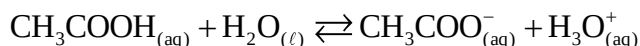


Exercice 1 Chimie (7 points)

1-1- Equation de la réaction mise en jeu entre l'acide éthanoïque et l'eau : (0,5pt)



1-2- Trouvons l'expression de τ en fonction du pH et $C_A + \text{AN}$: (0,5pt)

On a : $\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}}$ et $\begin{cases} x_{\text{max}} = C_A \cdot V \text{ car l'eau est en excès} \\ x_f = ? \text{ d'après le T.A : } [\text{H}_3\text{O}^+]_f = \frac{x_f}{V} \Rightarrow x_f = [\text{H}_3\text{O}^+]_f \cdot V \end{cases}$ Donc : $\tau = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_f \cdot V}{C_A \cdot V} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_A}$

AN : $\tau = 0,0598 \approx 0,06 = 6\%$

1-3- Détermination du pK_A : (0,5pt)

On sait que : $Q_{r,\text{éq}} = K = K_A$ (car acide avec l'eau) $\Rightarrow K_A = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_f \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_f}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_f}$

Et : $[\text{H}_3\text{O}^+]_f = \frac{x_f}{V} = [\text{CH}_3\text{COO}^-]_f = 10^{-\text{pH}}$ et $[\text{CH}_3\text{COOH}]_f = \frac{C_A \cdot V - x_f}{V} = C_A - \frac{x_f}{V} = C_A - 10^{-\text{pH}}$

Donc : $K_A = \frac{10^{-\text{pH}} \cdot 10^{-\text{pH}}}{C_A - 10^{-\text{pH}}} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C_A - 10^{-\text{pH}}} = 1,598 \cdot 10^{-5}$ et $\text{pK}_A = -\log K_A = 4,796 \approx 4,8$

1-4-1- Détermination graphique du pK_A : (0,5pt)

Si : $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{CH}_3\text{COOH}] \Rightarrow \text{pH} = \text{pK}_A$ Donc : $\alpha(\text{CH}_3\text{COO}^-) = \alpha(\text{CH}_3\text{COOH}) \dots \text{c.à.d (même \%)}$

Donc : le pH correspondant graphiquement à l'intersection des deux courbes est : $\text{pH} = \text{pK}_A = 4,8$

1-4-2- Montrons que la courbe (1) correspond à l'acide : (0,25pt)

Si : $\text{pH} < \text{pK}_A$ l'acide prédomine , donc la courbe (1) correspond à l'acide .

1-4-3- Détermination de τ_1 + conclusion : (0,5pt)

D'après (1-2) on a : $\tau = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_f}{C_A}$ donc : $\tau = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_f}{C_A}$ et d'après (1-3) on a :

$[\text{CH}_3\text{COOH}]_f = C_A - \frac{x_f}{V} = C_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_f \Rightarrow C_A = [\text{CH}_3\text{COOH}]_f + [\text{H}_3\text{O}^+]_f = [\text{CH}_3\text{COOH}]_f + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_f$

Alors τ devient :

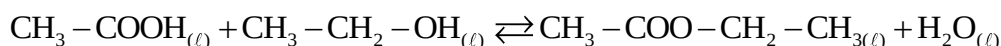
$\tau = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_f}{C_A} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_f}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_f + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_f} = \frac{1}{100} \times \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_f}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_f + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_f} \times 100 = \frac{\alpha(\text{CH}_3\text{COO}^-)}{100}$

D'où : $\tau = \frac{\alpha(\text{CH}_3\text{COO}^-)}{100}$

- Pour la solution diluée de concentration C_{A1} et de $\text{pH}_1 = 4,2$ on tire graphiquement : $\alpha_1(\text{CH}_3\text{COO}^-) = 20\%$

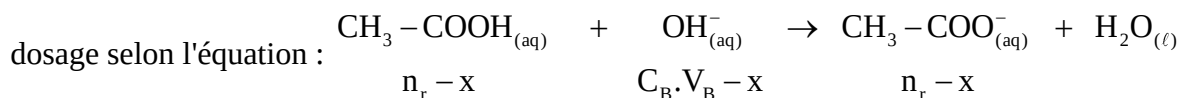
et par suite : $\tau_1 = \frac{\alpha_1(\text{CH}_3\text{COO}^-)}{100} = \frac{20}{100} = 0,2 > \tau = 0,06$ donc la valeur de τ augmente avec la dilution.

2-1- Equation de la réaction d'estérification en utilisant les formules S.D : (0,75pt)



2-2- Détermination de n_r : (0,5pt)

La quantité de matière n_r de l'acide restant est la quantité de matière qui va réagir avec les ions OH^- au cours du

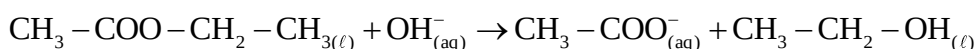


A l'équivalence : $n_r = C_B \cdot V_{BE}$ AN : $n_r = 0,033\text{mol}$

2-3- Détermination du rendement de l'estérification : (0,5pt)

On a : $r = \frac{n_{\text{exp}}(\text{E})}{n_{\text{th}}(\text{E})} \approx \frac{x_f}{x_{\text{max}}}$; $x_{\text{max}} = x_{\text{max1}} = x_{\text{max2}} = n = 0,1\text{mol}$; déterminons x_f à partir de n_r :

On a : $n_f(\text{acide}) = n - x_f = n_r$ donc : $x_f = n - n_r$ d'où : $r = \frac{n - n_r}{n} = 0,67 = 67\%$

3-1- Equation de la réaction de l'hydrolyse basique de l'ester en utilisant les formules S.D : (0,5pt)**3-2- Vrai + Justification : (0,5pt)**

La vitesse volumique $v(t) = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}$ diminue car la pente $\frac{dx}{dt}$ diminue au cours du temps ... d'après la courbe.

Ou bien : La vitesse volumique diminue car la concentration des réactifs diminue au cours du temps.

3-3- Détermination de $t_{1/2}$: (0,5pt)

- L'hydrolyse basique est une réaction totale donc : $x_f = x_{\text{max}}$ et $x_f = x_{\text{max}} = x_{\text{max1}} = n_{01} = 0,8\text{mmol}$.

On a : $t_{1/2} \rightarrow \frac{x_f}{2} = 0,4\text{mmol}$ Graphiquement on tire : $t_{1/2} = 4\text{min}$.

3-4- Détermination de $v(t)$: (0,5pt)

On a : $v(t) = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}$ graphiquement $v(t)$ devient : $v(t) = \frac{1}{V} \left. \frac{\Delta x}{\Delta t} \right|_t = \frac{1}{V} \left(\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \right)_t$; en s'aidant de la courbe, à la

date $t=3\text{min}$, on trouve : $v(t) = \frac{1}{50 \times 10^{-3} \text{L}} \left(\frac{0,16 - 0,08}{1 - 0} \right) \frac{\text{mmol}}{\text{min}} = 1,6 \text{mmol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$

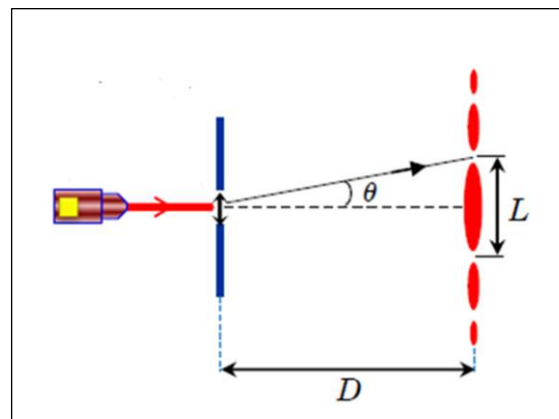
Exercice 2 : Ondes lumineuse (2,5 points)**1- L'affirmation juste est : D (0,5pt)**

2-1- Le phénomène observé est la diffraction, ce qui montre l'aspect ondulatoire de la lumière. (2x0,25pt)

2-2- Montrons que : $L = \frac{2\lambda_a \cdot D}{a}$ (0,5pt)

- D'après la figure on a : $\tan \theta = \frac{L/2}{D} \approx \theta$ donc : $\theta = \frac{L}{2D}$

- D'autre part : $\theta = \frac{\lambda_a}{a}$ donc : $\theta = \frac{L}{2D} = \frac{\lambda_a}{a} \Rightarrow L = \frac{2\lambda_a \cdot D}{a}$



3-1- Vérification de $n_L=1,33$: (0,5pt)

$$\text{On a : } L = \frac{2\lambda_a \cdot D}{a} \text{ et : } L' = \frac{2\lambda' \cdot D}{a} \text{ donc : } \frac{L}{L'} = \frac{\frac{2\lambda_a \cdot D}{a}}{\frac{2\lambda' \cdot D}{a}} = \frac{\lambda_a}{\lambda'} = \frac{\lambda_0}{\lambda'} = n_L \text{ d'où : } n_L = \frac{L}{L'} = \frac{2,4\text{cm}}{1,8\text{cm}} = 1,333 \approx 1,33$$

3-2- Déduction de v_L : On a : $n_L = \frac{c}{v_L} \Rightarrow v_L = \frac{c}{n_L} = 2,256 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ **(0,5pt)**

Exercice 3 Electricité (5 points)**1-1- L'équation différentielle vérifiée par u_R : (0,5pt)**

D'après la loi d'additivité des tensions : $u_b + u_R = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + u_R = E \Rightarrow L \frac{d}{dt} \left(\frac{u_R}{R} \right) + u_R = E$

Donc : $\frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + u_R = E$ finalement : $\frac{du_R}{dt} + \frac{R}{L} u_R = \frac{RE}{L}$

1-2- Détermination de τ et I_0 : (0,75pt = 0,25 pt + 0,5 pt)

- On a : $\tau = 1\text{ms}$ d'après la courbe.

- On a : $u_R = R \cdot i \Rightarrow u_R(\infty) = R \cdot i(\infty) = R \cdot I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{u_R(\infty)}{R} = \frac{10}{100} = 0,1\text{A}$

1-3- Vérification de $L=0,10\text{H}$: On a : $\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = \tau \cdot R = 10^{-3} \times 100 = 0,1\text{H}$ **(0,5 pt)**

1-4- Détermination de u_{bf} et E_{mf} : (0,75pt = 0,5 pt + 0,25 pt)

*** Détermination de u_{bf} :**

- **Méthode 1 :** On a : $u_b + u_R = E \Rightarrow u_{bf} + u_{Rf} = E \Rightarrow u_{bf} = E - u_{Rf} = 10 - 10 = 0\text{V}$

- **Méthode 2 :** On a : $u_b = L \frac{di}{dt}$, en régime permanent : $i = I_0 = \text{cte}$ donc : $u_{bf} = L \frac{dI_0}{dt} = 0\text{V}$

*** Détermination de E_{mf} :** On a : $E_{mf} = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2 = \frac{0,1 \times 0,1^2}{2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{J}$

2-1- Détermination de $i(0)$: On a : $i(0^+) = i(0^-) = I_0 = 0,1\text{A}$ car i est continue dans une bobine. **(0,25 pt)**

2-2- Vérification de $u_{R1} = 100\text{V}$: On a : $u_{R1} = R_1 \cdot i(0) = R \cdot I_0 = 10^3 \times 0,1 = 100\text{V}$ **(0,25 pt)**

2-3- Déduction de u_{b0} : (0,25 pt)

On a : $u_b + u_{R1} = 0 \Rightarrow u_b(0) + u_{R1}(0) = 0 \Rightarrow u_b(0) = -u_{R1}(0) = -100\text{V}$ donc : **$u_{b0} = -100\text{V}$**

3-1- Calcul de N_0 : On a : $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,1 \times 1 \times 10^{-6}}} = 503,292\text{Hz} \approx 503,30\text{Hz}$ **(0,25 pt)**

3-2- Détermination de I_m : (0,25 pt)

- **Méthode 1 :** le circuit LC est idéal , donc : E_T se conserve au cours du temps alors : $E_T = E_e + E_m = \text{cte}$

$$E_T = E_e + E_m = E_{e,\text{max}} + 0 = 0 + E_{m,\text{max}} = \text{cte} \Rightarrow E_{e,\text{max}} = E_{m,\text{max}} \Rightarrow \frac{1}{2} C \cdot U_m^2 = \frac{1}{2} L \cdot I_m^2 \Rightarrow I_m = +U_m \sqrt{\frac{C}{L}} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\text{AN : } I_m = E \sqrt{\frac{C}{L}} = 10 \sqrt{\frac{10^{-6}}{0,1}} = 0,031622\text{A} = 31,62\text{mA}$$

- **Méthode 2 :** Le circuit LC est idéal alors Le régime est périodique donc :

$$u_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \Rightarrow i(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{-2\pi}{T_0} C \cdot U_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \text{ donc } I_m = \frac{2\pi}{T_0} C \cdot U_m$$

$$I_m = 2\pi \cdot N_0 \cdot C \cdot U_m = 2\pi \cdot N \cdot C \cdot E = 0,031622\text{A} = 31,62\text{mA}$$

II- Modulation :

1- Détermination de F et f : (0,5pt)

$$\text{D'après la figure 4 on a : } f = f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{6 \times 10^{-3}} = 1666,667\text{Hz}$$

$$\text{Et : } T_s = 12T_p \Rightarrow T_p = \frac{T_s}{12} \text{ d'autre part : } F_p = \frac{1}{T_p} = \frac{12}{T_s} = 12f_s \text{ donc } F = 12f = 12 \times 1666,667 = 20000,004\text{Hz}$$

3-2- Détermination de A et m + conclusion : (3x0,25pt)

- **Détermination de A :** On a : $u_s(t) = A [1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)] \cdot \cos(2\pi \cdot F \cdot t) = U_m(t) \cdot \cos(2\pi \cdot F \cdot t)$

L'amplitude de $u_s(t)$ est : $U_m(t) = A[1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)]$ donc $U_{m,\max} = A[1 + m]$ et $U_{m,\min} = A[1 - m]$

$$U_{m,\max} + U_{m,\min} = A + A \cdot m + A - A \cdot m = 2A \text{ donc : } A = \frac{U_{m,\max} + U_{m,\min}}{2} = \frac{0,33 \times (5+1)}{2} = 0,99\text{V} \approx 1\text{V}$$

- **Détermination de m :** On a : $m = \frac{U_{m,\max} - U_{m,\min}}{U_{m,\max} + U_{m,\min}} = 0,66666 = 0,67$

- Autre méthode : on a : $U_{m,\max} = A[1+m]$ donc : $m = \frac{U_{m,\max}}{A} - 1 = 0,66666 = 0,67$ (il faut garder $A=0,99\text{V}$)

- **Qualité de la modulation :**

On a : $m=0,67 < 1$ et $F=12f$ donc $F \geq 10 \cdot f$ d'où la modulation est de bonne qualité.

Exercice 4 Mécanique (5 points)

Partie I :

1- Les équations horaires numériques du mouvement : (0,5pt)

Les conditions initiales CI du mouvement sont : $\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{V_0} \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \end{cases}$

$$\text{PFD sur (S) : } \sum \overrightarrow{F_{\text{ext}}} = \overrightarrow{P} = m \cdot \vec{g} = m \cdot \overrightarrow{a_G} \text{ projection sur : } \begin{cases} (\text{OX}) : g_x = a_x \Rightarrow 0 = a_x \Rightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ (\text{OY}) : g_y = a_y \Rightarrow -g = a_y \Rightarrow a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

$$\text{Par intégration + conditions initiales ... On trouve : } \begin{cases} v_x = \text{cte} = V_{0x} = V_0 = \frac{dx}{dt} \\ v_y = -g \cdot t + V_{0y} = -g \cdot t = \frac{dy}{dt} \end{cases}$$

$$\text{par intégration : } \begin{cases} x(t) = V_0 \cdot t + x_0 \\ y(t) = \frac{-1}{2} g \cdot t^2 + y_0 \end{cases} \text{ d'où : } \begin{cases} x(t) = V_0 \cdot t = 30 \cdot t \\ y(t) = \frac{-1}{2} g \cdot t^2 = -5 \cdot t^2 \end{cases}$$

2- Déduction de l'équation de la trajectoire : (0,5pt)

On a : $x(t) = V_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x(t)}{V_0}$ on remplace dans $y(t)$, il vient : $y(x) = \frac{-g}{2 \cdot V_0^2} x^2 = \frac{-5}{2 \cdot 30^2} x^2 = -5,555 \cdot 10^{-3} x^2$

Donc : $y(x) = -5,56 \cdot 10^{-3} x^2$

3- Détermination de la distance d=OE : (0,75pt)

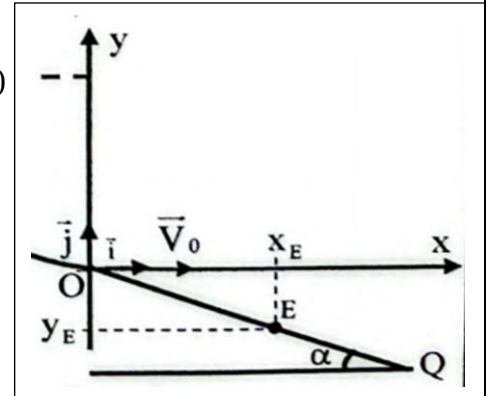
- Le point E appartient à la trajectoire du projectile et à la droite inclinée (OE)

- On a : $\tan \alpha = \left| \frac{y_E}{x_E} \right| = \frac{-y_E}{x_E}$ d'où : $y_E = -\tan \alpha \cdot x_E$

- D'autre part : $y_E = -5,56 \cdot 10^{-3} x_E^2 = B \cdot x_E^2$ (projectile)

Donc : $y_E = B \cdot x_E^2 = -\tan \alpha \cdot x_E \Rightarrow B \cdot x_E = -\tan \alpha \Rightarrow x_E = \frac{-\tan \alpha}{B}$

Et : $\cos \alpha = \frac{x_E}{OE} \Rightarrow OE = \frac{x_E}{\cos \alpha} = \frac{-\tan \alpha}{B \cdot \cos \alpha} = \frac{-\tan 20}{-5,56 \times 10^{-3} \times \cos 20} = 69,663 \text{ m} \approx 70 \text{ m}$



Partie II :

1- Trouvons l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$: (0,5pt)

RFDR sur la barre (AB) : $\sum M_A = M_C + M_A(\vec{R}) + M_A(\vec{P}) = J_A \cdot \ddot{\theta} \Rightarrow -C \cdot \theta + 0 + 0 = J_A \cdot \ddot{\theta}$

d'où : $J_A \cdot \ddot{\theta} + C \cdot \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_A} \cdot \theta = 0$

2-1- Démonstration de l'expression de T_0 : (0,5pt)

On a : $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{-2\pi}{T_0} \theta_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

$\Rightarrow \ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \theta = 0$ Or : $\ddot{\theta} + \frac{C}{J_A} \cdot \theta = 0$

par comparaison : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{C}{J_A} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{C}{J_A}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{C}}$

2-2- Détermination de la valeur de T_0 et θ_m : (0,75pt)

- Détermination de la valeur de T_0 : d'après la courbe : $T_0 = 4 \text{ s}$

- Détermination de la valeur de θ_m :

On a : On a : $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \Rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{-2\pi}{T_0} \theta_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$ donc $\omega_m = \frac{2\pi}{T_0} \theta_m \Rightarrow \theta_m = \frac{\omega_m \cdot T_0}{2\pi}$

D'après la courbe : $\omega_m = 0,25 \text{ rad/s}$ d'où : $\theta_m = \frac{\omega_m \cdot T_0}{2\pi} = \frac{0,25 \times 4}{2\pi} = 0,159 \text{ rad} \approx 0,16 \text{ rad}$

2-3- Détermination de la valeur de C : (0,5pt)

$$\text{On a : } T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{J_\Delta}{C} \Rightarrow C = 4\pi^2 \cdot \frac{J_\Delta}{T_0^2} = 0,0167 \text{ N.m.rad}^{-1}$$

3-1- Détermination de la valeur de E_m : (0,5pt)

On a : $E_m = E_C + E_{pt} + E_{pp} = E_C + E_{pt} + 0$ donc : $E_m = E_C + E_{pt}$ et E_m se conserve donc :

$$E_m = E_C + E_{pt} = E_{C,\max} + 0 = \frac{1}{2} J_\Delta \cdot \omega_m^2 + 0 = \text{cte} \quad \text{AN : } E_m = \frac{1}{2} J_\Delta \cdot \omega_m^2 = 0,5 \times 6,67 \times 10^{-3} \times 0,25^2 = 2,08 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

3-2- Détermination de la valeur de W_C : (0,75pt)

$$\Delta E_m = \Delta E_{pt} + \Delta E_C = 0 \text{ car } E_m \text{ se conserve donc : } \Delta E_{pt} = -\Delta E_C = -\frac{1}{2} J_\Delta (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

D'après la courbe : $\omega_2 = 0,2 \text{ rad/s}$ et $\omega_1 = 0$ donc :

$$\Delta E_{pt} = \frac{-1}{2} J_\Delta \omega_2^2 = -W_C \Rightarrow W_C = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_2^2 = 0,5 \times 6,67 \times 10^{-3} \times 0,2^2 = 1,334 \cdot 10^{-4} \text{ J} = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Fin