T_o$
- D) $T_{2B} = 10^{-\frac{5}{7}}T_o$

Question 9 On note V_{2A} et V_{2B} les volumes respectifs des compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$ lorsque le nouvel état d'équilibre est atteint. Ces grandeurs vérifient les relations :

- A) $V_{2A} = 10^{\frac{2}{7}}V_{oA}$
- B) $V_{2A} = 10^{-\frac{5}{7}}V_{oB}$
- C) $V_{2B} = 10^{\frac{2}{7}}V_{oA}$
- D) $V_{2B} = 10^{\frac{5}{7}}V_{oB}$

Question 10 Les travaux $(W_A)_{0 \rightarrow 2}$ et $(W_B)_{0 \rightarrow 2}$ échangés respectivement par les compartiments $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$ avec le milieu extérieur lors de la transformation de l'état 0 à l'état 2 s'expriment par les relations :

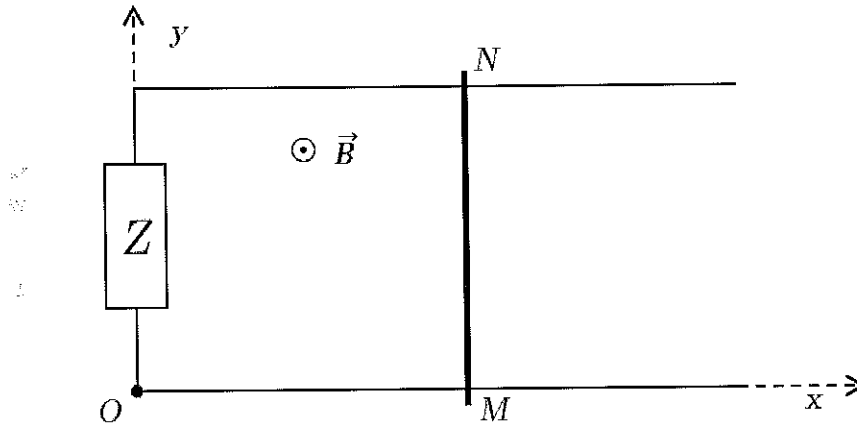
- A) $W_A = 2W_B$
- B) $W_A = -W_B$
- C) $W_A = \frac{5R}{2}(T_{2A} - T_o)$
- D) $W_B = \frac{5R}{2}(T_{2A} - T_o)$

Dans le plan horizontal du repère galiléen $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, on place, comme représenté ci-dessous, un circuit électrique composé de 2 rails distants de h , reliés par une impédance Z et d'une barre $[MN]$, de masse m , glissant sans frottement sur les rails, en restant perpendiculaire aux rails.

On néglige la résistance des deux rails et de la barre ainsi que le coefficient d'auto-inductance du circuit devant Z .

Le système est placé dans un champ magnétique constant $\vec{B} = B\vec{e}_z$ (avec $B > 0$). A l'instant $t = 0$, un opérateur exerce une force sur la barre $[MN]$, de manière à lui donner la vitesse $\vec{v}(t=0) = v_0\vec{e}_x$ suivant les x croissants.

On note $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ le champ de pesanteur terrestre.



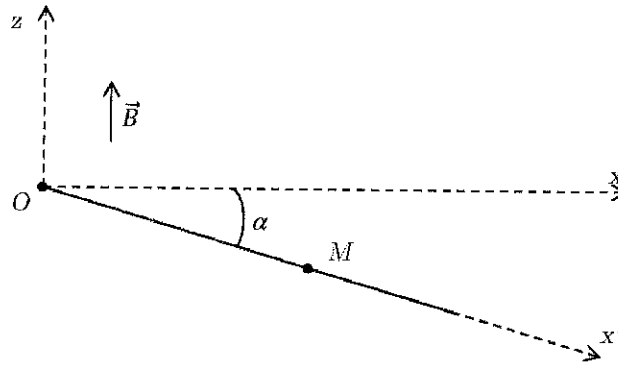
Question 11 L'impédance est une résistance de valeur R . On déduit de la loi de Lenz que, à tout instant, :

- A) le courant induit circule de M vers N .
- B) le courant induit circule de N vers M .
- C) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en M .
- D) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en N .

Question 12 Le mouvement de la barre est caractérisé par la constante de temps τ et par l'équation différentielle telles que :

- A) $\ddot{x} + \frac{1}{\tau}x = 0$
- B) $\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} = 0$
- C) $\tau = \frac{mR}{hB}$
- D) $\tau = \frac{h^2B}{mR}$

Question 13 On fait subir au plan du circuit une rotation d'un angle α par rapport à l'horizontale. Le point M de la barre appartient alors à l'axe Ox' , et le mouvement de la barre est décrit par la variable x' (Vue de profil sur la figure ci-dessous). On note $\vec{e}_z'$ la normale au plan du circuit, de manière à ce que la base $(\vec{e}_x', \vec{e}_y', \vec{e}_z')$ soit directe.



La barre, initialement immobile, est mise en mouvement du fait de l'action seule de la pesanteur. On déduit de la loi de Lenz que, à tout instant, :

- A) le courant induit circule de M vers N .
- B) le courant induit circule de N vers M .
- C) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en M .
- D) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en N .

Question 14 Le mouvement de la barre est caractérisé par la constante de temps τ_1 et par l'équation différentielle telles que :

- A) $\ddot{x}' + \frac{1}{\tau_1} \dot{x}' = g \cos \alpha$
- B) $\dot{x}' + \frac{1}{\tau_1} x' = g \cos \alpha$
- C) $\tau_1 = \frac{mR}{hB \sin \alpha}$
- D) $\tau_1 = \frac{h^2 B \sin \alpha}{mR}$

Question 15 On reprend le circuit initial (avec $Z = R$), et on lui fait subir une rotation d'un angle $-\alpha$: le point M appartient alors à l'axe Ox'' symétrique de Ox' par rapport à Ox , et le mouvement de M est décrit par la variable x'' .

La barre, initialement immobile, est mise en mouvement du fait de l'action seule de la pesanteur. On déduit de la loi de Lenz que, à tout instant, :

- A) le courant induit circule de M vers N .
- B) le courant induit circule de N vers M .
- C) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en M .
- D) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en N .

Question 16 Le mouvement de la barre est caractérisé par la constante de temps τ_2 et par l'équation différentielle telles que :

- A) $\ddot{x}'' + \frac{1}{\tau_2} \dot{x}'' = g \cos \alpha$
- B) $\dot{x}'' + \frac{1}{\tau_2} x'' = g \cos \alpha$
- C) $\tau_2 = -\frac{mR}{hB \sin \alpha}$
- D) $\tau_2 = -\frac{h^2 B \sin \alpha}{mR}$

Question 17 Le circuit est replacé dans sa position initiale, dans le plan (xOy) , et l'impédance Z est maintenant une bobine d'inductance L . A l'instant $t = 0$, un opérateur exerce une force sur la barre $[MN]$, de manière à lui donner la vitesse $\vec{v}(t = 0) = v_0 \vec{e}_x$ suivant les x croissants. On déduit de la loi de Lenz que, à tout instant, :

- A) le courant induit circule de M vers N .
- B) le courant induit circule de N vers M .
- C) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en M .
- D) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en N .

Question 18 Le mouvement de la barre est caractérisé par la pulsation ω_L non nulle et par l'équation différentielle telles que :

- A) $\ddot{x} + \omega_L^2 x = 0$
- B) $\dot{x} + \omega_L x = 0$
- C) $\omega_L = \frac{hB}{\sqrt{mL}}$
- D) $\omega_L = \frac{hB}{mL}$

Question 19 Le circuit est replacé dans sa position initiale, dans le plan (xOy) , et l'impédance Z est maintenant un condensateur de capacité C , initialement déchargé. A l'instant $t = 0$, un opérateur exerce une force sur la barre $[MN]$, de manière à lui donner la vitesse $\vec{v}(t = 0) = v_0 \vec{e}_x$ suivant les x croissants. On déduit de la loi de Lenz que, à tout instant, :

- A) le courant induit circule de M vers N .
- B) le courant induit circule de N vers M .
- C) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en M .
- D) la barre $[MN]$ agit comme un générateur dont la borne positive est en N .

Question 20 Le mouvement de la barre est caractérisé par la pulsation ω_C non nulle et par l'équation différentielle telles que :

- A) $\ddot{x} + \omega_C^2 x = 0$
 - B) $\dot{x} + \omega_C x = 0$
 - C) $\omega_C = hB \sqrt{\frac{m}{C}}$
 - D) $\omega_C = \frac{hBC}{m}$
-

On rappelle que pour une lentille mince de distance focale f' , de centre O , de foyers objet F et image F' , et pour un objet A et son image A' , caractérisés par les distances objet $p = \overline{OA}$ ou $\sigma = \overline{FA}$ et image $p' = \overline{OA'}$ ou $\sigma' = \overline{F'A'}$, on a les relations suivantes :

- Relation de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$
- Relation de conjugaison de Newton : $\sigma\sigma' = -f'^2$
- Grandissement transversal : $G_t = \frac{p'}{p}$
- Grandissement angulaire : $G_a = \frac{\alpha'}{\alpha}$, où α et α' sont respectivement les angles entre un rayon incident et son rayon émergent par rapport à l'axe optique.

On s'intéresse à l'association de deux lentilles minces constituant une lunette. Dans ce cas là, le grandissement angulaire correspond au grossissement.

La lunette doit permettre à l'observateur de regarder des étoiles, sans accommoder : elle est constituée de deux lentilles minces convergentes (objectif et oculaire).

Question 21 Le système optique a les caractéristiques suivantes :

- A) Le système est afocal.
- B) Le système a une vergence nulle.
- C) Le système a une vergence infinie.
- D) Le foyer objet du système est confondu avec le foyer objet de l'objectif.

Question 22 L'objet et l'image de l'objectif ont, du point de vue de l'objectif, les caractéristiques suivantes :

- A) L'objet est réel.
- B) L'objet est virtuel.
- C) L'image est réelle.
- D) L'image est virtuelle.

Question 23 L'objet et l'image de l'oculaire ont, du point de vue de l'oculaire, les caractéristiques suivantes :

- A) L'objet est réel.
- B) L'objet est virtuel.
- C) L'image se forme sur le foyer image de l'oculaire.
- D) L'image se forme à l'infini.

Question 24 On note f'_{obj} et f'_{oc} les distances focales respectives de l'objectif et de l'oculaire. Les relations suivantes sont vérifiées :

- A) $G_t = \frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{oc}}}$
- B) $G_t = \frac{f'_{\text{oc}}}{f'_{\text{obj}}}$
- C) $G_a = \frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{oc}}}$
- D) $G_a = \frac{f'_{\text{oc}}}{f'_{\text{obj}}}$

Question 25 Sachant que, pour la lunette de Meudon, le grossissement est de 400 et que l'encombrement de la lunette est de 16 m, on a :

- A) $f'_{\text{obj}} = 4 \text{ cm}$
- B) $f'_{\text{obj}} = -4 \text{ cm}$
- C) $f'_{\text{oc}} = 1596 \text{ cm}$
- D) $f'_{\text{oc}} = -1596 \text{ cm}$

On étudie maintenant une lunette de Galilée, qui permet à l'observateur de regarder, avec un grandissement positif, des objets lointains terrestres, sans accommoder.

Question 26 Le système optique a les caractéristiques suivantes :

- A) Le système est afocal.
- B) Le système a une vergence infinie.
- C) L'image finale du système est droite par rapport à l'objet.
- D) L'image finale du système est renversée par rapport à l'objet.

Question 27 L'objet et l'image de l'objectif ont les caractéristiques suivantes :

- A) L'objet est réel.
- B) L'objet est virtuel.
- C) L'image est réelle.
- D) L'image est virtuelle.

Question 28 L'objet et l'image de l'oculaire ont les caractéristiques suivantes :

- A) L'objet est réel.
- B) L'objet est virtuel.
- C) L'image se forme sur le foyer image de l'oculaire.
- D) L'image se forme à l'infini.

Question 29 On note f'_{obj} et f'_{oc} les distances focales respectives de l'objectif et de l'oculaire. Les relations suivantes sont vérifiées :

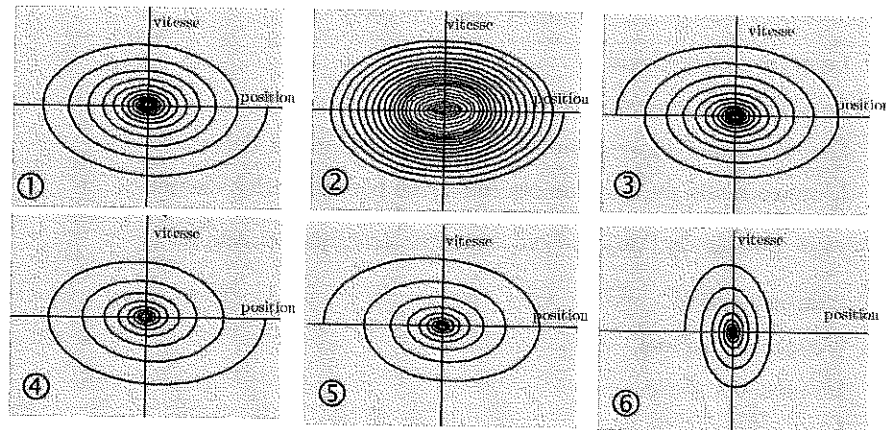
- A) $G_t = -\frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{oc}}}$
- B) $G_t = -\frac{f'_{\text{oc}}}{f'_{\text{obj}}}$
- C) $G_a = -\frac{f'_{\text{obj}}}{f'_{\text{oc}}}$
- D) $G_a = -\frac{f'_{\text{oc}}}{f'_{\text{obj}}}$

Question 30 Sachant que le grossissement est de 3 et que l'objectif a une distance focale $f'_{\text{obj}} = 24 \text{ cm}$, l'encombrement e de la lunette et la distance focale f'_{oc} de l'oculaire vérifient :

- A) $e = 16 \text{ cm}$
- B) $e = 32 \text{ cm}$
- C) $f'_{\text{oc}} = 8 \text{ cm}$
- D) $f'_{\text{oc}} = -8 \text{ cm}$

Les portraits de phase suivants ont été obtenus pour un oscillateur constitué par une masse m , accrochée à un ressort de constante de raideur k , positionnée initialement en X_o , et soumise à une force de frottement visqueux de coefficient de frottement f . A chaque instant, sa position est repérée par rapport à sa position d'équilibre. On note ω la pulsation propre de l'oscillateur.

Les modifications des valeurs des paramètres dans les différents portraits de phase ont été réalisées de manière à ce qu'aucune ambiguïté ne puisse exister. L'échelle est la même pour tous les portraits.



Question 31 Les oscillateurs des diagrammes 1 et 2 ont :

- A) Même pulsation ω , et une masse m différente.
- B) Même pulsation ω , et un coefficient f différent.
- C) Même masse m , même constante de raideur k , et un coefficient f différent.
- D) Même masse m , même constante de raideur k , et une position initiale X_o différente.

Question 32 Les oscillateurs des diagrammes 1 et 3 ont :

- A) Même constante de raideur k , et une masse m différente.
- B) Même masse m , même constante de raideur k , et un coefficient f différent.
- C) Même masse m , un coefficient f différent et une constante de raideur k différente.
- D) Même masse m , même constante de raideur k , et une position initiale X_o différente.

Question 33 Les oscillateurs des diagrammes 4 et 5 ont :

- A) Même constante de raideur k , et une masse m différente.
- B) Même constante de raideur k , et un coefficient f différent.
- C) Même masse m , et un coefficient f différent.
- D) Même pulsation ω , et une position initiale X_o différente.

Question 34 Les oscillateurs des diagrammes 5 et 6 ont :

- A) Même pulsation ω , et une position initiale X_o différente.
- B) Même pulsation ω , et un coefficient f différent.
- C) Même position initiale X_o , et un coefficient f différent.
- D) Même coefficient f , et une position initiale X_o différente.

Question 35 Les oscillateurs des diagrammes 2 et 6 ont :

- A) Même pulsation ω , et une position initiale X_o différente.
- B) Même pulsation ω , et un coefficient f différent.
- C) Même position initiale X_o , et un coefficient f différent.
- D) Même coefficient f , et une position initiale X_o différente.

Question 36 Une courbe de phase non fermée peut être caractéristique :

- A) D'un régime périodique.
- B) D'un régime apériodique.
- C) D'une position d'équilibre stable.
- D) D'une position d'équilibre instable.

Question 37 Une courbe de phase fermée est caractéristique :

- A) D'un régime périodique.
- B) D'un régime apériodique.
- C) De l'existence de frottements.
- D) De l'absence de frottements.

Question 38 Par lecture directe du diagramme on peut déterminer :

- A) La position initiale.
- B) La vitesse initiale.
- C) L'accélération initiale.
- D) L'énergie mécanique initiale.

Question 39 Par lecture directe du diagramme on peut déterminer :

- A) Le facteur de qualité.
- B) La pseudo-période des oscillations.
- C) La raideur k du ressort.
- D) Le coefficient de frottement f .

Question 40 Un mouvement révolatif (cas d'un pendule pesant) est caractérisé par une courbe :

- A) Circulaire.
 - B) Elliptique.
 - C) Fermée.
 - D) Non fermée.
-

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire à option

PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 3



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde
- 1 page d'instructions pour remplir le QCM recto/verso (*à lire très attentivement*)
- 1 page d'avertissements
- 8 pages de texte recto/verso

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE PHYSIQUE**A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT**

L'épreuve obligatoire à option de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

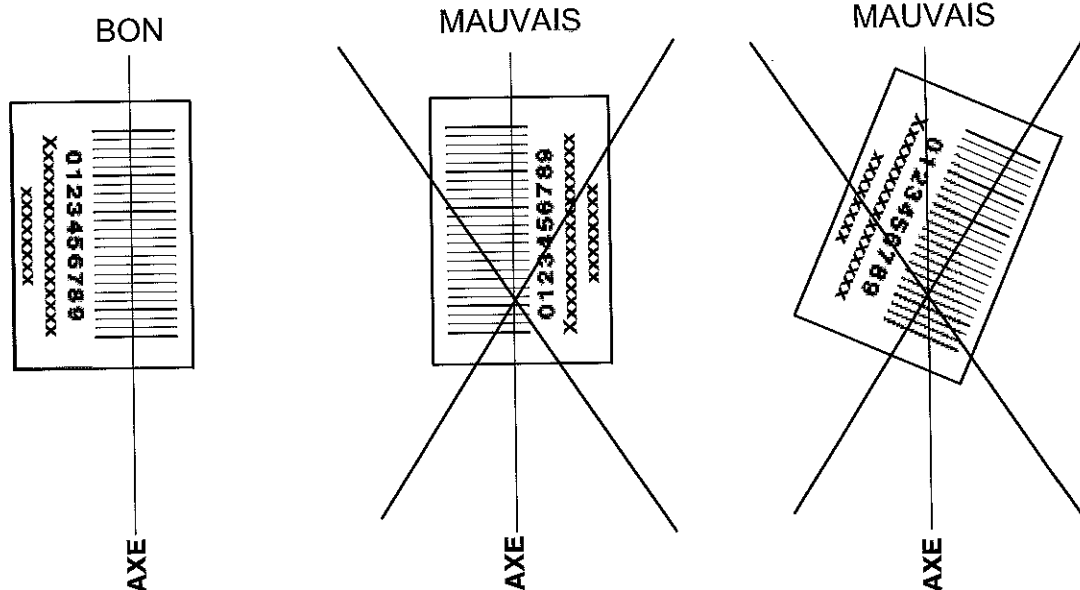
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve obligatoire à option de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous seront fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, *la ligne correspondante doit rester vierge.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : *vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : *vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.*
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : *vous devez alors noircir la case E.*

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

- A) $\lim_{P \rightarrow 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.
- B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.
- C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.
- D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

- A) $j = \frac{E}{\sigma}$
- B) $j = \sigma E$
- C) $E = \sigma^2 j$
- D) $j = \sigma^2 E$

Exemple III : Question 3 :

- A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.
- B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.
- C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1 + \frac{T_2}{T_1}$
- D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E

AVERTISSEMENTS

Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Conformément aux notations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras.

QUESTIONS LIEES

LASER [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]

Quantique [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]

Thermodynamique [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]

Mécanique [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]

Ondes sonores [29, 30, 31, 32, 33, 34]

Électromagnétisme [35, 36, 37, 38, 39, 40]

1. Une cavité LASER comporte des atomes identiques assimilés à des systèmes à deux états I et II , d'énergies respectives $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$. On note A_{21} , B_{21} et B_{12} les coefficients d'Einstein relatifs respectivement à l'émission spontanée, l'émission induite et l'absorption. Dans le milieu considéré, on note $N_1(t)$ le nombre d'atomes dans l'état I et $N_2(t)$ le nombre d'atomes dans l'état II , à l'instant t .

On suppose, dans un premier temps, que le milieu ne contient aucun rayonnement (on néglige l'absorption et l'émission induite). À l'instant initial, $N_{2,0}$ atomes se trouvent dans l'état II . Exprimer la variation dN_2 de N_2 entre les instants t et $t + dt$.

- A) $dN_2 = -A_{21} dt$ B) $dN_2 = -A_{21}N_1 dt$ C) $dN_2 = -N_2 dt$ D) $dN_2 = -A_{21}N_2 dt$

2. Trouver $N_2(t)$ ainsi que la durée de vie moyenne τ_2 de l'état excité.

- A) $N_2(t) = N_{0,2} \exp\left(-\frac{t}{B_{21}}\right)$ C) $\tau_2 = A_{21}$
 B) $N_2(t) = N_{0,2} \exp(-A_{21}t)$ D) $\tau_2 = 1/A_{21}$

3. On tient désormais compte de l'interaction entre les atomes et la lumière. On introduit l'énergie volumique par unité de fréquence u_ν du rayonnement dans le milieu. Dans quelle unité du système international doit-on exprimer u_ν ?

- A) $\text{J.m}^{-3}.\text{s}$ B) W.m^{-3} C) J.m^{-3} D) W

4. Comment se comporte u_ν lorsque la température T du milieu tend vers l'infini ? En utilisant le facteur de Boltzmann, exprimer le rapport N_2/N_1 à l'équilibre thermodynamique (on désigne par k_B la constante de Boltzmann).

- A) u_ν tend vers zéro C) $\frac{N_2}{N_1} = \exp\left[-\left(\frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{k_B T}\right)\right]$
 B) u_ν tend vers l'infini D) $\frac{N_2}{N_1} = \exp\left[-\left(\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{k_B T}\right)\right]$

5. Exprimer la variation dN_2/dt :

- A) $\frac{dN_2}{dt} = B_{12}N_1u_\nu - A_{21}N_2u_\nu - B_{21}N_1$ C) $\frac{dN_2}{dt} = B_{12}N_2 - A_{21}N_2 - B_{21}N_1u_\nu$
 B) $\frac{dN_2}{dt} = B_{12}N_1 - A_{21}N_2 - B_{21}N_2u_\nu$ D) $\frac{dN_2}{dt} = B_{12}N_1u_\nu - A_{21}N_2 - B_{21}N_2u_\nu$

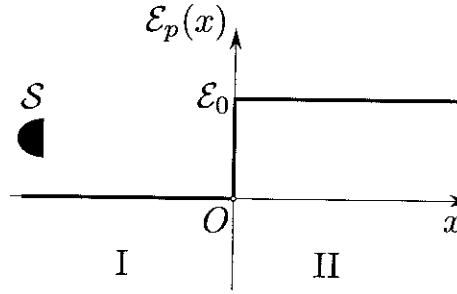
6. En déduire une nouvelle expression du rapport N_2/N_1 à l'équilibre thermodynamique.

- A) $\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}u_\nu - B_{21}}{A_{21}u_\nu}$ B) $\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}}{B_{21}u_\nu + A_{12}}$ C) $\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{21}u_\nu}{B_{12} - A_{21}}$ D) $\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}u_\nu}{B_{21}u_\nu + A_{21}}$

7. En identifiant les expressions précédentes de N_2/N_1 aux très hautes températures, trouver la relation entre B_{12} et B_{21} . En déduire u_ν en fonction de la température.

- A) $B_{12} = B_{21}$
 B) $B_{12} = -B_{21}$
 C) $u_\nu = \frac{A_{21}}{B_{12}} \times \frac{1}{\exp\left(\frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{k_B T}\right) - 1}$
 D) $u_\nu = \frac{B_{12}}{A_{21}} \times \frac{1}{\exp\left[-\left(\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{k_B T}\right)\right] - 1}$

8. Une source $\mathcal{S}$ émet une particule d'énergie $\mathcal{E}$ dans le sens d'un axe Ox croissant. La particule est soumise à une marche d'énergie potentielle $\mathcal{E}_p(x)$ stationnaire et infinie dans la direction des abscisses croissantes (Fig. ci-après).



On décrit quantiquement la particule par une fonction d'onde à une dimension $\underline{\Psi}(x, t)$ qui obéit à l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \underline{\Psi}}{\partial x^2} + \mathcal{E}_p(x) \underline{\Psi} = i\hbar \frac{\partial \underline{\Psi}}{\partial t}$$

i étant l'unité imaginaire ($i^2 = -1$), $\hbar \approx 10^{-34}$ J.s la constante de Planck réduite et t désignant le temps. L'espace est divisé en deux régions :

$$\begin{aligned} \text{I:} \quad & x < 0 \quad \mathcal{E}_p(x) = 0 \\ \text{II:} \quad & x \geq 0 \quad \mathcal{E}_p(x) = \mathcal{E}_0 > 0 \end{aligned}$$

Indiquer l'éventuelle ou les éventuelles réponses exactes :

- A) La particule ne peut se trouver dans un état libre dans la région des $x > 0$ que si $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$.
 B) La particule peut être réfléchi par la barrière si $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$.
 C) La particule ne peut pas se trouver dans la région II si $\mathcal{E} < \mathcal{E}_0$.
 D) En $x = 0$, la fonction d'onde est continue mais sa dérivée est discontinue si $\mathcal{E} < \mathcal{E}_0$.
 9. La particule est dans un état stationnaire d'énergie caractérisé par la fonction d'onde $\underline{\Psi}(x, t) = \underline{\psi}(x) \exp(-i\mathcal{E}t/\hbar)$. On suppose, dans un premier temps, $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$. La fonction d'onde dans la région II s'écrit :

$$\underline{\psi}(x) = \underline{A}_2^l \exp(ik_2x) + \underline{B}_2^l \exp(-ik_2x)$$

où $\underline{A}_2^l$, $\underline{B}_2^l$ et k_2 sont trois constantes. Indiquer l'éventuelle ou les éventuelles réponses exactes :

- A) $\underline{A}_2^l = 0$ B) $\underline{B}_2^l \neq 0$ C) $k_2 = \frac{(m\mathcal{E})^{1/2}}{\hbar}$ D) $k_2 = \frac{(2m\mathcal{E}_0)^{1/2}}{\hbar}$

10. Le coefficient de transmission $\underline{\tau}$ en amplitude de probabilité s'écrit :

$$\underline{\tau} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \quad \text{avec} \quad k_1 = \frac{(2m\mathcal{E})^{1/2}}{\hbar}$$

Exprimer le coefficient $\underline{r}$ de réflexion en amplitude de probabilité en fonction de k_1 et k_2 .

- A) $\underline{r} = \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2}$ B) $\underline{r} = \frac{2k_2}{k_1 + k_2}$ C) $\underline{r} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$ D) $\underline{r} = \frac{k_2}{k_1 + k_2}$

11. On suppose désormais $0 < \mathcal{E} < \mathcal{E}_0$. La fonction $\underline{\psi}(x)$ dans les régions I et II s'écrit respectivement $\underline{\psi}_I(x)$ et $\underline{\psi}_{II}(x)$:

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_I(x) &= \underline{A}_1 \exp(\underline{c}_1 x) + \underline{B}_1 \exp(-\underline{c}_1 x) \\ \underline{\psi}_{II}(x) &= \underline{A}_2 \exp(\underline{c}_2 x) + \underline{B}_2 \exp(-\underline{c}_2 x) \end{aligned}$$

où $\underline{A}_1$, $\underline{B}_1$, $\underline{c}_1$, $\underline{A}_2$, $\underline{B}_2$, $\underline{c}_2$ sont des constantes complexes. Les parties réelles et imaginaires de $\underline{c}_1$ et $\underline{c}_2$ sont toutes positives.

Indiquer l'éventuelle ou les éventuelles réponses exactes :

- A) $\underline{A}_1 = 0$ B) $\underline{B}_1 = 0$ C) $\underline{A}_2 = 0$ D) $\underline{B}_2 = 0$

12. Déterminer $\underline{c}_1$ et $\underline{c}_2$:

- A) $\underline{c}_1 = i \frac{(2m\mathcal{E})^{1/2}}{\hbar}$ B) $\underline{c}_1 = \frac{(2m\mathcal{E})^{1/2}}{\hbar}$ C) $\underline{c}_2 = i \frac{[2m(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E})]^{1/2}}{\hbar}$ D) $\underline{c}_2 = \frac{[2m(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E})]^{1/2}}{\hbar}$

13. En déduire les probabilités de réflexion R et de transmission T :

- A) $R = 0$ B) $T = 0$ C) $R = 1$ D) $T = 1$

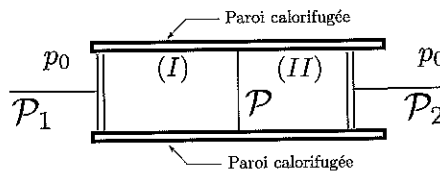
14. Calculer la profondeur caractéristique de pénétration δ dans la barrière d'un électron (masse $m_e \approx 10^{-30}$ kg) d'énergie $\mathcal{E} = 5$ eV pour une marche d'énergie $\mathcal{E}_0 = 6$ eV (on rappelle que $1 \text{ eV} \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$) :

- A) $\delta \approx 2 \times 10^{-16} \text{ m}$ B) $\delta \approx 2 \times 10^{-13} \text{ m}$ C) $\delta \approx 2 \times 10^{-10} \text{ m}$ D) $\delta \approx 2 \times 10^{-7} \text{ m}$

15. Deux gaz identiques, assimilés à des gaz parfaits diatomiques, sont enfermés dans deux compartiments cylindriques (I) et (II) séparés par une paroi fixe $\mathcal{P}$. Chaque compartiment contient n moles de gaz. Les gaz communiquent avec un pressostat extérieur (système imposant la pression à la frontière du système) à pression p_0 par l'intermédiaire de deux pistons mobiles $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ de masses négligeables qui coulisent sans frotter. Les parois des cylindres sont calorifugées (Fig. ci-après). On note R la constante des gaz parfaits et γ le facteur isentropique de Laplace, rapport de la capacité thermique molaire à pression constante C_{pm} sur la capacité thermique molaire à volume constant C_{vm} . On indique l'expression de la variation de l'entropie molaire d'un gaz parfait entre un état initial i et un état final f :

$$\Delta S_m = C_{vm} \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + R \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

en notant T la température et V le volume du gaz. Initialement, le compartiment (I) est à la température T_1 et le compartiment (II) à la température T_2 , la pression valant p_0 dans les deux compartiments.



Dans un premier temps, on suppose que $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont calorifugés et que $\mathcal{P}$ est diathermane (qui permet les échanges d'énergie thermique). On note T_f la température finale du système lorsqu'il n'évolue plus.

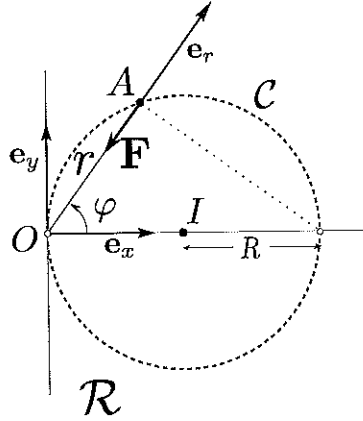
Exprimer C_{vm} et C_{pm} en fonction de R et γ .

- A) $C_{vm} = \frac{R}{\gamma}$ B) $C_{vm} = \frac{R}{1-\gamma}$ C) $C_{pm} = \frac{2\gamma R}{\gamma-1}$ D) $C_{pm} = \frac{R}{\gamma-1}$

16. Exprimer la variation d'énergie interne ΔU entre l'état initial et l'état final.

- A) $\Delta U = nC_{vm}(2T_f - T_1 - T_2)$ C) $\Delta U = nR(2T_f - T_1 - T_2)$
 B) $\Delta U = nC_{pm}(2T_f - T_1 - T_2)$ D) $\Delta U = nC_{pm} \left(T_f - \frac{T_1 + T_2}{2} \right)$

17. Exprimer le travail (énergie échangée par transfert mécanique) W et la chaleur (énergie échangée par transfert thermique) Q reçus par le système des deux gaz durant cette transformation.
- A) $W = nC_{vm}(T_1 + T_2 - 2T_f)$ C) $Q = 0$
 B) $W = nR(T_1 + T_2 - 2T_f)$ D) $Q = nC_{pm}(T_f - T_1 - T_2)$
18. Que vaut la température finale T_f ?
- A) $T_f = \frac{\gamma}{2-\gamma}(T_1 + T_2)$ C) $T_f = \frac{1-\gamma}{2-\gamma}(T_1 + T_2)$
 B) $T_f = \frac{\gamma}{3-\gamma}(T_1 + T_2)$ D) $T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$
19. Calculer l'entropie créée $S^{(c)}$ durant la transformation.
- A) $S^{(c)} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right)$ C) $S^{(c)} = \frac{n\gamma R}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right)$
 B) $S^{(c)} = \frac{nR}{\gamma} \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right)$ D) $S^{(c)} = n\gamma R \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right)$
20. Désormais, on suppose que $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont diathermanes et que $\mathcal{P}$ est calorifugée. Le milieu extérieur, qui est toujours un pressostat de pression p_0 , devient également un thermostat de température T_e . Les conditions initiales sont inchangées : compartiment (I) à température T_1 , compartiment (II) à température T_2 et pressions p_0 identiques dans les deux compartiments. L'état final est l'état du système lorsqu'il n'évolue plus. Calculer la chaleur Q' reçue par le système des deux gaz entre l'état initial et l'état final.
- A) $Q' = \left(\frac{n\gamma R}{\gamma-1}\right)(2T_e - T_1 - T_2)$ C) $Q' = \left(\frac{nR}{\gamma-1}\right)(T_e - T_1 - T_2)$
 B) $Q' = \left(\frac{nR}{\gamma-1}\right)(T_e - T_1 - T_2)$ D) $Q' = \left(\frac{nR}{\gamma}\right)(2T_e - T_1 - T_2)$
21. Calculer l'entropie créée $S'^{(c)}$ durant cette transformation.
- A) $S'^{(c)} = \frac{nR}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_e^2}{T_1 T_2}\right)$ C) $S'^{(c)} = \frac{n\gamma R}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_e^2}{T_1 T_2}\right) - \frac{Q'}{T_e}$
 B) $S'^{(c)} = \frac{nR}{\gamma} \ln\left(\frac{T_e^2}{T_1 T_2}\right)$ D) $S'^{(c)} = n\gamma R \ln\left(\frac{T_e^2}{T_1 T_2}\right) - \frac{Q'}{T_e}$
-
22. Un point matériel A de masse m n'est soumis qu'à une seule force inconnue $\mathbf{F}$, centrale de centre O origine du repère cartésien $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ d'un référentiel $\mathcal{R}$ galiléen. On introduit la distance radiale $r = \|\mathbf{OA}\|$. Indiquer l'éventuelle ou les éventuelles affirmations exactes.
- A) Il existe des trajectoires de A non planes.
 B) Le moment cinétique en O de A est constant en norme mais pas en direction.
 C) Le moment cinétique en O de A est toujours nul.
 D) La troisième loi de Kepler n'est valable que dans un champ de force inversement proportionnel à r^2 .
23. On suppose désormais que la trajectoire de A est portée par un cercle $\mathcal{C}$ contenu dans le plan $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$, de rayon R , de centre I situé sur l'axe $O\mathbf{e}_x$. On note $\mathbf{e}_r = \mathbf{OA}/r$ le vecteur unitaire radial, $\mathbf{F} = F(r)\mathbf{e}_r$ la force centrale et $\varphi = \widehat{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_r}$. Le cercle $\mathcal{C}$ passe par O (Fig. ci-après). On cherche à établir l'expression de $F(r)$.



Quelle relation lie r à φ ?

- A) $r = 2R \cos \varphi$ B) $r = R \cos \varphi$ C) $r = R \sin \varphi$ D) $r = 2R \sin \varphi$

24. Exprimer F .

- A) $F = m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)$ B) $F = m(\ddot{r} + r\ddot{\varphi})$ C) $F = m(\ddot{r} + \ddot{\varphi})$ D) $F = m(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})$

25. On note $C = r^2\dot{\varphi}$. Exprimer $\dot{r}$.

- A) $\dot{r} = -\frac{RC}{r^2} \cos \varphi$ B) $\dot{r} = -\frac{2RC}{r^2} \sin \varphi$ C) $\dot{r} = -\frac{2RC}{r} \cos \varphi$ D) $\dot{r} = -\frac{RC}{r^3} \sin \varphi$

26. On peut mettre $\ddot{r}$ sous la forme suivante :

$$\ddot{r} = -\frac{2RC}{r^p} \left(\frac{A \cos \varphi}{r^2} + \frac{B \sin^2 \varphi}{r^3} \right)$$

où A , B et p sont des constantes. Que vaut p ?

- A) $p = 0$ B) $p = 1$ C) $p = 2$ D) $p = 3$

27. Exprimer A et B :

- A) $A = 1$ B) $A = C$ C) $B = R$ D) $B = 4RC$

28. On obtient finalement :

$$F = -m \frac{8C^2 R^2}{r^q}$$

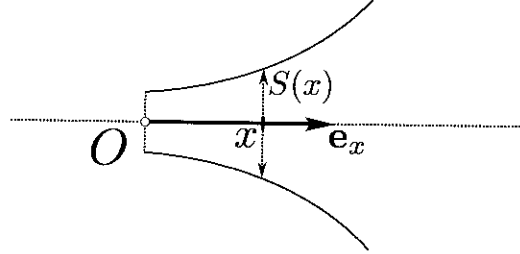
Que vaut q ?

- A) $q = 1$ B) $q = 3$ C) $q = 5$ D) $q = 7$

Tournez la page S.V.P.

29. Une onde acoustique progressive plane se propage dans l'air, assimilé à un gaz parfait, le long d'un axe Oe_x , à l'intérieur d'un pavillon de section $S(x)$ variable (Fig. ci-après). On note p_e et ρ_e respectivement la pression et la masse volumique de l'air au repos. On se place dans le cadre de l'approximation acoustique et l'on désigne par $\mathbf{v}(x, t) = v(x, t)\mathbf{e}_x$ le champ des vitesses de l'air assimilé à un fluide, $p(x, t) = p_e + P(x, t)$ sa pression et $\rho(x, t) = \rho_e + \varepsilon(x, t)$ sa masse volumique. On note χ_S le coefficient de compressibilité isentropique supposé constant :

$$\chi_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_S$$



On effectue un bilan de matière sur une tranche de fluide comprise entre les abscisses x et $x + dx$. On note δm_e et δm_s respectivement la masse de fluide qui entre et celle qui sort de la tranche entre l'instant t et l'instant $t + dt$. Exprimer la variation dm de la masse de d'air contenue dans la tranche de fluide entre les instants t et $t + dt$, ainsi que $\delta m_e - \delta m_s$.

- A) $dm = \varepsilon(x, t)S(x) dx$
 B) $dm = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} S(x) dx dt$
 C) $\delta m_e - \delta m_s = -\frac{dS}{dx} \rho(x, t) v(x, t) dt$
 D) $\delta m_e - \delta m_s = -[S(x + dx)\rho(x + dx, t)v(x + dx, t) - S(x)\rho(x, t)v(x, t)] dt$

30. L'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} S(x) = -\kappa_1 \frac{\partial}{\partial x} [S(x)v(x, t)]$$

où κ_1 est une constante. Déterminer κ_1 .

- A) $\kappa_1 = 2\rho_e$ B) $\kappa_1 = \frac{\rho_e}{2}$ C) $\kappa_1 = \rho_e p_e$ D) $\kappa_1 = \rho_e$

31. Comment s'écrit l'équation d'Euler et que donne le bilan entropique ?

- A) $\rho_e \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x}$ C) $\rho_e \chi_S P(x, t) = \rho_e + \varepsilon(x, t)$
 B) $\rho(x, t) \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial x}$ D) $\rho_e \chi_S P(x, t) = \varepsilon(x, t)$

32. L'équation d'onde s'écrit :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + g(x) \frac{\partial P}{\partial x} = \kappa_2 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

où κ_2 est une constante et $g(x)$ une fonction de x .

Exprimer κ_2 et $g(x)$.

- A) $\kappa_2 = \chi_S \rho_e$ B) $\kappa_2 = \frac{1}{(\chi_S \rho_e)^{1/2}}$ C) $g(x) = -\frac{2}{S(x)} \frac{dS}{dx}$ D) $g(x) = \frac{1}{S(x)} \frac{dS}{dx}$

33. La forme du pavillon est telle que $S(x) = S_0 \exp(x/a)$ où S_0 et a sont deux constantes positives. On s'intéresse à une onde harmonique dont le champ de surpression s'écrit, en notation complexe :

$$P(x, t) = P_m \exp[-i(\omega t - \underline{k}x)]$$

P_m et ω étant des constantes réelles, $\underline{k}$ une constante complexe, i désignant l'unité imaginaire ($i^2 = -1$) et t le temps. On pose $c = (\chi_s \rho_e)^{-1/2}$.

Déterminer l'équation de dispersion de ce pavillon.

A) $\underline{k}^2 + i\frac{\underline{k}}{a} + \frac{\omega^2}{c^2} = 0$ B) $\underline{k}^2 - i\frac{\underline{k}}{a} - \frac{\omega^2}{c^2} = 0$ C) $\underline{k}^2 - i\frac{\underline{k}}{a} + \frac{\omega^2}{c^2} = 0$ D) $\underline{k}^2 + i\frac{\underline{k}}{a} - \frac{\omega^2}{c^2} = 0$

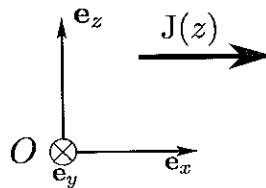
34. On envisage une onde pour laquelle :

$$\underline{k} = k' + \frac{i}{2a}$$

où k' est une constante. Calculer la vitesse de phase v_φ de cette onde.

A) $v_\varphi = \omega \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{4a^2} \right)^{-1/2}$ C) $v_\varphi = \omega \left(\frac{1}{4a^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{-1/2}$
 B) $v_\varphi = \omega \left(\frac{\omega^2}{c^2} + \frac{1}{4a^2} \right)^{-1/2}$ D) $v_\varphi = \omega \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{a^2} \right)^{-1/2}$

35. Dans un référentiel muni d'un repère $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$, un courant volumique stationnaire $\mathbf{J} = J_x(z)\mathbf{e}_x$ parcourt un conducteur ohmique de conductivité électrique γ_e (Fig. ci-après). On note μ_0 la perméabilité magnétique du vide et ε_0 la permittivité diélectrique du vide.



Que peut-on dire d'une telle distribution ?

- A) Il existe une invariance par rotation autour d'un axe.
 B) Le champ magnétique est porté par l'axe $O\mathbf{e}_x$.
 C) Le champ magnétique est porté par l'axe $O\mathbf{e}_y$.
 D) Le champ magnétique est porté par l'axe $O\mathbf{e}_z$.

36. Dans toute la suite, on notera $B_c(z)$ l'unique composante non nulle du champ magnétique.

On envisage, dans un premier temps, la distribution suivante, $a > 0$ et J_0 étant deux constantes :

$$\begin{aligned} |z| < a/2 & : J_x(z) = J_0 \\ |z| \geq a/2 & : J_x(z) = 0 \end{aligned}$$

Exprimer B_c .

A) $B_c = \mu_0 J_0 z$ si $|z| < \frac{a}{2}$ C) $B_c = -\mu_0 J_0 \frac{a}{2}$ si $|z| \geq \frac{a}{2}$
 B) $B_c = -\mu_0 J_0 z$ si $|z| < \frac{a}{2}$ D) $B_c = 0$ si $|z| \geq \frac{a}{2}$

37. Exprimer l'énergie électromagnétique volumique w_{em} dans le conducteur ($|z| < a/2$).

A) $w_{em} = \frac{\mu_0 J_0^2 z^2}{2} - \frac{\varepsilon_0 J_0^2}{\gamma_e^2}$

C) $w_{em} = \frac{\mu_0 J_0^2 z^2}{4} + \frac{\varepsilon_0 J_0^2}{2\gamma_e^2}$

B) $w_{em} = \frac{\mu_0 J_0^2 z^2}{4} - \frac{\varepsilon_0 J_0^2}{\gamma_e^2}$

D) $w_{em} = \frac{\mu_0 J_0^2 z^2}{2} + \frac{\varepsilon_0 J_0^2}{2\gamma_e^2}$

38. La distribution de courant a désormais la forme suivante :

$$\forall z : J_x = J_0 \exp\left(-\frac{|z|}{a}\right)$$

Quelle intensité I du courant électrique traverse une section d'épaisseur $\Delta y = a$ et de hauteur infinie le long de l'axe Oe_z ?

A) $I = \frac{J_0 a^2}{2}$

B) $I = J_0 a^2$

C) $I = 2J_0 a^2$

D) $I = 4J_0 a^2$

39. Quelle est la nouvelle expression de la composante non nulle B'_c du champ magnétique dans le domaine $z \geq 0$?

A) $B'_c = \mu_0 J_0 a \left[1 - \exp\left(-\frac{z}{a}\right)\right]$

C) $B'_c = \mu_0 J_0 a \left[\exp\left(-\frac{z}{a}\right) - 1\right]$

B) $B'_c = \frac{\mu_0 J_0 a}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{z}{a}\right)\right]$

D) $B'_c = \mu_0 J_0 a \exp\left(-\frac{z}{a}\right)$

40. Exprimer l'énergie magnétique volumique u_m à grande distance de cette distribution ($z \gg a$).

A) $u_m = \mu_0 J_0^2 a^2$

B) $u_m = \frac{\mu_0 J_0^2 a^2}{2}$

C) $u_m = 2\mu_0 J_0^2 a^2$

D) $u_m = 0$

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve facultative de
CONNAISSANCES AÉRONAUTIQUES

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :

1 page de garde
1 page d'instructions recto/verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)
4 pages de texte recto

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE FACULTATIVE DE CONNAISSANCES AÉRONAUTIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve facultative de Connaissances Aéronautiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

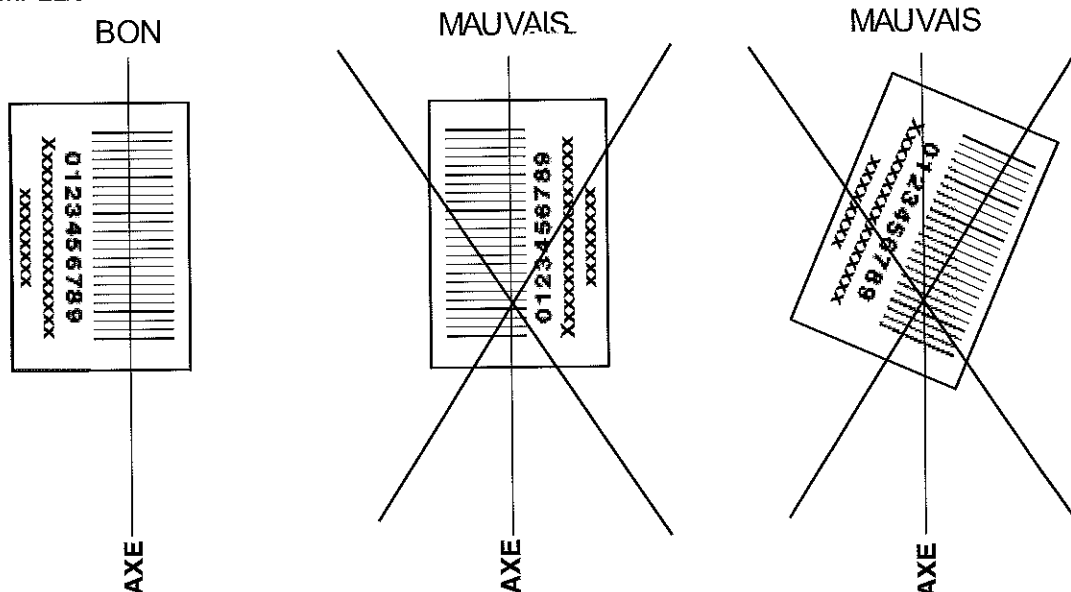
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire « épreuve facultative de Connaissances Aéronautiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous seront fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 20 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 20. N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 21 à 100. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

CHAQUE QUESTION NE COMPORTE QU'1 SEULE BONNE REPONSE.

Tournez la page S.V.P.

A chaque question numérotée entre 1 et 20, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 21 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 20, vous avez 2 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de traiter la question :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

1 - On nomme « aéronefs » :

- A) Les seuls avions capables de transporter un ou plusieurs passagers.
- B) Uniquement les véhicules aériens dont la trajectoire peut être contrôlée par le pilote.
- C) Tous les véhicules capables de se déplacer dans les airs.
- D) Uniquement les véhicules aériens équipés de gouvernes.

2 - Une zone de type « P » est :

- A) Une zone réservée aux activités de parachutage.
- B) Une zone dans laquelle les communications radio s'effectuent par moyen HF (high frequency).
- C) Une zone dont l'accès est strictement interdit.
- D) Une zone dont l'accès est réglementé.

3 - Alors que vous effectuez un vol, l'organisme ATS vous informe de la présence d'un trafic conflictuel faisant route inverse à la même altitude. En confirmant le contact visuel, vous effectuez la manœuvre suivante :

- A) Virage à gauche et mise en montée.
- B) Virage à droite sans changer d'altitude.
- C) Virage à droite et mise en descente.
- D) Virage à gauche et mise en descente.

4 - Sur un avion de construction traditionnelle, la gouverne de direction fait partie de:

- A) L'empennage horizontal.
- B) L'extrémité des ailes.
- C) L'empennage vertical.
- D) L'extrados des ailes.

5 - Pour un aéronef évoluant à $V_i=155\text{kt}$ à moins de 15km (8NM) d'un aéroport, la condition de visibilité minimale est la suivante :

- A) En dehors des nuages et en vue de la surface.
- B) Visibilité supérieure ou égale à la distance parcourue en 30 secondes de vol.
- C) 5000m.
- D) 8000m.

6 - La portance est :

- A) Perpendiculaire à la direction du vent relatif.
- B) La composante de la résultante aérodynamique qui est parallèle à la trajectoire de l'avion.
- C) Toujours égale mais de direction opposée au poids de l'avion.
- D) La force générée par le moteur.

7 - L'anémomètre de votre avion indique toujours :

- A) Une vitesse par rapport à l'air quelle que soit l'altitude.
- B) Une vitesse qu'il faut corriger de la masse de l'avion pour obtenir la vitesse par rapport à l'air.
- C) Une vitesse par rapport au sol.
- D) Une vitesse qu'il faut corriger de la densité de l'air pour obtenir la vitesse par rapport à l'air.

8 - Déterminer le centrage d'un avion est important pour assurer un équilibre stable autour de :

- A) L'axe vertical.
- B) L'axe longitudinal.
- C) L'axe de lacet.
- D) L'axe de tangage.

9 - En augmentant le braquage des volets à l'atterrissage, la distance d'atterrissage

- A) Diminue.
- B) Augmente de 30%.
- C) Augmente de 15%.
- D) Reste inchangée : elle n'est pas influencée par le braquage des volets.

10 - Sur un anémomètre, VNO est la vitesse :

- A) A ne jamais dépasser
- B) Non opérationnelle (à éviter)
- C) Maximale en croisière normale
- D) De sortie du train d'atterrissage

11 - Sur une carte à l'échelle 1/500000^{ème} trois centimètres sur la carte représentent sur la Terre une distance de :

- A) 150 m.
- B) 1,5 km.
- C) 15 km.
- D) 150 km.

12 - Vous suivez une route vraie au 330°. Le vent donné par une station météorologique est : 290°/30kt. Votre vitesse sol est :

- A) Supérieure à la vitesse propre.
- B) Identique à la vitesse propre.
- C) Inférieure à la vitesse propre.
- D) Indéterminée.

13 - A propos des VOR utilisés sur un avion léger :

- A) L'indicateur VOR fournit directement le gisement.
- B) La sensibilité de l'instrument est indépendante de la distance.
- C) L'indication fournie par le VOR est indépendante du cap de l'avion.
- D) L'indicateur VOR fournit directement une distance.

14 - Avec une route magnétique orientée au 045°, lorsqu'aucune altitude de transition n'est prévue et avec un QNH égal à 1013 hPa, le premier niveau de vol utilisable en VFR au-dessus de la mer est le :

- A) FL 30.
- B) FL 35.
- C) FL 40.
- D) FL 45.

15 - Que peut-on dire sur la charge de travail dans un cockpit ?

- A) La formation pratique apprend au pilote à automatiser ses actions pour que sa charge de travail soit proche de zéro.
- B) En sous charge le pilote risque une baisse de vigilance.
- C) Un pilote confiant envers lui-même augmente sa charge de travail.
- D) La gestion de la charge de travail ne dépend pas du savoir-faire du pilote.

16 - L'indicatif abrégé de F-GAGT peut être :

- A) GT.
- B) F-T.
- C) F-GT.
- D) F-G.

17 - L'espace aérien inférieur français métropolitain est divisé en :

- A) Six DAC (directions de l'aviation civile).
- B) Cinq FIR (régions d'information de vol).
- C) Huit CIV (services d'information de vol).
- D) Dix TMA (régions terminales de contrôle).

18 - Un calage altimétrique de 1020 hPa sera transmis de la façon suivante, pour éviter toute ambiguïté :

- A) Dix, vingt.
- B) Unité, zéro, vingt.
- C) Mille vingt.
- D) Unité, zéro, deux, zéro.

19 - L'alcool modifie de façon très significative le comportement humain et est notamment responsable d'effets à prendre en compte dans le cadre des métiers tels que pilotes ou contrôleurs aériens. L'un des effets ci-dessous est faux :

- A) Une dégradation de la coordination quelle que soit la dose.
- B) Une amélioration des réflexes et de la vigilance pour de faibles doses et une altération de ceux-ci pour des doses plus fortes.
- C) Une perte du sens critique pour de fortes doses.
- D) Une diminution de la résistance à la fatigue et au stress quelle que soit la dose.

20 - Un vol VFR qui est autorisé à pénétrer dans une CTR malgré des conditions météo inférieures aux conditions VMC est un vol :

- A) VFR exceptionnel.
- B) VFR réduit.
- C) VFR Spécial.
- D) VFR particulier.

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

ICNA 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve obligatoire de
FRANÇAIS

Durée : 4 heures

Coefficient : 2



Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde
- 1 page d'instructions
- 4 pages de texte et questions

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE FRANÇAIS

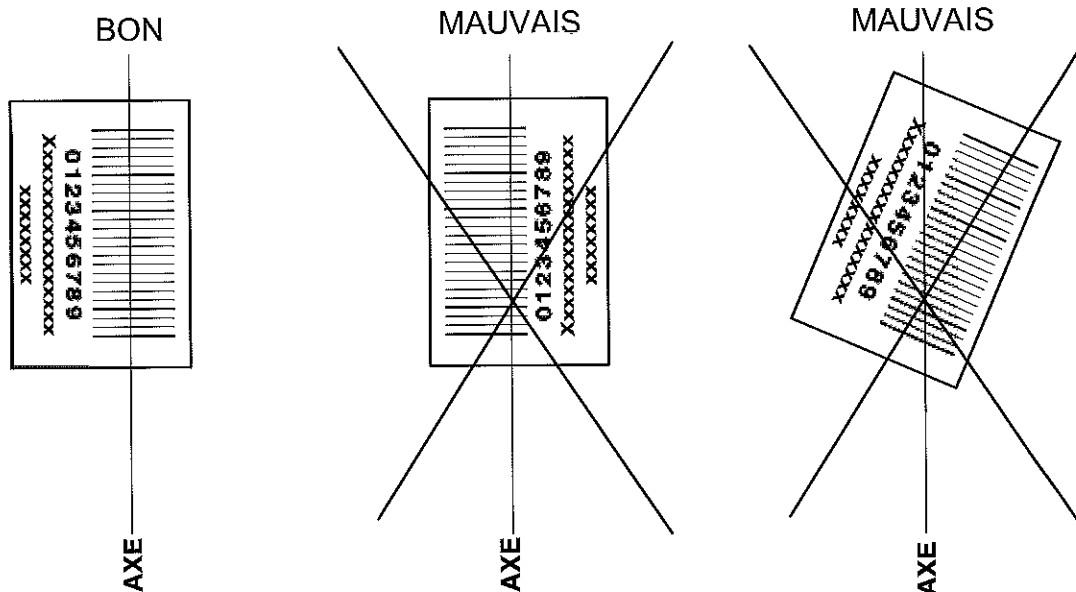
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UNE SEULE COPIE

Vous devez coller dans les parties prévues à cet effet, **les 2 étiquettes correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire « épreuve obligatoire de français ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



SUJET ENAC 2017-EPREUVE DE FRANCAIS

Terre des hommes(1939)-chapitre II-*Les camarades*-Antoine de Saint Exupéry (1900-1944)



1-Vous résumerez ce texte en 210 mots avec une marge de tolérance de dix mots (200-220). (Vous indiquerez le nombre de mots à la fin du résumé.)

2-Vous analyserez et discuterez cette citation en vous appuyant sur des exemples passés ou présents pour étayer votre réflexion.

« Il n'est qu'un luxe véritable et c'est celui des relations humaines »

Critères d'évaluation

Un devoir structuré (une introduction avec des parties distinctes et une conclusion)
Présence d'arguments accompagnés d'exemples précis
Correction de la langue
Qualité de la mise en page
Respect de l'orthographe et de la ponctuation
Lisibilité de l'écriture

Dans Terre des hommes, publié en 1939, Saint-Exupéry raconte ses expériences personnelles en tant que pilote, pionnier de l'aviation civile. Dans cet extrait, il évoque son camarade Mermoz.

Lorsque s'ouvrit la ligne d'Amérique, Mermoz, toujours à l'avant-garde, fut chargé d'étudier le tronçon de Buenos-Aires à Santiago et après un pont sur le Sahara, de bâtir un pont au-dessus des Andes. On lui confia un avion qui plafonnait à cinq mille deux cents mètres. Les crêtes de la Cordillère s'élèvent à sept mille mètres. Et Mermoz décolla chercher des trouées. Après le sable, Mermoz affronta la montagne, ces pics qui dans le vent, lâchent leur écharpe de neige, ce palissement des choses avant l'orage, ces remous si durs qui, (...) obligent le pilote à une sorte de lutte au couteau. Mermoz s'engageait dans ces combats sans rien connaître de l'adversaire, sans savoir si l'on sort en vie de telles étreintes. Mermoz « essayait » pour les autres.

Enfin un jour, à force d'« essayer », il se découvrit prisonnier des Andes. Echoués, à quatre mille mètres d'altitude, sur un plateau aux parois verticales, son mécanicien et lui cherchèrent pendant deux jours à s'évader. Ils étaient pris.

Alors, ils jouèrent leur dernière chance, lancèrent l'avion vers le vide, rebondirent durement sur le sol inégal, jusqu'au précipice où ils coulèrent. L'avion, dans sa chute, prit enfin assez de vitesse pour obéir de nouveau aux commandes. Mermoz le redressa face à une crête, toucha la crête et l'eau fusant de toutes les tubulures crevées dans la nuit par le gel, déjà en panne après sept minutes de vol, découvrit la plaine chilienne, sous lui, comme une Terre Promise.

Le lendemain, il recommençait. Quand les Andes furent bien explorées, une fois la technique des traversées bien au point, Mermoz confia ce tronçon à son camarade, Guillaumet et s'en fut explorer la nuit.

L'éclairage de nos escales n'était pas encore réalisé, et sur les terrains d'arrivée, par nuit noire on alignait en face de Mermoz la maigre illumination de trois feux d'essence. Il s'en tira et ouvrit la route.

Lorsque la nuit fut apprivoisée, Mermoz essaya l'Océan. Et le courrier, dès 1931, fut transporté, pour la première fois, en quatre jours, de Toulouse à Buenos Aires. Au retour, Mermoz subit une panne d'huile au centre de l'Atlantique Sud et sur une mer démontée. Un navire le sauva, lui, son courrier et son équipage. Ainsi Mermoz avait défriché les sables, la montagne, la nuit et la mer. Il avait sombré plus d'une fois dans les sables, la montagne la nuit et la mer. Et quand il était revenu, ç'avait toujours été pour repartir.

Enfin, après douze années de travail, comme il survolait une fois de plus l'Atlantique Sud, il signala par un bref message qu'il coupait le moteur arrière droit. Puis le silence se fit.

La nouvelle ne semblait guère inquiétante, et, cependant, après dix minutes de silence, tous dans les radios de la ligne de Paris jusqu'à Buenos Aires, commencèrent leur veille dans l'angoisse. Car si dix minutes de retard n'ont guère de sens dans la journalière, elles prennent dans l'aviation postale une lourde signification. Au cœur de ce temps mort, un événement encore inconnu se trouve enfermé. Insignifiant ou malheureux, il est désormais révolu. La destinée a prononcé son jugement et contre ce jugement, il n'est plus d'appel: une main de fer a gouverné un équipage vers l'amerrissage sans gravité ou l'écrasement. Mais le verdict n'est pas signifié à ceux qui attendent.

Lequel d'entre nous n'a point connu ces espérances de plus en plus fragiles, ce silence qui empire de minute en minute comme une maladie fatale? Nous espérions puis les heures se sont écoulées et peu à peu, il s'est fait tard. Il nous a bien fallu comprendre que nos camarades ne rentreraient plus, qu'ils reposaient dans cet Atlantique Sud dont ils avaient si souvent labouré le ciel. Mermoz, décidément, s'était retranché derrière son ouvrage, pareil au moissonneur qui, ayant bien lié sa gerbe, se couche dans son champ.

Quand un camarade meurt ainsi, sa mort paraît encore un acte qui est dans l'ordre du métier, et, tout d'abord, blesse peut-être moins qu'une autre mort. Certes il s'est éloigné celui-là, ayant subi sa dernière mutation d'escale, mais sa présence ne nous manque pas encore en profondeur comme pourrait nous manquer le pain.

Nous avons en effet l'habitude d'attendre longtemps les rencontres. Car ils sont dispersés dans le monde, les camarades de ligne, de Paris à Santiago du Chili, isolés un peu comme des sentinelles qui ne se parleraient guère. Il faut le hasard des voyages pour rassembler ici ou là, les membres dispersés de la grande famille professionnelle. Autour de la table d'un soir, à Casablanca, à Dakar, à Buenos Aires, on reprend, après des années de silence, ces conversations interrompues, on se renoue aux vieux souvenirs. Puis l'on repart. La terre est à la fois déserte et riche. Riche de ces jardins secrets, cachés, difficiles à atteindre, mais auxquels le métier nous ramène toujours, un jour ou l'autre. Les camarades, la vie peut-être nous en écarte, nous empêche d'y beaucoup penser mais ils sont quelque part, on ne sait trop où, silencieux et oubliés, mais tellement fidèles! Et si nous croisons leur chemin, ils nous secouent par les épaules avec de belles flambées de joie! Bien sûr, nous avons l'habitude d'attendre...

Mais peu à peu, nous découvrons que le rire clair de celui-là nous ne l'entendrons plus jamais, nous découvrons que ce jardin-là est interdit pour toujours. Alors commence notre deuil véritable qui n'est point déchirant mais un peu amer.

Rien, jamais, en effet, ne remplacera le compagnon perdu. On ne se crée point de vieux camarades. Rien ne vaut le trésor de tant de souvenirs communs, de tant de mauvaises heures vécues ensemble, de tant de brouilles, de réconciliations, de mouvements du cœur. On ne reconstruit pas ces amitiés-là. Il est vain, si l'on plante un chêne, d'espérer s'abriter sous son feuillage.

Ainsi va la vie. Nous nous sommes enrichis d'abord, nous avons planté pendant des années, mais viennent les années où le temps défait son travail et déboise. Les camarades, un à un, nous retirent leur ombre. Et à nos deuils se mêle désormais le regret secret de vieillir.

Telle est la morale de Mermoz et d'autres nous ont enseignée. La grandeur d'un métier est peut-être, avant tout, d'unir les hommes: **il n'est qu'un luxe véritable et c'est celui des relations humaines**. En travaillant pour les seuls biens matériels, nous bâtissons nous-mêmes notre prison. Nous nous enfermons solitaires, avec notre monnaie de cendre qui procure rien qui vaille de vivre.

Si je cherche dans mes souvenirs ceux qui m'ont laissé un goût durable, si je fais le bilan des heures qui ont compté à coup sûr, je retrouve celles que nulle fortune ne m'eût procurées. On n'achète pas l'amitié d'un Mermoz, d'un compagnon que les épreuves vécues ensemble ont lié à nous pour toujours. Cette nuit de vol et ses cent mille étoiles, cette sérénité, cette souveraineté de quelques heures, l'argent ne les achète pas.

1174 mots

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



***Épreuve facultative
d'ITALIEN***

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :

1 page de garde
1 page de texte et questions

**L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES
OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE**

Il potere delle immagini

Sono ormai sotto gli occhi di tutti i profondi mutamenti che stanno avvenendo nelle forme di trasmissione della conoscenza e del sapere. Dopo l'età Gutenberg – quella della stampa e dell'egemonia della cultura scritta – si è profilata all'orizzonte l'era elettronica, quella della telecomunicazione, nelle sue più svariate applicazioni, e della cultura visiva. Oggi, col diffondersi dei mass media, l'immagine ha fatto irruzione non solo nel campo dell'informazione e dell'intrattenimento. Essa è entrata anche nei circuiti del sistema educativo e nei processi di socializzazione.

Non c'è parola scritta, ma anche documento fotografico o cinematografico, che possa cogliere con la stessa immediatezza dell'audiovisivo l'infinito mosaico di eventi e di personaggi che si susseguono in rapida successione sulla scena del nostro tempo. E la forza d'urto della televisione è tale da influenzare il nostro stesso modo di concepire e di vedere le cose. Sappiamo bene che l'immagine non è la copia esatta o esauriente della realtà e che le capacità di suggestione e di manipolazione del piccolo schermo sono infinite.

Valerio CASTRONUOVO

Tadurre :

Dall'inizio a « cultura visiva » 4 points

Domande :

- 1) Che cosa pensate dell'opposizione tra « cultura scritta » e « cultura visiva » ? 8 points
- 2) Quali meccanismi difensivi possono aiutarci a lottare contro « la forza d'urto » della televisione e di internet ? 8 points

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



Épreuve facultative
d'ESPAGNOL

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :

1 page de garde
1 page de texte et questions recto

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

El País

La aventura de ser okupa en Holanda

Isabel Ferrer *Ámsterdam* 18/09/ 2016

Algunos de los inmuebles okupados en su día en Ámsterdam son hoy propiedad del propio movimiento. El más conocido se llama Vrankrijk y está en el centro. Los okupas entraron en 1982 para evitar que en su lugar se construyera un edificio de apartamentos, y desde 1992 dispone de un café, centro cultural y sala de conciertos. "Comprar de la misma forma ADM, situado en el antiguo muelle del puerto, es más difícil. Como de momento no hay arreglo, a su alrededor ha ido creciendo otra comunidad algo olvidada", dice Paul Vugts, redactor del rotativo *Het Parool*. " Se refiere a los nómadas urbanos, asentados en un poblado formado por diversas *roulotte* a las puertas (una reja con código de apertura) del terreno utilizado por los inquilinos históricos de ADM. "Son unos 250 y tienen diversos problemas sociales o médicos. Necesitan ayuda especializada y no les dejamos entrar, aunque el trato es amable. Hay de todo, desde gente sin papeles a otros con adicciones, pero no podemos cuidarles", dice Hay Schoolmeesters, que suma 19 años en ADM. Cuando hay problemas, la policía acude. El resto del tiempo, ambas comunidades llevan vidas paralelas.

Sobre el lugar planea la sombra del desalojo. Aunque su contrato impone el uso para actividades portuarias, si el Ayuntamiento no lo compra de nuevo, los herederos del propietario acribillado pueden acabar ganando en los tribunales. En la ciudad, los dueños de inmuebles han optado por un método antiokupa que consiste en alquilar a unos pocos inquilinos sus edificios para evitar que entren otros. El movimiento de los años setenta y ochenta, con cerca de 10.000 involucrados, ha ido desapareciendo del centro urbano de Ámsterdam. Desde su ilegalización en el país en 2010, se trata más una aventura temporal protagonizada en su mayoría por jóvenes extranjeros, muchos de ellos españoles, alemanes, italianos o polacos.

Preguntas :

1 - ¿ Qué piensas de esta manera de vivir ? (8 puntos)

2 - Traducir desde « Algunos de los inmuebles » hasta « redactor del rotativo *Het Parool* ». (8,5 puntos)

3 - Poner en pretérito perfecto desde « Sobre el lugar planea » hasta « para evitar que entren otros » (3,5 puntos)

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Session 2017

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE



***Épreuve facultative
d'INFORMATIQUE***

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus



Cette épreuve comporte :

1 page de garde

1 page d'instructions recto/verso pour remplir le QCM (*à lire très attentivement*)

1 page d'avertissements

5 pages de texte recto/verso

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE FACULTATIVE D'INFORMATIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve facultative d'informatique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

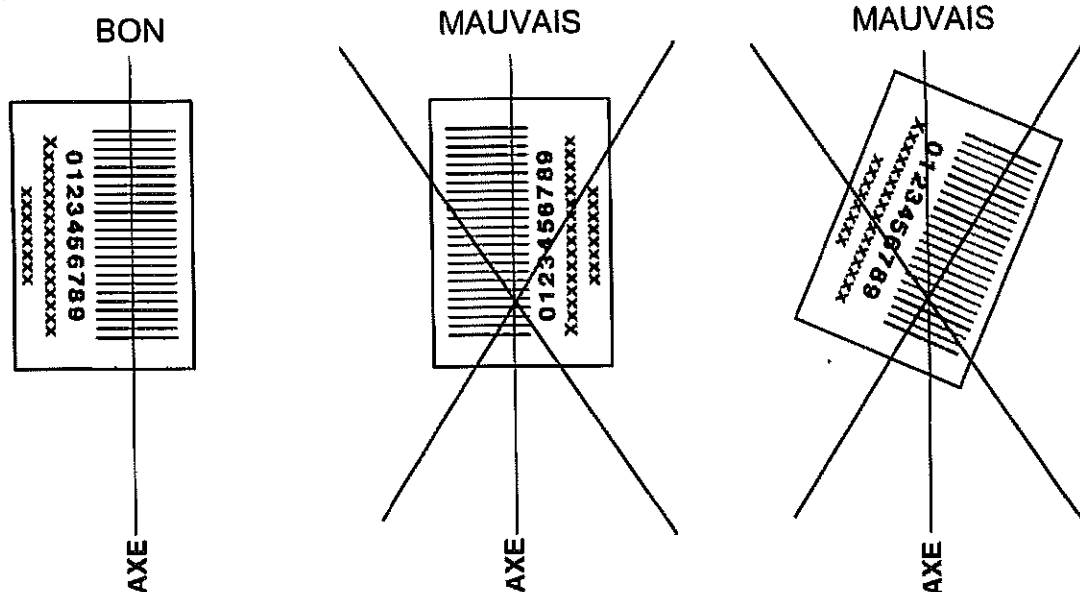
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

- 1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez, c'est-à-dire «épreuve facultative d'informatique».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification à **gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



- 2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.
- 3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous sont fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.
- 4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
- 5) Cette épreuve comporte 20 questions ; **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

A chaque question numérotée entre 1 et 20, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 21 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 20, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question, *la ligne correspondante doit rester vierge.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse : *vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.*
- ▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes : *vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.*
- ▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne : *vous devez alors noircir la case E.*

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLE DE REPONSES :

Question 1 : Après l'exécution de la commande Python $a=2$, combien vaut $2*a$:

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8

Question 2 : Après l'exécution de la commande Python $a=2$, combien vaut a :

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6

Question 3 : Après l'exécution de la commande Python $L=[1,2,3]$, on peut affirmer que :

- A) L est une liste
- B) L est vide
- C) L contient 3 éléments
- D) L est un booléen

Vous marquerez sur la feuille réponse :

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E

AVERTISSEMENTS

Le sujet se compose de 20 questions à choix multiples.

Les scripts et fonctions Python présentés dans les énoncés sont rédigés en Python 3.

Les questions 7 et 8 sont liées.

Les questions 13 et 14 sont liées.

Question 1 Parmi les composants suivants d'un ordinateur, lesquels sont des périphériques d'entrée ?

- A) Le clavier.
- B) Le processeur.
- C) La mémoire vive.
- D) Un microphone.

Question 2 Pourquoi vaut-il mieux éviter de comparer un nombre flottant à zéro ?

- A) Parce que zéro ne peut pas être représenté en flottant.
- B) Parce que le temps de calcul nécessaire pour cette comparaison est trop long par rapport à d'autres comparaisons entre flottants.
- C) Il n'est pas problématique de comparer un flottant à zéro, à condition de coder les flottants sur 64 bits.
- D) Parce que cela provoque un dépassement de capacité ("overflow").

Question 3 On considère le problème du calcul approché d'une intégrale sur un segment d'une fonction non constante de classe C^2 . On utilise pour cela une subdivision régulière du segment en n sous-intervalles de même longueur.

- A) La méthode des rectangles à droite est plus efficace en terme de complexité temporelle que celle des rectangles à gauche.
- B) La méthode des rectangles à gauche est plus efficace en terme de complexité temporelle que celle des rectangles à droite.
- C) Pour n suffisamment grand, l'erreur commise en utilisant la méthode des rectangles à droite est beaucoup plus petite que l'erreur commise en utilisant celle des trapèzes.
- D) Pour n suffisamment grand, l'erreur commise en utilisant la méthode des trapèzes est beaucoup plus petite que l'erreur commise en utilisant celle des rectangles à droite.

Question 4 L'affectation d'une variable consiste toujours à :

- A) incrémenter la variable en question.
- B) renommer la variable en question.
- C) comparer la valeur de cette variable à une autre valeur.
- D) associer une valeur à une variable.

Question 5 Après avoir exécuté le code suivant, quelles sont les valeurs des variables **a** et **b** ?

```
a=13
b=4
b=a
a=b
```

- A) **a=13** et **b=13**.
- B) **a=4** et **b=4**.
- C) **a=4** et **b=13**.
- D) **a=13** et **b=4**.

Question 6 Quand on compare deux nombres entiers en Python, le résultat est :

- A) un flottant.
- B) un entier.
- C) un booléen.
- D) une chaîne de caractères.

Question 7 On considère le script Python suivant (on suppose que les variables **b** et **n** ont déjà été définies auparavant, et qu'elles sont à valeurs entières strictement positives) :

```
x=b
k=n
z=1
while k>0:
    if k%2==1:
        z=z*x
    x=x*x
    k=k//2
```

- A) " $b^n = z \times x^k$ " est un invariant pour la boucle "while".
- B) " $k \geq 0$ " est un invariant pour la boucle "while".
- C) La boucle "while" ne possède pas d'invariant de boucle.
- D) " $k = n$ " est un invariant pour la boucle "while".

Question 8 Peu importe les valeurs entières strictement positives que l'on puisse donner aux variables b et n , à la fin de l'exécution du script de la question précédente, on aura forcément :

- A) $b^n = x$.
- B) $b^n = z$.
- C) $x^n = b$.
- D) $z^n = b$.

Question 9 On considère la chaîne de caractères $C = \text{"CONTROLEUR"}$.

- A) $C[7]$ vaut "L".
- B) $C[7]$ vaut "E".
- C) $C[:7]$ vaut "CONTROL".
- D) $C[:7]$ vaut "CONTROLE".

Question 10 On applique la méthode de Newton pour résoudre numériquement l'équation $\sqrt{|x|} = 0$, en prenant $x_0 = 100$. On note $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite des approximations obtenues.

- A) $\forall n \in \mathbb{N}, x_{n+1} = -\frac{x_n}{2}$.
- B) $\forall n \in \mathbb{N}, x_{n+1} = -x_n$.
- C) La suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers 0.
- D) Pour que la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers 0, il faudrait choisir un $x_0 > 0$ beaucoup plus proche de 0.

Question 11 On considère l'équation différentielle $y' = ay$ (où $a \in \mathbb{R}$ est une constante donnée), avec la condition initiale $y(0) = 1$. On note $y_0, \dots, y_N$ ($N \geq 1$) la suite obtenue en appliquant la méthode d'Euler explicite avec un pas de discrétisation $h > 0$ sur l'intervalle $[0, T]$.

- A) Pour $0 \leq n \leq N - 1$, on a : $y_{n+1} = (1 + ah)y_n$.
- B) Pour $0 \leq n \leq N - 1$, on a : $y_{n+1} = (1 - ah)y_n$.
- C) $h = T \times N$.
- D) Plus N augmente, plus y_N se rapproche de e^{aT} .

Question 12 De manière générale, concernant la méthode d'Euler explicite pour résoudre numériquement une équation différentielle, si l'on diminue le pas de discrétisation :

- A) on peut améliorer la qualité de l'approximation obtenue.
- B) on détériore la qualité de l'approximation obtenue.
- C) on augmente le temps de calcul.
- D) on diminue le temps de calcul.

Question 13 On considère la fonction Python suivante, qui s'applique à des listes numériques :

```
def rem(L):  
    a=L.pop()  
    n=len(L)  
    for i in range(n):  
        b=L.pop()  
        L.append(a)  
        a=b
```

On définit $L=[1,2,3,4,5,6]$.

- A) L'instruction `rem(L)` renvoie `[1, 2, 3, 4, 5]`.
- B) L'instruction `rem(L)` renvoie `[2, 3, 4, 5, 6]`.
- C) L'instruction `rem(L)` ne renvoie rien.
- D) L'instruction `rem(L)` provoque un message d'erreur.

Question 14 Dans la fonction de la question précédente :

- A) `a` est une variable globale.
- B) `a` est une variable locale.
- C) L'instruction `rem(L)` modifiera une liste `L` auparavant définie et non vide.
- D) L'instruction `rem(L)` ne modifiera pas une liste `L` auparavant définie et non vide.

Question 15 On considère une table `CANDIDATS(id,nom,prenom,age,sexe,adresse,tel)` appartenant à la base de données des candidats au concours ICNA. Le premier champ indique le numéro d'inscription des candidats, et les autres désignent de façon évidente les autres renseignements. Quel champ peut servir de clé primaire ?

- A) Aucun.
- B) `nom`
- C) `id`
- D) `adresse`

Question 16 Quelle opération permet, dans une base de données, de manipuler des informations provenant de plusieurs tables différentes ?

- A) Un tri.
- B) Un renommage.
- C) Un schéma de relation.
- D) Une jointure.

Question 17 On considère une liste L remplie de 1 et de taille n , où n est un entier naturel non nul donné. On applique l'algorithme de tri par insertion (par ordre croissant) sur la liste L . Combien de comparaisons entre éléments de la liste L seront effectuées dans le pire des cas ? On donnera un ordre de grandeur.

- A) Un $O(\ln n)$.
- B) Un $O(n)$, mais pas un $O(\ln n)$.
- C) Un $O(n^2)$, mais pas un $O(n)$.
- D) Un $O(n \ln(n))$, mais pas un $O(n)$.

Question 18 On applique l'algorithme de tri par insertion (par ordre croissant) à la liste $L = [15, 20, 10, 18]$. Quelles sont les évolutions possibles de la liste L au cours de ce tri ?

- A) $[15, 20, 10, 18]$ (initialisation) $\rightarrow [15, 10, 20, 18] \rightarrow [10, 15, 20, 18] \rightarrow [10, 15, 18, 20]$
- B) $[15, 20, 10, 18]$ (initialisation) $\rightarrow [15, 10, 20, 18] \rightarrow [15, 10, 18, 20] \rightarrow [10, 15, 18, 20]$
- C) $[15, 20, 10, 18]$ (initialisation) $\rightarrow [10, 20, 15, 18] \rightarrow [10, 15, 20, 18] \rightarrow [10, 15, 18, 20]$
- D) $[15, 20, 10, 18]$ (initialisation) $\rightarrow [20, 10, 15, 18] \rightarrow [10, 15, 18, 20]$

Question 19 Lequel de ces algorithmes de tri a la meilleure complexité dans le pire cas ?

- A) Le tri par insertion.
- B) Le tri rapide.
- C) Le tri fusion.
- D) Ils ont tous la même complexité dans le pire cas.

Question 20 La complexité d'un algorithme (appliqué par exemple à une liste de taille n) vérifie la formule $C(n) = C\left(\frac{n}{2}\right) + n$, et $C(1) = 1$. Que peut-on dire de $C(n)$?

- A) C'est un $O(\ln n)$, mais pas un $O(n)$.
- B) C'est un $O(\ln n)$, et donc un $O(n^k)$ pour tout entier $k \in \mathbb{N}^*$.
- C) C'est un $O(n \ln n)$, mais pas un $O(\ln n)$.
- D) C'est un $O(n^2)$, mais pas un $O(n)$.